

13. Дерibas А. А., Ставер А. М. Ударное сжатие пористых цилиндрических тел // ФГВ.— 1974.— № 4.  
 14. Симонов И. В. О сходящейся ударной волне в идеально неупругой среде и устойчивости кумуляции // ПМТФ.— 1975.— № 5.

Поступила 22/X 1986 г.

УДК 536.45 : 533.6.011

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ ГОМОТЕРМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В АТМОСФЕРЕ ВБЛИЗИ ПЛОТНОЙ СРЕДЫ

Л. П. Горбачев, В. Ф. Федоров

(Москва)

В ряде работ (например, в [1—5]) рассмотрены задачи, описывающие движение газа при энерговыделении вблизи границы двух неоднородных по плотности сред. При большой плотности выделившейся энергии становится существенным влияние теплового излучения среды на закономерности ее движения [5, 6].

В настоящей работе в рамках гомотермической модели изучаются закономерности движения газа в атмосфере с учетом испарения конденсированной среды.

Пусть в конденсированной среде, например в воде, вблизи ее поверхности в бесконечно малом объеме мгновенно выделяется лучистая энергия  $E_0$ . При большой плотности энергии излучения температура во всей области возмущения из-за интенсивного теплообмена мгновенно выравнивается, и для оценки характеристик возникающего движения газа можно применить гомотермическое приближение. Полагаем, что температура зависит только от времени:  $T(\mathbf{r}, t) \equiv T(t)$ .

Вследствие поглощения теплового излучения прогревается и испаряется тонкий поверхностный слой плотного вещества. Возникший градиент давления на границе пар — воздух приводит к движению испарившегося вещества в воздушную среду. В воздухе от места энерговыделения распространяется ударная волна (УВ). Уменьшение плотности из-за движения пара способствует прогреву излучением последующих слоев конденсированной среды и перемещению границы пар — плотная среда.

В данном случае доля механической энергии, переданной плотной среде, пренебрежимо мала. Согласно [2], при взрыве на поверхности грунта из-за диффузии излучения передается грунту в виде механической энергии 2% выделившейся энергии. Следовательно, УВ, распространяющейся в плотной среде, можно пренебречь и считать плотную среду недеформируемой.

Таким образом, в конденсированную среду распространяется с изотермической скоростью звука от места взрыва волна разрежения, передним фронтом которой является граница пар — плотная среда. Такую волну разрежения назовем радиационной.

Воздух и пар моделируем идеальным газом с эффективными параметрами  $\gamma_i, \mu_i$  ( $i = 1$  для воздуха,  $i = 2$  для пара). Пренебрежем потерями выделившейся энергии  $E_0$  на испарение, диссоциацию и ионизацию среды.

Уравнения, описывающие гомотермическое движение газа (пара и воздуха) в области возмущения, имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + a^2 \nabla(\ln \rho) = 0,$$

где  $a = \sqrt{\gamma A T}$  — изотермическая скорость звука;  $A$  — газовая постоянная. Течение газа осесимметричное. Необходимо определить две компоненты скорости и плотность газа как функции двух пространственных координат и времени.

Задача может быть рассмотрена в автомодельной постановке. Система определяющих параметров в этой задаче следующая:  $r, z$  (если использо-

вать цилиндрическую систему координат),  $E_0, \rho_1, \rho_2, \gamma_1, \gamma_2, \mu_1, \mu_2$  ( $\rho_1, \rho_2$  — плотности невозмущенного воздуха и пара). Все безразмерные характеристики течения газа можно рассматривать как функции безразмерных координат  $r(\rho_1/E_0)^{1/5}t^{-2/5}$ ,  $z(\rho_1/E_0)^{1/5}t^{-2/5}$  и постоянных  $\rho_2/\rho_1, \gamma_1, \gamma_2, \mu_1, \mu_2$ . Однако и автомодельная задача оказывается сложной, так как она двумерна. Уравнения (1) не сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.]

Положение осложняется еще и тем, что не определены поверхности фронта УВ и волны разрежения, на которых задаются граничные условия дополнительно к системе (1), они должны быть найдены в ходе решения. По этой причине даже численное интегрирование (1) в случае автомодельного движения связано со значительными трудностями.

Рассмотрим приближенное решение поставленной задачи, основанное на использовании интегральных законов сохранения массы, импульса и энергии [7, 8]. В [8] показано, что этот метод во многих случаях обеспечивает приемлемую точность.

Предположим, что скорость фронта УВ  $D$  много больше скорости звука в нагретом газе  $a$  ( $\beta = D/a \gg 1$ ). Воздушная УВ собирает массу возмущенного ею воздуха в тонкий слой  $\delta$  вблизи фронта. Толщину слоя  $\delta$  положим бесконечно малой, а плотность в слое примем близкой к бесконечности.

В этом случае интегральные законы сохранения импульса, энергии и массы газа могут быть записаны в виде

$$(2) \quad d(M_1 D)/dt = S_y p_n;$$

$$(3) \quad E_0 = M_1(D^2/2 + a^2 \mu_2/\mu_1(\gamma_1 - 1)) + M_2 a^2(\epsilon_k + 1/(\gamma_2 - 1));$$

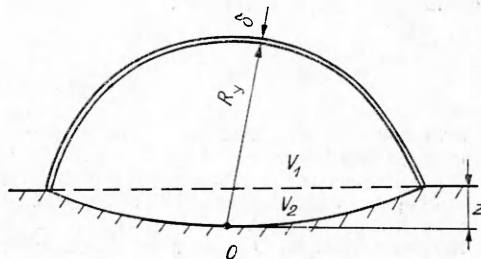
$$(4) \quad M_1 = \rho_1 V_1, \quad M_2 = \rho_2 V_2.$$

Здесь  $p_n = a^2 \rho_n$  — давление пара за фронтом УВ;  $\rho_n = \rho_2 V_2/V$  — плотность пара в полости;  $M_1$  и  $M_2$  — массы воздуха и пара, охваченных движением;  $S_y = 2\pi R_y(R_y - Z)$  — площадь поверхности фронта УВ, которую полагаем сферической с центром в точке  $O$ , перемещающейся в плотную среду по закону  $Z = \int_0^t a(t') dt'$  (см. рисунок);  $V = V_1 + V_2$  — объем возмущенной среды;  $V_1 = \pi(R_y - Z)^2(2R_y + Z)/3$  — объем шарового сегмента;  $V_2$  — объем кратера;  $\epsilon_k = \frac{E_{кп}}{M_2 a^2} = \frac{1}{M_2 a^2} \int_V \frac{\rho u^2}{2} dV$  — безразмерная кинетическая энергия пара.

Для проведения оценок по (2)–(4) необходимо знать распределения плотности и скорости газа за фронтом волны разрежения и форму ее фронта. Примем во внимание, что прогрев и испарение в данной точке поверхности плотной среды начинаются с момента времени, когда до нее дойдет воздушная УВ, и что преобладающим будет движение пара в перпендикулярном к поверхности раздела сред направлении.

Обратимся к результатам решения наиболее простой задачи для плоской геометрии в пренебрежении плотностью воздуха [9]. Распространение радиационной волны разрежения от границы раздела конденсированная среда — вакуум в изотермическом случае описывается аналитическими зависимостями. В частности, распределения скорости и плотности пара удовлетворяют соотношениям  $u_z = a(1 + z/at)$ ,  $\rho = \rho_2 \times \exp(-1 - z/at)$ , где ось  $z$  направлена перпендикулярно поверхности раздела сред;  $-at < z < \infty$ ;  $t > 0$ .

Отметим, что и в гомотермическом приближении задача о за-



кономерностях распространения волны разрежения от границы раздела конденсированная среда — вакуум при мгновенном выделении энергии  $E_0$  на единицу поверхности приводит к аналогичным зависимостям: скорость возрастает с расстоянием от фронта волны по линейному закону, а плотность убывает по экспоненте [9]. Учитывая эти результаты, значения плотности  $\rho_{\text{п}}$  и безразмерной кинетической энергии  $\varepsilon_{\text{к}}$  пара определим формулами

$$(5) \quad \rho_{\text{п}} = \frac{\rho_2 V_2}{V} = \frac{\rho_2}{\beta} \int_0^{\beta} \exp(-\alpha \xi) d\xi;$$

$$(6) \quad \varepsilon_{\text{к}} = \frac{E_{\text{кп}}}{M_2 c^2} = \frac{V}{V_2} \frac{1}{\beta} \int_0^{\beta} \frac{\exp(-\alpha \xi)}{2} \xi^2 d\xi$$

( $\xi$  — безразмерная координата).

Из уравнения баланса энергии (3) с учетом (2) и (4) получим зависимость от времени радиуса фронта УВ, которую можно привести к «стандартному» виду

$$(7) \quad R_{\text{г}} = \xi_0 (E_0 / \rho_1)^{0,4} t^{0,4},$$

$$\xi_0 = \beta \left/ \left\{ \frac{4\pi}{25} \left[ \left( \frac{\beta^2}{2} + \frac{\mu_2}{\mu_1(\gamma_1 - 1)} \right) \frac{(\beta - 1)^2 (2\beta + 1)}{3} + \frac{\rho_2}{\rho_1} \left( \varepsilon_{\text{к}} + \frac{1}{\gamma_2 - 1} \right) \frac{V_2}{z^3} \right] \right\}^{0,2} \right.$$

Температура газа вычисляется по формуле  $T = (dR_{\text{г}}/dt)^2 / A\beta^2$  и с учетом (7) может быть преобразована:

$$(8) \quad T = \xi_1 (E_0 / \rho_1)^{0,4} t^{-1,2}, \quad \xi_1 = (\xi_0 / \beta)^2 \mu_2 / R.$$

Зададимся для оценок следующими значениями исходных параметров:  $\rho_1 = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma_1 = 1,37$ ,  $\mu_1 = 2,02$  [8],  $\rho_2 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma_2 = 1,52$ ,  $\mu_2 = 2,57$  [10]. Рассмотрим различные схематизации кратера: конус ( $V_2 = \pi z^3(\beta^2 - 1)/3$ ), сферический сегмент ( $V_2 = \pi z^3(3\beta^2 - 2)/6$ ), полусфероид ( $V_2 = \pi z^3 2(\beta^2 - 1)/3$ ). Для каждого случая из соотношения (2)

Форма кратера	$\xi_0$	$\xi_1, \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{К}$	$\beta$
Конус	1,18	$4,59 \cdot 10^{-6}$	9,68
Сегмент	1,175	$3,68 \cdot 10^{-6}$	10,93
Полусфероид	1,167	$2,97 \cdot 10^{-6}$	11,9

определяем  $\beta$ , из (5) —  $\alpha$ , из (6) —  $\varepsilon_{\text{к}}$ , что позволяет рассчитать  $\xi_0$  и  $\xi_1$ . значения искомых параметров приведены в таблице. Обнаруживается достаточно слабая зависимость искомых параметров от выбора геометрии

кратера, и можно считать построенное приближенное решение приемлемым для грубых оценок.

Для сравнения приведем аналогичные данные без учета испарения плотной среды. Решение автомодельной задачи в гомотермическом приближении [5] приводит к зависимостям, аналогичным (7), (8), но с другими значениями  $\xi_0$  и  $\xi_1$ . При выбранных значениях  $\rho_1$ ,  $\gamma_1$  и  $\mu_1$  и энергии взрыва  $2E_0$   $\xi_0 = 1,29$  и  $\xi_1 = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ с}^2 \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}$ .

Таким образом, учет массы вовлекаемого в движение пара приводит к небольшому уменьшению радиуса фронта УВ и значительному уменьшению температуры газа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
2. Удар, взрыв и разрушение / Под ред. В. Н. Николаевского. — М.: Мир, 1981.
3. Григорян С. С., Евтерев Л. С. О действии сильного взрыва на поверхности скального полупространства // ДАН СССР. — 1975. — Т. 222, № 3.
4. Шуршалов Л. В. О расчете ударной волны, распространяющейся в неоднородной атмосфере // ДАН СССР. — 1976. — Т. 230, № 4.

5. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах.— М.: Наука, 1985.
6. Федоров В. Ф. О гомотермической ударной волне, вызванной действием мгновенного монохроматического излучения // ПМТФ.— 1979.— № 2.
7. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959.
8. Горбачев Л. П., Федоров В. Ф. О влиянии выделившейся при взрыве массы на распространение тепловой волны // ПМТФ.— 1978.— № 1.
9. Федоров В. Ф. О гомотермическом движении газа вблизи плотной среды // ПМТФ.— 1987.— № 1.
10. Подводные и подземные взрывы / Под ред. В. Н. Николаевского.— М.: Мир, 1974.

Поступила 9/X 1986 г.

УДК 551.466.81

## ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ ВОЛН, ОБРАЗУЕМЫХ ДИПОЛЕМ В ПОТОКЕ ТЕКУЩЕЙ С КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТЬЮ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В. Ф. Санников  
(Севастополь)

В линейной постановке рассматривается пространственная задача об установившихся волнах, образующихся при обтекании диполя, в равномерном потоке невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости конечной глубины. Известны приближенные полуасимптотические решения численными методами аналогичных задач [1, 2] для заданных распределений плотности жидкости по глубине. Точное решение в виде суммы однократных интегралов для волн от источника получено в [3]. В последнее время была определена равномерная асимптотика для области переднего фронта отдельной моды при скорости потока  $c$ , большей скорости распространения длинных волн  $n$ -й моды  $c_n$  [4, 5]. Для жидкости конечной глубины эта асимптотика выражена через функции Эйри [4], а для бесконечно глубокой жидкости — через интегралы Френеля [5]. Способ построения полных асимптотических разложений решения [3] при  $c < c_n$  описан в [6].

В данной работе вычислена асимптотика точного (в линейной постановке) решения рассматриваемой задачи для критической скорости потока  $c = c_n$ , в том числе равномерная асимптотика для области переднего фронта.

Пусть горизонтальный поток невязкой несжимаемой жидкости глубины  $H$  обтекает погруженный ориентированный против потока точечный диполь. Плотность жидкости в невозмущенном состоянии  $\rho_0(z)$  зависит от одной вертикальной координаты  $z$  и не убывает с глубиной. В линейной постановке поле вертикальных смещений частиц жидкости  $\zeta(x, y, z)$ , образуемое диполем, описывается уравнением

$$(1) \quad D^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \zeta \right) + \rho_0 (N^2 + D^2) \Delta_2 \zeta = M c^{-1} D^2 \left\{ \delta(x) \delta(y) \frac{d}{dz} [\rho_0 \delta(z + H_1)] \right\}$$

с граничными условиями

$$(2) \quad \left( D^2 \frac{\partial}{\partial z} - g \Delta_2 \right) \zeta = 0 \quad (z = 0), \quad \zeta = 0 \quad (z = -H),$$

где  $D = c \partial / \partial x$ ;  $\Delta_2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ ;  $x, y$  — горизонтальные координаты; жидкость течет со скоростью  $c$  в положительном направлении оси  $x$ ; диполь помещен в точку с координатами  $(0, 0, -H_1)$ ;  $N^2 = -g \rho_0^{-1} d\rho_0/dz$  — квадрат частоты Вайсяля — Брента;  $M$  — величина момента диполя;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\delta(\cdot)$  — дельта-функция. Для безграничной однородной жидкости [7] диполь дает картину обтекания шара радиуса  $\sqrt[3]{M/2\pi c}$ .

В [1] получено точное решение аналогичной задачи для волн от точечного источника. Можно показать, что соответствующее решение (1),