

УДК 531.38:532.583:656.7.08

НАКЛОННЫЙ УДАР УДЛИНЕННОГО ТРЕХМЕРНОГО ТЕЛА ПО ТОНКОМУ СЛОЮ ЖИДКОСТИ

Е. А. Батяев, Т. И. Хабахпашева

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: john@hydro.nsc.ru, tana@hydro.nsc.ru

Рассматривается задача об ударе удлиненного твердого тела с уплощенным дном по тонкому слою идеальной несжимаемой жидкости в случае, когда горизонтальная составляющая скорости тела существенно больше ее вертикальной составляющей. Исследуется начальная стадия удара, на которой заранее неизвестная область контакта тела и жидкости быстро расширяется. Нагрузки на тело определяются методом плоских сечений. Для определения положения и размеров области контакта в каждом сечении используется метод сращиваемых асимптотических разложений. Решается связанная задача: течение жидкости, обусловленное движением тела, и само движение тела определяются одновременно. Получена система интегродифференциальных уравнений, на основе которой численно исследовано движение тела под действием гидродинамических нагрузок и найдено распределение гидродинамического давления по пятну контакта.

Ключевые слова: взаимодействие тела и жидкости, удар по тонкому слою жидкости, метод сращиваемых асимптотических разложений, метод плоских сечений, удлиненный эллипсоид.

DOI: 10.15372/PMTF20160118

Введение. При аварийной посадке на поверхность жидкости и при движении быстродвижущих судов по волнам происходит соударение (нестационарное взаимодействие) тела и жидкости. Под действием гидродинамических нагрузок движение тела резко замедляется, меняется направление его вектора скорости, происходит вращение тела. Для построения эффективных моделей этого процесса исследуется трехмерная задача о наклонном ударе свободного удлиненного тела с плоским дном по тонкому слою идеальной несжимаемой жидкости. Задача рассматривается в следующей постановке: в начальный момент времени трехмерное тело касается поверхности жидкости в единственной точке, а затем начинает погружаться в жидкость. Начальная скорость тела задана, вектор скорости составляет малый угол с горизонтом. До момента удара жидкость покоится, и ее свободная граница горизонтальна. Требуется определить движение тела, границы области контакта и эволюцию распределения давления по пятну контакта при следующих предположениях: жидкость идеальная и несжимаемая, толщина слоя жидкости такова, что применима модель мелкой воды, тело имеет гладкую форму с единственным локальным минимумом в начальной точке контакта, нижняя поверхность тела практически параллельна поверх-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-01097).

© Батяев Е. А., Хабахпашева Т. И., 2016

ности жидкости. Захват воздуха, кавитационные эффекты при ударе не учитываются. Рассматривается начальная стадия соударения, на которой размер области контакта тела с жидкостью монотонно возрастает со временем, причем расширение области контакта происходит с образованием струй.

Наибольшую сложность при решении задачи представляет определение области контакта тела и жидкости в каждый момент времени. Основные результаты получены при решении задач об ударе в двумерной постановке.

Первыми работами, в которых исследовался удар по поверхности жидкости, являются работы Т. Кармана [1] и Г. Вагнера [2], посвященные моделированию посадки гидросамолетов на воду. В этих работах использовался подход к определению положения и размеров области контакта, в котором жидкость предполагалась идеальной, несжимаемой и бесконечно глубокой, а поверхность тела — практически параллельной поверхности жидкости. В подходе Кармана область контакта являлась областью пересечения границы погружающегося тела и невозмущенной поверхности жидкости. Вследствие вытеснения жидкости из-под тела и возвышения свободной поверхности размер области контакта больше предсказанного Т. Карманом. Это возвышение было учтено в подходе Вагнера [2]. Позднее подход Вагнера был адаптирован для решения задач о соударении с жидкостью как твердых, так и упругих тел [3, 4].

Следует отметить, что исследования проблем, возникающих при посадке гидросамолетов, проводились также в Центральном аэрогидродинамическом институте (г. Жуковский) [5–8]. Однако при этом стадией удара с расширяющейся областью контакта пренебрегалось и рассматривался удар по телу, плавающему на поверхности жидкости [5]. В задаче о скольжении пластины по поверхности жидкости [5] размер области контакта (положение передней точки разворота струи) определялся в рамках теории Вагнера.

Другой подход к определению размеров и положения области контакта в задачах о соударении тела с тонким слоем жидкости предложен А. А. Коробкиным. В работе [9] рассматривается случай соударения твердых недеформируемых тел, одно из которых покрыто тонким слоем жидкости. При этом толщина струй, возникающих по периметру области контакта, сравнима с толщиной жидкого слоя и определяется в процессе решения задачи, тогда как в подходе Вагнера влияние струй на течение не учитывается. При решении задачи об ударе по тонкому слою А. А. Коробкин разделил область течения на четыре подобласти и согласовал решения, полученные в каждой из этих областей.

В работе [10] предложена теория удара уплощенного клина по поверхности слоя жидкости конечной толщины, позволяющая определить размеры области контакта тело — жидкость. Однако эта теория является громоздкой, вследствие чего обобщение ее на случай взаимодействия жидкости с несимметричными телами или на случай наклонного удара в настоящее время не представляется возможным. Для этой теории указанные выше подходы являются предельными. Подход Вагнера используется в случае, когда толщина слоя жидкости стремится к бесконечности, а подход Коробкина — в случае, когда толщина слоя жидкости стремится к нулю. Заметим, что во всех указанных выше работах рассматривается случай симметричного удара.

В работе [11] метод Коробкина применен при решении задачи об ударе деформируемого тела (упругой цилиндрической оболочки) по поверхности тонкого слоя жидкости. Показано, что удар по тонкому слою жидкости более опасен, чем удар по глубокой воде, поскольку в первом случае напряжения, возникающие в оболочке, и ее деформации значительно больше. Однако при увеличении толщины слоя жидкости начиная с некоторого ее значения упругие деформации оболочки не меняются. В [11] также проведено сравнение упругих колебаний оболочки при ударе по поверхности жидкости, вычисленных в приближении тонкого слоя, полученных в эксперименте [12] и рассчитанных в [13] в приближении

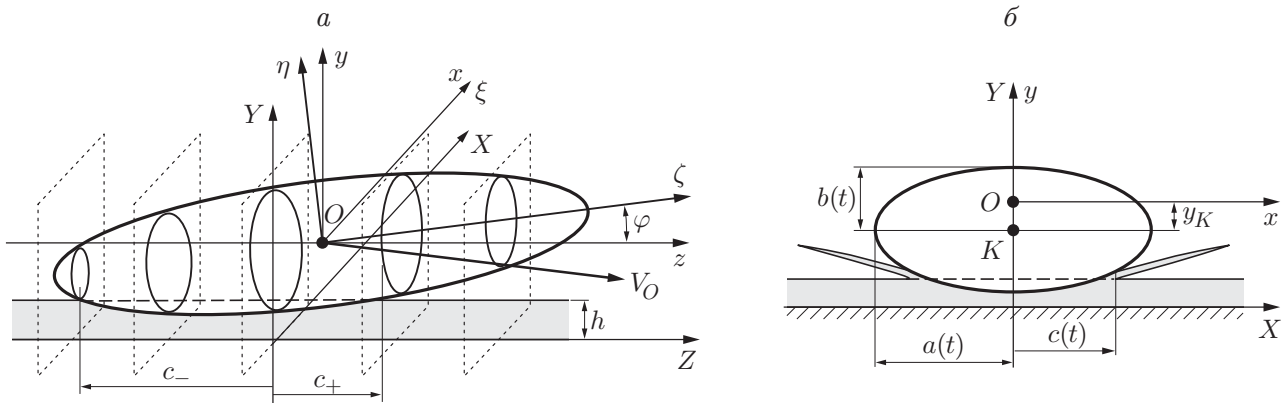


Рис. 1. Схемы движения эллипсоидального тела:

a — схема косого удара тела по тонкому слою жидкости, *b* — схема падения плоской фигуры (поперечное сечение тела) на тонкий слой жидкости

Вагнера для слоя бесконечной толщины. Показано, что во всех трех случаях зависимости напряжений от времени, максимальные значения напряжений и моменты времени их достижения близки. Это свидетельствует о том, что в начале процесса удара наиболее значительные перемещения жидкости происходят в верхнем слое, тогда как основной ее объем покоится и влияние покоящегося слоя жидкости большой толщины, находящегося под движущимся слоем, на движение тела несущественно.

В настоящей работе предложена модель, описывающая движение свободного тела при его наклонном ударе по поверхности слоя жидкости под действием гидродинамического давления, распределенного по смоченной поверхности тела, и веса тела. В основе данной модели лежит подход $2D + t$, применяемый в задачах о движении скоростных судов. Суть этого подхода состоит во введении контрольных вертикальных неподвижных плоскостей, перпендикулярных направлению движения тела. В каждой из этих плоскостей решается плоская задача определения гидродинамического давления на контур плоской фигуры переменной формы (которая образуется при пересечении тела с плоскостью) при ее вертикальном ударе по тонкому слою неподвижной жидкости. Подход $2D + t$ обычно применяется при расчете нагрузок на быстро движущееся тело удлиненной формы, в то время как метод плоских сечений, “вмороженных” в тело, используется преимущественно для определения волновых нагрузок на судно при его движении с малой скоростью. Вычислив суммарную нагрузку на тело и определив его движение под действием этой нагрузки, можно определить положение контуров каждого сечения в следующий момент времени. Для решения двумерной задачи об ударе тела с уплощенным дном по тонкому слою жидкости используется подход Коробкина [9]. В [14] рассматривалась плоская задача о косом входе тела в воду. В настоящей работе используемый подход обобщается на трехмерный случай. Задачи определения течения жидкости, движения тела и размеров области контакта тело — жидкость являются связанными и решаются одновременно. Построена эволюционная система интегродифференциальных уравнений, интегрирование которой проводится численно. Исследованы изменение скорости движения тела при его соударении с поверхностью жидкости и эволюция гидродинамической нагрузки на тело.

1. Постановка задачи и основные предположения. Рассматривается пространственная задача о наклонном ударе (на начальной стадии) свободного твердого тела по тонкому слою неподвижной идеальной несжимаемой жидкости (рис. 1, *a*). Предполагается, что тело имеет форму эллипсоида, вытянутого в направлении, совпадающем с направлением горизонтальной скорости центра масс. Нижняя часть поверхности тела, контакти-

рующая с жидкостью (дно), является слабоизогнутой, выпуклой вниз и не имеет угловых точек. Толщина слоя жидкости h существенно меньше размеров тела. Неподвижная система координат XYZ выбрана таким образом, чтобы вертикальная ось Y проходила через начальное положение центра масс тела, а горизонтальная ось Z была направлена вдоль нижней поверхности слоя жидкости в направлении, совпадающем с направлением горизонтальной составляющей скорости тела. Дно тела является симметричным относительно плоскости YZ . В начальный момент времени $t = 0$ тело касается свободной поверхности жидкости в единственной низшей точке, имеет абсолютную скорость $\mathbf{V}_O = (0, V_Y, V_Z)$, направленную под малым углом к горизонту: $\operatorname{tg} |V_Y/V_Z| \ll 1$, при этом жидкость неподвижна и занимает область $0 < Y < h, -\infty < X, Z < \infty$.

При $t > 0$ тело проникает в слой жидкости, не захватывая окружающий воздух. Движение тела происходит при постоянном контакте и взаимодействии с жидкостью. Вследствие слабоизогнутой формы дна и большой горизонтальной скорости тела действием на него гидродинамических сил в горизонтальном направлении можно пренебречь, т. е. считать, что силы действуют только в вертикальном направлении:

$$\dot{Z}_O = V_Z = \text{const}$$

(точкой сверху обозначена производная от функции по времени). Кроме того, поскольку рассматриваемая стадия удара является непродолжительной, будем пренебрегать влиянием гидродинамических сил на вращение тела. С учетом симметрии тела и его движения относительно плоскости YZ положение тела в пространстве задается вертикальной координатой центра масс $Y_O(t)$. В условиях высокоскоростного движения тела гидростатическая сила Архимеда также пренебрежимо мала по сравнению с гидродинамическими нагрузками. В работе [14], в частности, установлено, что при наклонном ударе тела по слою жидкости архимедова сила не превышает 5 % гидродинамической силы. Таким образом, движение тела описывается дифференциальным уравнением

$$m\ddot{Y}_O = F - mg, \quad (1)$$

где m — масса тела; g — ускорение свободного падения; $F(t, Y_O, \dot{Y}_O, \ddot{Y}_O)$ — главный вектор сил гидродинамического давления, распределенного в области контакта тела с жидкостью. Начальные условия движения тела имеют вид

$$Y_O(0) = Y_O^0, \quad \dot{Y}_O(0) = V_Y. \quad (2)$$

Требуется определить движение тела в задаче (1), (2) и течение жидкости. Следует отметить, что размеры и положение смоченной области поверхности тела заранее неизвестны и подлежат определению при решении задачи о движении тела. Таким образом, имеется две связанные задачи: о движении жидкости и о движении тела.

Вследствие значительного удлинения тела изменение гидродинамических величин (давления и скорости жидкости) в направлении Z оказывается существенно меньше изменения этих величин в направлениях Y и X . Это позволяет пренебречь движением жидкости в направлении Z , считая, что вытеснение жидкости из-под тела происходит преимущественно вдоль боковой поверхности тела. При этом границы области контакта тела с жидкостью по оси Z , т. е. функции $c_-(t)$ и $c_+(t)$, достаточно определять как точку пересечения контура центрального продольного сечения тела с невозмущенной поверхностью жидкости. Указанное обстоятельство определяет выбор метода решения гидродинамической задачи с помощью плоских сечений, образующихся при движении тела через вертикальные неподвижные плоскости, перпендикулярные оси Z . В каждой такой плоскости $Z = \text{const}$ при движении тела образуется контур переменной формы, движущийся вертикально (см. рис. 1, а), поэтому может быть поставлена гидродинамическая задача

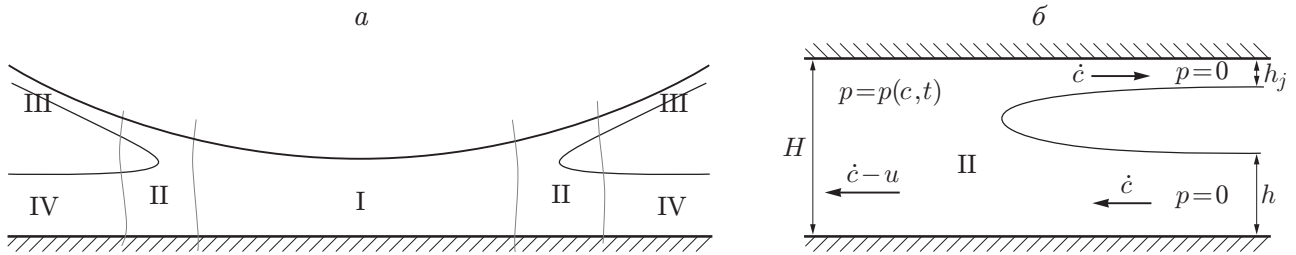


Рис. 2. Схемы течения жидкости:
 а — схема разбиения области течения жидкости под телом, б — схема квазистационарного течения в области возникновения струй

определения течения жидкости под этим контуром (см. рис. 1, б). Из решения этой задачи в каждом сечении Z вычисляются гидродинамическая нагрузка $P(t, Z, Y_O, \dot{Y}_O, \ddot{Y}_O)$ и главный вектор гидродинамических сил

$$F = \int_{c_-}^{c_+} P dZ, \quad (3)$$

который в расчетах определялся суммированием по сечениям.

В данном методе и подходе [9] используется предположение, согласно которому для каждого следующего рассматриваемого контура размер смоченной поверхности монотонно возрастает.

2. Падение плоской симметричной фигуры переменной формы на тонкий слой жидкости. Будем рассматривать задачу о вертикальном соударении плоской фигуры со слоем жидкости в сечении $Z = \text{const}$ на начальной (ударной) стадии движения в предположении, что на краях смоченной области образуются струи (см. рис. 1, б). Горизонтальный размер области контакта фигуры с жидкостью определяется неравенством $-c(t) < X < c(t)$, где $X = c(t)$ — координата точки схода струи с тела. Заметим, что при ударе гидродинамические нагрузки пропорциональны скорости расширения смоченной области и, следовательно, наиболее значительны на начальной стадии соударения уплощенного тела с жидкостью. Ударная стадия заканчивается при исчезновении струй. В случае если тело не достигло дна, далее следует стадия погружения тела в жидкость или его отрыва. При этом движение тела и жидкости непрерывно продолжается и определяется условиями, полученными в конце ударной стадии.

Подход к решению задач о соударении двух тел, одно из которых покрыто тонким слоем жидкости, предложен в работе [9] и основан на методе сращиваемых асимптотических разложений. В соответствии с этим методом область течения разбивается на несколько подобластей (рис. 2, а): область непосредственно под телом (область I); области зарождения струй (области II); области струй (области III); внешние области покоящейся жидкости (области IV). При ударе размер области I существенно изменяется в зависимости от размера области контакта. Параметры течения жидкости в различных областях сопрягаются в областях II, где происходят разворот течения и возникновение струй. После разворота струи движутся по инерции по касательной к поверхности тела в точках отрыва, давление в них близко к атмосферному. В [15] показано, что движение струй можно рассматривать как одномерное и зависящее только от скорости частицы жидкости, находящейся в основании струи, при этом влиянием течения в струях на течение в областях II, а следовательно и в остальных областях, можно пренебречь. В соответствии с методом [9] течения в областях I и III сопрягаются между собой и с состоянием покоя в области IV с помощью законов сохранения, выполненных в областях II.

Толщина слоя жидкости под телом в области I определяется из выражения

$$H(t, X) = Y_O(t) + f(t, X).$$

Зависимость

$$y = f(t, X), \quad -c(t) < X < c(t) \quad (4)$$

представляет собой уравнение движения контура плоской фигуры в рассматриваемом сечении.

Проведенный в [9] анализ порядков основных величин показал, что в области I течение жидкости можно рассматривать в рамках нелинейной теории мелкой воды. При определении горизонтальной скорости течения u и гидродинамического давления p можно пренебречь их зависимостью от вертикальной координаты Y , учитывая зависимость от вертикальной компоненты скорости жидкости. Таким образом, $u = u(t, X)$, $p = p(t, X)$, $v = v(t, X, Y)$. При $-c(t) < X < c(t)$, $0 < Y < H(t, X)$ уравнение Эйлера и уравнение неразрывности принимают вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial X} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial X}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} = 0. \quad (6)$$

Условие непротекания на поверхности тела

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n},$$

где $\mathbf{v} = (0, \dot{H})$ — вектор скорости точки (X, Y) , принадлежащей поверхности тела; $\mathbf{v}_f = (u, v)$ — вектор скорости жидкости в этой точке; $\mathbf{n} = (-\partial f / \partial X, 1)$ — внешняя нормаль к поверхности тела, может быть записано следующим образом:

$$v = u \frac{\partial f}{\partial X} + \dot{H}, \quad (7)$$

$$Y = H(t, X), \quad -c(t) < X < c(t).$$

Условие непроницаемости нижней поверхности слоя жидкости имеет вид

$$v = 0, \quad Y = 0. \quad (8)$$

Гидродинамическая нагрузка $P(t, Z, Y_O, \dot{Y}_O, \ddot{Y}_O)$ в сечении Z определяется путем интегрирования давления $p = p(t, X)$ по X с учетом уравнения (5):

$$P(t) = 2 \left(c \left(p_c + \frac{\rho}{2} u_c^2 \right) + \rho \int_0^c X \frac{\partial u}{\partial t} dX - \frac{\rho}{2} \int_0^c u^2 dX \right) \quad (9)$$

($p_c = p(t, c)$, $u_c = u(t, c)$) — значения давления и горизонтальной скорости на границе области I).

Функции $u(t, X)$ и $\partial u(t, X) / \partial t$ определяются после интегрирования уравнения неразрывности (6) с учетом краевых условий (7), (8):

$$u = -\frac{1}{H} \int_0^X \dot{H} dX, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{H} \left(u \dot{H} + \ddot{Y}_O X + \int_0^X \ddot{f} dX \right). \quad (10)$$

Для замыкания задачи необходимо определить величины $c(t)$, $p_c(t)$. Для этого нужно найти решение в области II и согласовать его с решениями в областях I, III, IV. В [9] с

использованием квазистационарного приближения для описания течения в области II, обусловленного особенностью его кинематики (см. рис. 2,б), из законов сохранения получены зависимости

$$\dot{c} = \frac{u_c}{2(1 - \sqrt{h/H_c})}, \quad p_c = \frac{\rho u_c^2}{2(\sqrt{H_c/h} - 1)}, \quad (11)$$

где $H_c = H(t, c(t))$.

Подставляя выражения (3), (9), (10) в дифференциальное уравнение движения центра масс тела (1), получаем

$$(m + m') \ddot{Y}_O = \Phi, \quad (12)$$

где

$$m' = 2\rho \int_{c_-}^{c_+} \left(\int_0^c \frac{X^2}{H} dX \right) dZ,$$

$$\Phi = \int_{c_-}^{c_+} \left[c(2p_c + \rho u_c^2) - \rho \int_0^c u^2 dX - 2\rho \int_0^c \frac{X}{H} \left(u\dot{H} + \int_0^X \ddot{f} dX \right) dX \right] dZ.$$

В соответствии с выбранным методом интегралы в пределах от c_- до c_+ определяются суммированием соответствующих величин по их значениям в рассматриваемых сечениях. Полученная начальная задача (12), (2) позволяет определить движение тела при известных параметрах течения $c(t)$, $p_c(t)$, которые в свою очередь зависят от движения тела.

3. Численные расчеты. Расчеты проводились для тела эллипсоидальной формы, движущегося со скоростью $V = (V_Y(t), V_Z)$ и наклоненного к оси Oz под углом φ (см. рис. 1,а). При определении функции $f(t, x)$ в уравнении (4) использовались система координат $Oxyz$ с началом в центре масс тела, поступательно перемещающаяся вместе с телом, и сопутствующая (жестко связанная с телом) система координат $O\xi\eta\zeta$, оси которой являются главными осями эллипсоида. Связь этих систем определяется формулами

$$X = x, \quad Y = Y_O(t) + y, \quad Z = Z_O(t) + z,$$

$$x = \xi, \quad y = \zeta \sin \varphi + \eta \cos \varphi, \quad z = \zeta \cos \varphi - \eta \sin \varphi.$$

В сопутствующей системе координат $O\xi\eta\zeta$ поверхность эллипсоида задается каноническим уравнением

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\eta^2}{B^2} + \frac{\zeta^2}{C^2} = 1,$$

где A, B, C — длины соответствующих полуосей. Контур плоской фигуры, образующейся в сечении $z(t) = Z - Z_O(t)$, является эллипсом (см. рис. 1,б), который определяется уравнением

$$\frac{x^2}{a^2(t)} + \frac{(y - y_K)^2}{b^2(t)} = 1,$$

где $y_K(t)$ — координата центра данного эллипса в системе $Oxyz$:

$$y_K = \frac{z(C^2 - B^2) \sin \varphi \cos \varphi}{C^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi},$$

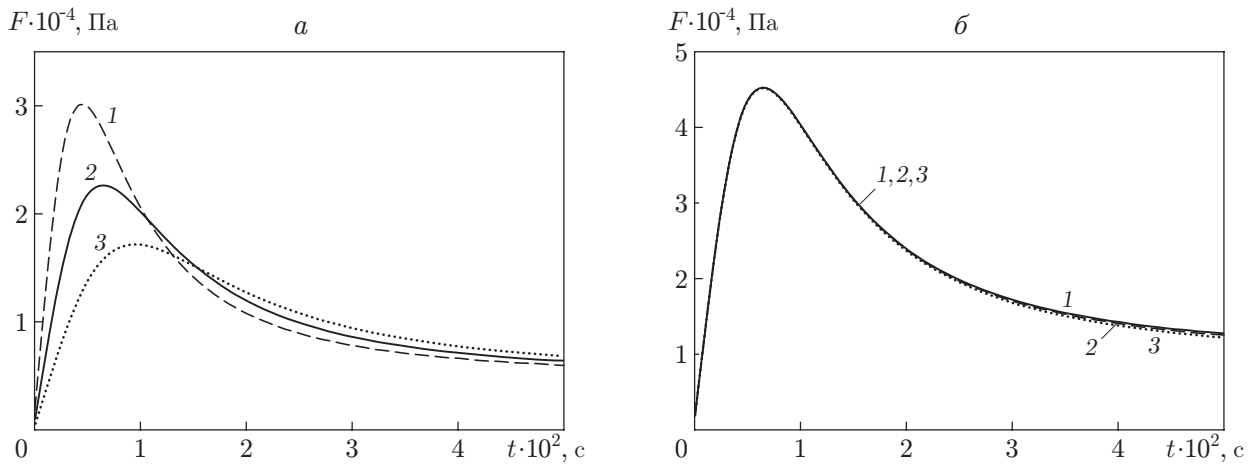


Рис. 3. Зависимость гидродинамической силы от времени:

a — при различной толщине слоя жидкости (1 — $h = 0,05$ м, 2 — $h = 0,10$ м, 3 — $h = 0,20$ м); *б* — при различных значениях горизонтальной скорости эллипсоида (1 — $V_Z = 20$ м/с, 2 — $V_Z = 30$ м/с, 3 — $V_Z = 40$ м/с)

$a(t)$, $b(t)$ — длины полуосей:

$$a(t) = A \sqrt{1 - \frac{z(t)^2}{C^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi}}, \quad b(t) = \frac{BC \sqrt{C^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi - z(t)^2}}{C^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi}.$$

Таким образом, уравнение (4) для эллипсоида имеет вид

$$y = y_K(t) - \frac{b(t)}{a(t)} \sqrt{a^2(t) - x^2}.$$

В расчетах использовались следующие значения величин: длины полуосей эллипсоида $A = 1$ м, $B = 0,5$ м, $C = 5$ м, масса тела 500 кг, толщина слоя жидкости $h = 0,1$ м, расстояние между плоскими сечениями $\delta = 0,1$ м, угол отклонения тела от горизонтального положения $\varphi = 0^\circ$, горизонтальная скорость эллипсоида $V_Z = 20$ м/с, начальная вертикальная скорость $V_Y = -1$ м/с. Расчеты проводились при изменении одного из перечисленных параметров и неизменных значениях остальных параметров.

На рис. 3 показана зависимость гидродинамической силы, действующей на движущееся тело, от времени при различных значениях толщины слоя жидкости и горизонтальной скорости эллипсоида. Из рис. 3, *a* следует, что сила F резко увеличивается в течение малого промежутка времени, не превышающего 0,01 с, а затем плавно уменьшается до значения, равного весу эллипсоида. При уменьшении толщины слоя жидкости максимальные значения давления увеличиваются и достигаются быстрее. Начиная с момента $t = 0,03$ с гидродинамические нагрузки на тело уменьшаются, при этом эллипсоид продолжает погружаться в жидкость. За рассматриваемый промежуток времени эллипсоид не успевает достигнуть нижней поверхности слоя жидкости. На рис. 3, *б* видно, что в используемой модели гидродинамическая сила не зависит от горизонтальной скорости эллипсоида.

На рис. 4 представлена зависимость момента гидродинамических сил относительно центра масс эллипсоида от времени при различных расстояниях между сечениями и значениях горизонтальной скорости эллипсоида. Из рис. 4, *a* следует, что при уменьшении расстояния между сечениями кривые становятся более гладкими. Наличие скачков на кривых в определенные моменты времени обусловлено включением новых сечений в решение задачи в эти моменты времени. При $\delta = 0,02$ м на кривых также имеются скачки, но они

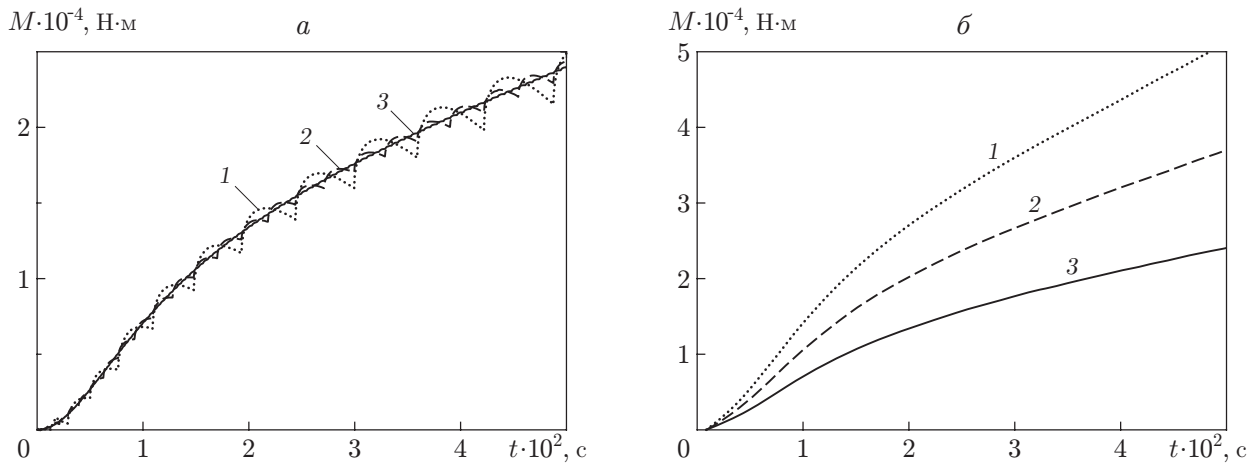


Рис. 4. Зависимость гидродинамического момента от времени:
 а — при различных расстояниях между сечениями (1 — $\delta = 0,2$ м, 2 — $\delta = 0,1$ м, 3 — $\delta = 0,02$ м); б — при различных значениях горизонтальной скорости эллипсоида (1 — $V_z = 40$ м/с, 2 — $V_z = 30$ м/с, 3 — $V_z = 20$ м/с)

настолько малы, что в используемом масштабе не видны на них. Отметим, что аналогичные скачки имеются на кривых гидродинамической силы, но для кривых, приведенных на рис. 3, 4, б, применялось сглаживание функций кубическими сплайнами. Если такое сглаживание применить к кривым 1, 2, показанным на рис. 4, а, то в используемом масштабе они совпадут с кривой 3. Также заметим, что при выборе достаточно малого интервала времени изменение расстояния между сечениями оказывает незначительное влияние на точность расчета движения тела.

На рис. 4, б видно, что величина гидродинамического момента, в отличие от гидродинамической силы (см. рис. 3, б), существенно зависит от горизонтальной скорости. Например, при аварийной посадке самолета могут возникнуть большие моменты гидродинамических сил, которые необходимо компенсировать для предотвращения его опрокидывания.

На рис. 5 представлены изолинии гидродинамического давления в области контакта эллипсоида с жидкостью в различные моменты времени. Рис. 5, а–в соответствуют начальной стадии удара, сопровождающейся увеличением силы гидродинамического давления до максимума. На этом этапе движения формируется область больших значений давления, концентрирующихся вблизи передней кромки. Рис. 5, г–е соответствуют конечной стадии удара, на которой гидродинамическая сила уменьшается. Видно, что в задней части пятна контакта формируется область пониженного давления (см. рис. 5, г), которая, постепенно расширяясь (см. рис. 5, д), в некоторый момент времени выходит на границу пятна, при этом образуется зона отрыва (отслоения) жидкости от тела, занимающая приблизительно половину площади области контакта. Этот момент времени можно считать моментом завершения ударной стадии движения.

На рис. 6, а представлены распределения гидродинамического давления в продольном сечении эллипсоида, полученные в данной работе и [16] при $t = 0,0525$ с и различных значениях толщины слоя жидкости. В [16] рассматривается не свободное падение, а заданное равномерное движение эллипсоида с полуосями длиной $A = 10$ м, $B = C = 1$ м, горизонтальной и вертикальной скоростями $V_z = 50$ м/с, $V_y = -1$ м/с. В работе [16] также использовалось разбиение пространства на полосы и определялись нагрузки на эллипсоид путем решения двумерных задач, но размер области контакта определялся с использованием подхода Вагнера для модели бесконечно глубокой жидкости. Видно, что в случае

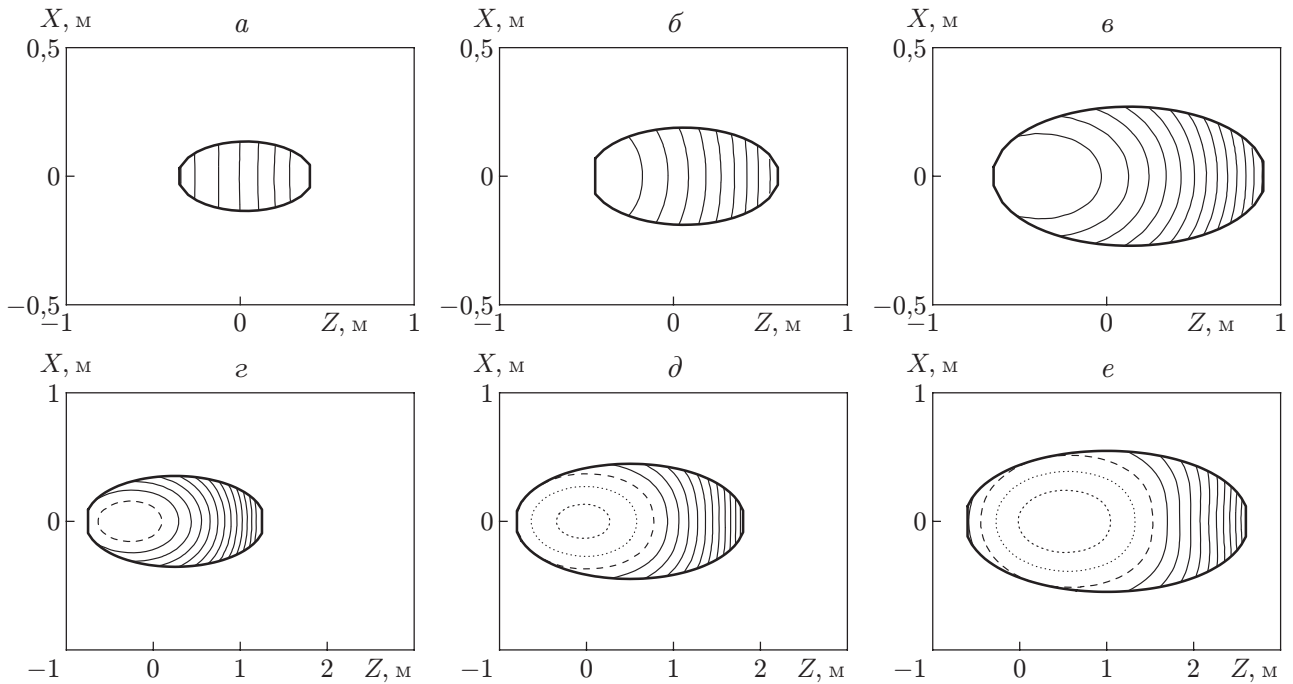


Рис. 5. Изолинии гидродинамического давления в области контакта тела с жидкостью в различные моменты времени:

$a - t = 0,0015$ с, $б - t = 0,003$ с, $в - t = 0,0065$ с, $г - t = 0,0125$ с, $д - t = 0,025$ с, $е - t = 0,05$ с; сплошные линии — $p > 0$, штриховые — $p = 0$, пунктирные — $p < 0$

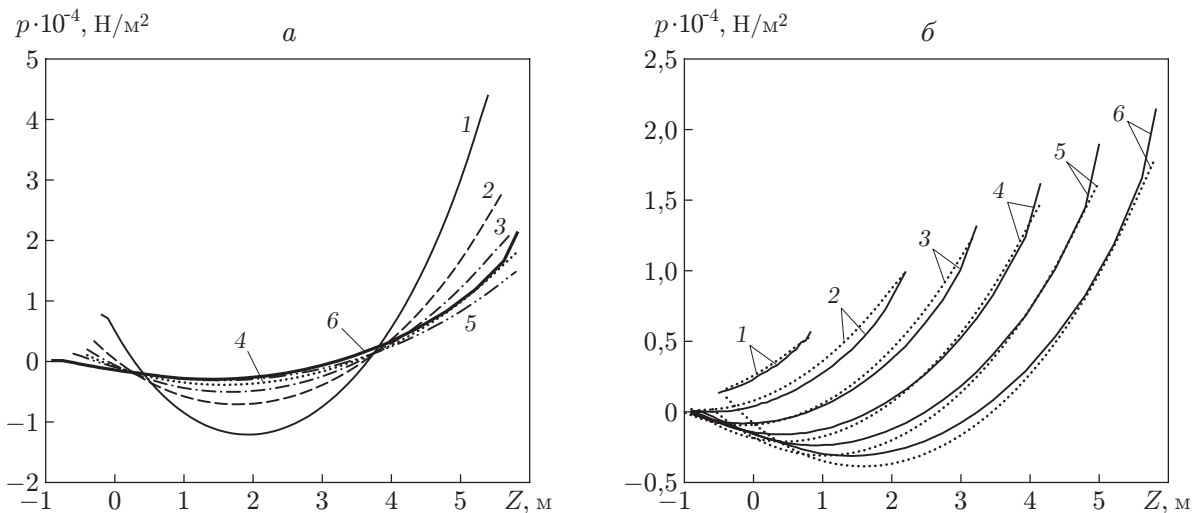


Рис. 6. Распределение гидродинамического давления в продольном центральном сечении эллипсоида:

a — при различной толщине слоя жидкости в момент $t = 0,0525$ с ($1 - h = 0,25$ м, $2 - h = 0,5$ м, $3 - h = 0,75$ м, $4 - h = 1$ м, $5 - h = 1,25$ м), $б$ — в различные моменты времени ($1 - t = 0,0025$ с, $2 - t = 0,0125$ с, $3 - t = 0,0225$ с, $4 - t = 0,0325$ с, $5 - t = 0,0425$ с, $6 - t = 0,0525$ с); сплошные линии — данные работы [16], пунктирные — расчет по предложенной модели

мелкой воды, рассмотренном в настоящей работе, характерно наличие большого градиента гидродинамического давления, который уменьшается с увеличением толщины слоя жидкости. Следует отметить, что если толщина слоя жидкости превышает некоторое значение, то предложенная модель неприменима. Наилучшее соответствие результатов численных расчетов по предложенной модели в рамках теории мелкой воды и результатов [16] имеет место при толщине слоя жидкости $h = 1$ м. На рис. 6, б представлены распределения гидродинамического давления, полученные в данной работе и в [16] в различные моменты времени. Видно, что результаты, полученные по двум моделям, хорошо согласуются.

Заключение. Исследована задача о наклонном ударе вытянутого тела по тонкому слою жидкости. Метод решения задачи основан на подходе $2D + t$, в котором рассматривается движение тела через плоские неподвижные сечения. Для определения гидродинамического давления в плоских сечениях поставлена задача о вертикальном погружении изменяющегося во времени контура в тонкий слой жидкости, для решения которой используется метод сращиваемых асимптотических разложений. Получены зависимости гидродинамической силы и момента от времени при различных значениях параметров задачи. Исследовано распределение гидродинамического давления по пятну контакта тела с жидкостью. Показано, что максимальные значения гидродинамической силы достигаются на начальной стадии соударения и существенно зависят от толщины слоя жидкости. При большой горизонтальной скорости в конце ударной стадии движения тело продолжает равномерно погружаться в жидкость, при этом образуется широкая зона пониженного давления, в которой возможно отслоение жидкости от тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Von Kármán T.** The impact of seaplane floats during landing: Tech. Note / NASA. N 321. Washington, 1929. P. 309–313.
2. **Wagner H.** Über Stoss- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten // Z. angew. Math. Mech. 1932. Bd 12, h. 4. S. 193–215.
3. **Faltinsen O. M., Landrini M., Greco M.** Slamming in marine applications // J. Engng Math. 2004. V. 48, N 3/4. P. 187–217.
4. **Korobkin A. A., Khabakhpasheva T. I.** Regular wave impact onto an elastic plate // J. Engng Math. 2006. V. 55, N 1–4. P. 127–150.
5. **Седов Л. И.** Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1950.
6. **Лаврентьев М. А., Келдыш М. В., Маркушевич А. И. и др.** Сборник статей по вопросам удара о поверхность воды. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 1935. (Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та; Вып. 152).
7. **Седов Л. И.** Об ударе твердого тела, плавающего на поверхности несжимаемой жидкости. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 1934. (Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та; Вып. 187).
8. **Повицкий А. С.** Удар при посадке гидросамолета. М.: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 1935. (Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та; Вып. 199).
9. **Korobkin A. A.** Impact of two bodies one of which is covered by a thin layer of liquid // J. Fluid Mech. 1995. V. 300. P. 43–58.
10. **Howison S. D., Ockendon J. R., Oliver J. M.** Deep- and shallow-water slamming at small and zero deadrise angles // J. Engng Math. 2002. V. 42, N 3/4. P. 373–388.
11. **Khabakhpasheva T. I.** Fluid-structure interaction during the impact of a cylindrical shell on a thin layer of water // J. Fluids Structures. 2009. V. 25, N 3. P. 431–444.

12. **Shibue T., Ito A., Nakayama E.** Structural response analysis of cylinders under water impact // Proc. of the Intern. conf. on hydroelasticity in marine technology, Trondheim (Norway), 22–28 May 1994. S. l.: CRC Press, 1994. P. 221–228.
13. **Ionina M. F., Korobkin A. A.** Water impact on cylindrical shell // Proc. of the 14th Intern. workshop on water waves and floating bodies, Michigan (USA), 11–14 Apr. 1999. S. l., 1999. P. 44–47.
14. **Батяев Е. А., Хабахпашева Т. И.** Наклонное падение тела на тонкий слой жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 2. С. 68–80.
15. **Howison S. D., Ockendon J. R., Wilson S. K.** Incompressible water-entry problems at small deadrise angles // J. Fluid Mech. 1991. V. 222. P. 215–230.
16. **Tassin A., Korobkin A. A., Cooker M. J.** Modelling of the oblique impact of an elongated body by a 2D + t approach // Proc. of the 27th Intern. workshop on water waves and floating bodies, Copenhagen (Denmark), 22–25 Apr. 2012. S. l., 2012. P. 189–192.

Поступила в редакцию 6/VIII 2014 г.
