

К РАСЧЕТУ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА НА ПОЛУПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ВДУВЕ ИНОРОДНОГО ГАЗА

С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев, Б. П. Миронов
(Новосибирск)

Рассматривается метод расчета теплообмена на полупроницаемой поверхности, обтекаемой дозвуковым потоком при вдуве инородного газа, основанный на решении уравнения энергии с использованием асимптотической теории турбулентного пограничного слоя. Дается сопоставление предлагаемого метода с опытными данными.

Уравнение энергии для плоского теплового пограничного слоя при наличии поперечного потока вещества (пренебрегая термодиффузией и бародиффузией) можно записать в виде

$$\frac{dR_1^{**}}{dX} + R_1^{**} \frac{d\Delta i}{\Delta i dX} = R_+ S_0 (\Psi_1 + b_1) \quad (1)$$

$$R_1^{**} = \frac{\delta_1^{**} w_0}{v_0}, \quad R_+ = \frac{w_0^j}{v_0}, \quad X = \frac{x}{l}, \quad \Psi_1 = \frac{S_1}{S_{01}}$$

$$\delta_1^{**} = \int_0^{\infty} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \left(1 - \frac{i - i_w}{i_0 - i_w}\right) dy, \quad \Delta i = i_0 - i_w, \quad i_0 = T_0 c_{p0}, \quad i_w = T_w c_{pw}$$

Здесь δ_1^{**} — толщина потери энергии, i_0, i_w — теплосодержание потока вне пограничного слоя и на пористой стенке; T_0, c_{p0}, T_w, c_{pw} — температура и теплоемкость вне пограничного слоя и на стенке; ρ, ρ_0, w, w_0 — плотность и скорость в пограничном слое и на его границе; S_1 — число Стентона; v_0 — коэффициент кинематической вязкости на границе пограничного слоя при температуре T_0 . Для стандартного значения числа Стентона в практически интересной области чисел Рейнольдса R_1^{**} можно принять известную формулу

$$S_{01} = 0.0126 (R_1^{**})^{-0.25} P^{-0.75} \quad (2)$$

Под величиной S_1 подразумевается отношение

$$S_1 = \frac{q}{\gamma_0 w_0 (i_0 - i_w)} \quad \left(q = - \frac{\lambda}{c_p} \frac{di}{dy} \right) \quad (3)$$

Здесь q — суммарный тепловой поток энергии к поверхности тела; в скобках дано выражение для q при числе Льюиса $Le = 1$. Параметр вдува

$$b_1 = \frac{j_w}{S_{01}} \quad \left(j_w = \frac{\rho_w w_w}{\rho_0 w_0} \right) \quad (4)$$

Здесь j_w — относительный расход вдуваемого газа.

При значении числа Прандтля $P = 1$ и числа Льюиса $Le = 1$ в случае обтекания пластины без градиента давления и подобия граничных условий уравнения импульсов и энергии (1) становятся тождественными, вследствие чего при $R_1^{**} = R^{**}$

$$S_{01} = \frac{C_{f0}}{2}, \quad b_1 = b = j_w \frac{2}{C_{f0}}, \quad R^{**} = \frac{w_0 \delta^{**}}{v_0} \quad (5)$$

Здесь δ^{**} — толщина потери импульса. Выражения (5), в свою очередь, приводят к $\Psi_1 = \Psi$, где величина $\Psi = C_f / C_{f0}$ определена в [1].

Учитывая (5), получаем

$$\Psi_1 = \Psi = \left(\frac{2}{\sqrt{\Psi_1 + 1}} \right)^2 \left(1 - \frac{b_1}{b_{1*}} \right)^2 \quad (6)$$

Здесь b_{1*} — критический параметр вдува. Для определения b_{1*} можно использовать формулу, полученную в [1], или аппроксимацию ее, предложенную Д. Б. Сполдингом

$$b_{1*} = \frac{4}{1/3 + 2/3 \Psi_1} \quad (7)$$

Согласно [1],

$$\Psi_1 = \Psi \left[1 + \frac{b_{11}}{1 + b_{11}} (R - 1) \right] = \frac{\rho_0}{\rho_w} \quad \left(\Psi = \frac{T_w}{T_0}, \quad R = \frac{R_1}{R_0}, \quad b_{11} = \frac{b_1}{\Psi} \right) \quad (8)$$

Здесь R_0, R_1 — газовые постоянные основного и вдуваемого газа. Из баланса энергии на поверхности пористой пластины очевидно следует равенство

$$\Psi_1 = b_1 k_1 \quad \left(k_1 = \frac{i_w - i_1}{i_w - i_0} \right) \quad (9)$$

Здесь i_1 — теплосодержание вдуваемого газа, T_1 , c_{p1} — его температура и теплоемкость. Таким образом, система уравнений (1), (2), (4), (6) — (8) становится замкнутой и может быть решена относительно всех интересующих величин.

С учетом (9) зависимость (8) преобразуется к виду

$$\Psi_1 = \Psi \left[1 + \frac{1}{k_1 + 1} (\bar{R} - 1) \right] \quad (10)$$

Величина k_1 зависит от значения i_w , которое является функцией параметра вдува b_1 и заранее может быть неизвестна. Теплосодержание на стенке выражается формулой

$$i_w = [c_{p1}\rho_{1w}^+ + c_{p0}(1 - \rho_{1w}^+)] T_w = T_w [\rho_{1w}^+(c_{p1} - c_{p0}) + c_{p0}] \quad (11)$$

Здесь ρ_{1w}^+ — относительная весовая концентрация вдуваемого газа на стенке. В силу равенства (5) и согласно [1], имеем

$$\rho_{1w}^+ = \frac{b_{11}}{1 + b_{11}} \quad \text{или} \quad \rho_{1w}^+ = \frac{1}{1 + k_1} \quad (12)$$

Здесь в последнем случае приняты во внимание (8) и (9). Подставив (12) в (11) согласно (9), находим

$$k_1 = k_2 \frac{c_{p1}}{c_{p0}} \quad \left(k_2 = \frac{T_w - T_1}{T_0 - T_w} \right) \quad (13)$$

Обычно требуется определить необходимый расход вдуваемого газа j_w для обеспечения заданной температуры пористой поверхности T_w . Параметры w_0 , T_0 , c_{p0} , c_{p1} , T_1 , R при этом известны. Задача решается в следующем порядке. Согласно (13), находят k_2 и k_1 , затем Ψ_1 по (10), и по (7) находим b_{1*} . После этого решение (6) и (9) дает значение параметра b_1 . Подставив (6) и b_1 в уравнение (1), находим R_{1**} . Уравнения (2) и (5) дают искомую величину j_w . Влияние конечности чисел \bar{R} , R_{1**} на функцию Ψ_1 в первом приближении оценивается через величину b_{1*} . Для определения зависимости b_{1*} от числа R_{1**} можно использовать методику, изложенную в работе [1].

На фиг. 1 дано сопоставление зависимости Ψ_1 от $b_1 = j_w / S_{01}$ с опытными данными Гьюфика, Эккерта, Ширтлиффа по теплообмену на пористой поверхности при вдуве гелия [2]. Необходимо отметить, что эти опытные данные на графике отнесены к S_{01} , который определялся по формулам (1.2) для соответствующих значений R_{1**} .

Как видно, теория удовлетворительно согласуется с опытными данными.

Представляет интерес сопоставить описанный выше метод расчета теплообмена с приближенным, изложенным в работе [1]. Этот приближенный метод базируется на уравнении энергии

$$\frac{dR_2^{**}}{dX} + R_2^{**} \frac{d\Delta T}{\Delta T dX} = R_2 S_0 (\Psi_2 + b_2) \quad (14)$$

$$R_2^{**} = \frac{\delta_2^{**} w_0}{v_0}, \quad \delta_2^{**} = \int_0^\infty \frac{\rho w c_p}{\rho_0 w_0 c_{p0}} \left(1 - \frac{T - T_w}{T_0 - T_w} \right) dy$$

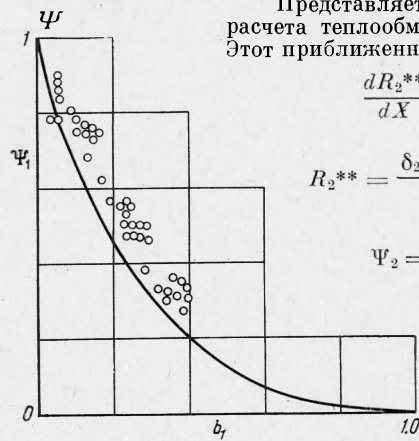
$$\Psi_2 = \frac{S}{S_0} = \left(\frac{2}{\sqrt{\Psi} + 1} \right)^2 \left(1 - \frac{b_2}{b_{2*}} \right)^2 \quad (14)$$

$$\Psi_2 = b_2 k_2, \quad b_2 = j_w \frac{c_{p1}}{c_{p0} S_0} \quad (16)$$

$$S = \frac{q_1}{\gamma_0 w_0 c_{p0} \Delta T}, \quad \Delta T = T_0 - T_w$$

$$S_0 = 0.0126 (R_2^{**})^{-0.25} P^{-0.75} \quad (17)$$

Здесь q_1 — тепловой поток (отведенный в стенку), b_{2*} — критическое значение параметра вдува b_2 (в точке оттеснения) находится по формулам работы [1] как функции параметров Ψ , R и R_2^{**} . При $c_{p1} = c_{p0}$ системы (1) — (7) и (14) — (17) становятся тождественными. Наибольший интерес представляет сопоставление решений по этим двум методам при существенно различных теплоемкостях c_{p1} и c_{p0} . По существу это означает проверку степени консервативности законов теплообмена в уравнениях энергии (1) и (14). В качестве примера была выбрана задача об определении необходимого количества вдуваемого газа для обеспечения заданного значения температуры стенки, постоянной по длине поверхности $T_w = \text{const}$. Расчет велся для различных k_2 и R ($k_2 = 0.005-6.0$, $R = 0.25; 4$, $c_{p1}/c_{p0} = 0.25; 4$, $\Psi = 0.303-0.9$).



Фиг. 1

На фиг. 2 показано изменение отношения j_{w1} / j_w . Здесь при значениях $c_{p1} / c_{p0} = 4, R=4$ (кривая 1) и $c_{p1} / c_{p0} = 0.25, R = 0.25$ (кривая 2) величина j_w означает расход вдуваемого газа, найденный из решения системы уравнений (14) — (17), и j_{w1} — из системы (1) — (13). Как видно из фигуры, различие в величинах расходов довольно незначительное даже для существенно различных физических свойств основного и вдуваемого газа. При наступлении критического вдува ($k_2 = 0$) эта разница достигает максимальной величины. В этом случае, в соответствии с уравнениям (1), (2), (4), (14), (16), (17), при критическом вдуве имеем

$$\frac{j_*}{j_{*1}} = \left(\frac{c_{p0}}{c_{p1}} \right)^{0.2} \quad (18)$$

Отсюда видно, что для отношения $c_{p1} / c_{p0} = 5.25$ (гелий — воздух) отношение расходов невелико и составляет

$$j_* / j_{*1} = 0.73.$$

Таким образом, при вдуве инородных газов для режимов $b_1 > b_{1*}$ оба способа дают практически одинаковые результаты. В работе [1] показан

$$1/2 Cf = S \quad \text{при } P = Le = 1 \quad (19)$$

Из (19) и (5) следует, что при тех же условиях $S_1 = S$, или, с учетом (1), (2), (14), (15), (17),

$$\frac{\Psi_1 (\Psi_2 + b_2)^{0.2}}{(\Psi_1 + b_1)^{0.2} \Psi_2} = A \approx 1 \quad (20)$$

Как видно из фиг. 2, где кривая 3 представляет зависимость $A = A(k_2)$ при $c_{p1} / c_{p0} = 4, R = 4$, равенство (20) действительно соблюдается практически во всех диапазонах k_2 . Наибольшие расхождения наблюдаются при критическом вдуве. В этом случае

$$A \rightarrow (b_2 / b_1)^{0.2} \rightarrow (c_{p1} / c_{p0})^{0.2}$$

Поступила 6 VIII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. К у т а т е л а д з е С. С., Л е о н т ь е в А. И. и др. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Изд-во СО АН СССР, 1964.
2. T e w f i k D. E., E c k e r t E. R. G., S h i r t l i f f e C. J. Thermal diffusion effects on energy transfer in turbulent boundary layer with helium injection. Proc. of the 1962 heat transfer and fluid. Mechanics Institute. Stanford University Press, 1962.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА НА ГРАНИЦЕ ЗОНЫ ОТРЫВА

Б. А. Силантьев (Новосибирск)

Предложен тепловой стационарный метод непосредственного определения интенсивности турбулентного обмена на границе зоны отрыва за плохо обтекаемыми телами. Существенным преимуществом при использовании данного метода, по сравнению с другими известными методами, является факт постоянства температуры во всей зоне отрыва, что позволяет избежать больших ошибок при определении среднеинтегральной температуры зоны. Путем использования этого метода получены данные по распределению локальных коэффициентов турбулентного обмена вдоль линии раздела зон при отрывном обтекании плоским потоком уступов и пластины. Показано, что коэффициент турбулентного обмена зоны пропорционален скорости набегающего потока и зависит от формы и размеров плохо обтекаемого тела. Путем введения вместо скорости набегающего потока величины скорости в стесненном сечении над телом получена обобщенная зависимость для тел различных размеров и формы.

В работе [1] была экспериментально подтверждена справедливость гипотезы М. А. Лаврентьева о постоянстве завихренности жидкости в зоне отрыва. Эта гипотеза является основополагающей в схеме «смешанного» движения, согласно которой поток идеальной жидкости, обтекающей с отрывом тело, разделяется на две области: область вихревого движения ($\omega = \text{const}$) и потенциальную область, причем при переходе через линию раздела поле скоростей должно оставаться непрерывным. Схема является чисто кинематической, предполагающей, что течение в зоне отрыва — это незатухающее