

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ И ГОРЕНИЕ ЧАСТИЦ МАГНИЯ В НЕОДНОРОДНОМ ТЕПЛОВОМ ПОЛЕ

А. В. Федоров, А. В. Шульгин

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск
fedorov@itam.nsc.ru, shulgin@itam.nsc.ru

Разработана распределенная двумерная математическая модель воспламенения и горения частиц магния с учетом гетерогенной химической реакции и области теплового влияния частицы на газ. Решены задачи воспламенения частиц под действием равномерного и неравномерного тепловых полей в прямоугольном микроканале.

Ключевые слова: воспламенение, горение, гетерогенная химическая реакция, математическое моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема математического моделирования воспламенения и горения частиц металлов представляет существенный интерес для различных отраслей промышленности. В [1] были представлены в основном точечные и частично распределенные модели процесса воспламенения мелких металлических частиц, когда низкотемпературное окисление проходит на поверхности частицы, тепло, рассеиваемое в газовую фазу, не учитывается. Это означает, что толщина так называемой «приведенной пленки» пренебрежимо мала. В работах [2–4] разработана распределенная математическая модель воспламенения частицы магния с учетом гетерогенной химической реакции и области теплового влияния частицы на газ в одномерной постановке. В данной работе результаты, полученные в [2–4], обобщаются на случай одно- и двумерной математической модели, позволяющей получить реалистичную температуру частицы после воспламенения. Достигается это благодаря использованию представлений о торможении части гетерогенных реакций, протекающих на поверхности частицы при достижении некоторой предельной температуры T_m [1]. Разработка плоской математической модели обусловлена тем, что изучается влияние области газа, окружающего частицу, на процессы воспламенения и последующего горения. Отметим, что в работах [2–4] граница области газового слоя имела форму окружности.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двухфазную среду, состоящую из частицы магния радиуса r_p , $R_p = \{-r_p \leq x, y \leq r_p\}$, которая находится в газовой области $R_g = \{(x, y) \in (-L_x, L_x) \cup (-L_y, L_y) \setminus R_p\}$. Математическая модель, описывающая поля температур частицы T_2 и окружающего газа T_1 , имеет вид:

$$\rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} \right), \quad (x, y) \in R_p, \quad (1)$$

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right), \quad (x, y) \in R_g, \quad (2)$$

где ρ_i , λ_i , c_i — плотности, коэффициенты теплопроводности и удельные теплоемкости газа ($i = 1$) и частицы ($i = 2$). Уравнения (1), (2) должны удовлетворять начальному условию

$$T_1(x, y, 0) = T_{01}(x, y), \quad (3)$$

$$T_2(x, y, 0) = T_{02}(x, y),$$

условию теплообмена на границе газовой области

$$\lambda_1 \mathbf{n} \cdot \nabla T_1(x, y, t) = -\alpha(T_1(x, y, t) - T_c(x, y)), \quad (x, y) \in \partial R_g, \quad (4)$$

и граничным условиям на разделе фаз

$$T_2(x, y, t) = T_1(x, y, t), \quad (x, y) \in \partial R_p, \quad (5)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 06-01-00299).

$$\begin{aligned} \lambda_2 \mathbf{n} \cdot \nabla T_2(x, y, t) &= \lambda_1 \mathbf{n} \cdot \nabla T_1(x, y, t) + \\ &+ q_0 \rho_3 f(T_m, T_2) K \exp \left[-\frac{E}{RT_2(x, y, t)} \right], \quad (6) \\ (x, y) &\in \partial R_p, \end{aligned}$$

где q_0 — удельное тепловыделение на массу оксида, ρ_3 — плотность оксида, K — предэкспонент в законе окисления, E — энергия активации низкотемпературного окисления, R — универсальная газовая постоянная, $\alpha = \text{Nu}/2$ — коэффициент теплообмена между частицей и газом, Nu — число Нуссельта, T_c — температура на границе газовой области, $f(T_m, T_2) = 1$ (модель 1) или $f(T_m, T_2) = T_m - T_2$ (модель 2), T_m — некоторая предельная температура.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\bar{x} = \frac{x}{r_p}, \quad \bar{y} = \frac{y}{r_p}, \quad \bar{T}_i = \frac{T_i}{T_0}, \quad \bar{T}_c = \frac{T_c}{T_0}, \quad (7)$$

$$\bar{L}_x = \frac{L_x}{r_p}, \quad \bar{L}_y = \frac{L_y}{r_p}, \quad \bar{\alpha} = \alpha \frac{r_p}{\lambda_1};$$

$$\bar{t} = t \frac{\lambda_2}{\rho_2 c_2 r_p^2} = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\rho_2 c_2 r_p^2}{\lambda_2}, \quad (8)$$

$$\bar{C}_1 = \frac{\lambda_1 \rho_2 c_2}{\lambda_2 \rho_1 c_1}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad \bar{E} = \frac{E}{RT_0};$$

$$\bar{q}_0 = \frac{q_0 \rho_3 K r_p}{\lambda_1 T_0} \quad (\text{модель 1}), \quad (9)$$

$$\bar{q}_0 = \frac{q_0 \rho_3 K r_p}{\lambda_1} \quad (\text{модель 2}).$$

Опуская черту над безразмерными переменными, запишем постановку задачи в окончательном виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(-k \nabla T) = 0, \quad (10)$$

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y, 0), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \nabla T(x, y, t) &= -\alpha(T(x, y, t) - T_c(x, y)), \\ (x, y) &\in \partial R_g, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T_+(x, y, t) &= \mathbf{n} \cdot \nabla T_-(x, y, t) + \\ &+ q_0 f(T_m, T_2) \exp \left[-\frac{E}{T(x, y, t)} \right], \quad (13) \\ (x, y) &\in \partial R_p. \end{aligned}$$

Здесь $k = 1$ в области частицы, $k = C_1$ в области газа, в (13) индексом + отмечены значения на границе со стороны частицы, индексом минус — со стороны газа. Значения физико-механических параметров приведены в [2]. Численно задача (10)–(13) решалась с помощью пакета FlexPDE [5].

ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Тестирование

Чтобы оценить результаты, получаемые с использованием пакета FlexPDE, проведем тестовые расчеты и сравним их с данными [2, 3], полученными конечно-разностным методом в одномерной постановке. Для этого предположим, что газовая область R_g представляет собой кольцо с внешним радиусом L , на границе которого задано условие однородного теплообмена типа (12): $\mathbf{n} \cdot \nabla T = -\alpha(T - T_c)$.

В соответствии с теорией, развитой в [1, 3], многообразие катастроф в рассматриваемой задаче определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\alpha L^\nu / q_0}{1 + \frac{\alpha L}{\nu - 1} - \frac{\alpha L^\nu}{\nu - 1}} = \\ &= \frac{f(T_m, T_2)}{T_2 - T_c} \exp \left(-\frac{E}{T_2} \right) \quad (14) \end{aligned}$$

($\nu = 0, 2$ для декартовых и сферических координат соответственно), а точки разворота многообразия катастроф — соотношением

$$T_2^\pm = \frac{E}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_c}{E}} \right) \quad (15)$$

для модели 1 и соотношением

$$\begin{aligned} T_2^\pm &= \frac{E(T_m + T_c)}{2(E + T_m - T_c)} \times \\ &\times \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_m T_c (E + T_m - T_c)}{E(T_m + T_c)^2}} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

для модели 2. Из (15), (16) следует, что должно выполняться условие $E \geq E_{\min}$, где $E_{\min} = 4T_c$ для (15) и $E_{\min} = 4T_m T_c / (T_m - T_c)$ для (16). Как показано в [1, 2], при $\beta \geq \beta_-$ существует решение $T_2 \in [T_-, T_c]$, которое описывает режим регулярного нагрева. При $\beta_- \leq \beta \leq \beta_+$

имеющееся решение $T_2 \in [T_-, T_+]$ соответствует неустойчивому режиму разогрева. И, наконец, при $0 \leq \beta \leq \beta_-$ решение $T_2 \geq T_-$ попадает на ветвь многообразия воспламенений, соответствующую феноменологическому критерию воспламенения. Здесь через β_{\pm} обозначены значения данной величины, вычисленные в точках разворота, т. е. при $T_2 = T_2^{\pm}$.

Регулярный режим нагрева. Выберем $\beta \geq \beta_-$ и $T_c = 1122$ К. Была решена задача выхода на стационарный (без воспламенения) режим разогрева частицы магния радиуса $r_p = 17$ мкм для газовой области длиной, равной двум радиусам частицы. При этом методом [2] задача решалась как одномерная в силу симметрии постановки, а пакетом FlexPDE — как двумерная. Максимальное различие между результатами расчетов составляет менее 1 %; в частности, значение температуры в точке $L = 2$ равняется 3.80 (FlexPDE) и 3.79 (одномерная задача).

Режим воспламенения. Выберем $\beta < \beta_-$. Параметр q_0 рассчитываем в соответствии с (14):

$$q_0 = \frac{1}{\beta} \frac{\alpha L^{\nu}}{1 - \frac{\alpha L}{\nu - 1} + \frac{\alpha L^{\nu}}{\nu - 1}}. \quad (17)$$

Пусть $L = 2$, $r_p = 17$ мкм, $T_c = 1122$ К, $T_m = 2T_c$. В табл. 1 приведены значения времени задержки воспламенения t_{ign} , рассчитан-

ные по модели 2 в одномерной постановке при $\beta < \beta_- = 4.23083 \cdot 10^{-5}$. При расчете по модели 1 при $\beta = \beta_2 = 8.2035 \cdot 10^{-6}$ ($\beta_1 = 7.09181 \cdot 10^{-6} < \beta_2 < \beta_3 = 1.05600 \cdot 10^{-5}$, см. табл. 1) получено $t_{ign} = 20.9$ мс. Различие значений t_{ign} , рассчитанных по моделям 1 и 2, составило около 3 %.

В табл. 2 представлены данные зависимости времени воспламенения t_{ign} от размера газовой области L , полученные методом [2] (столбцы 2–4) и методом конечных элементов (МКЭ) (FlexPDE, столбец 5). При этом в столбце 2 приведены результаты расчета по модели 1 при $\beta = \beta_2$ (данные [2]), в столбцах 3–5 — по модели 2 при $\beta = \beta_3$, $\beta = \beta_1$, $\beta = \beta_2$ соответственно. Сопоставление данных показывает, что времена задержки воспламенения, вычисленные разными методами, совпадают с точностью ≈ 0.6 %. Кроме того, эти времена оказываются близкими и при использовании различных моделей. При этом модель 2 имеет то преимущество, что позволяет определить физически реальное значение температуры частицы после воспламенения. Отметим также, что значения t_{ign} в столбцах 2–4 табл. 2 получены при выполнении условия $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$, т. е. действительно получена оценка времени задержки воспламенения для модели 1. Например, при $L = 2$ имеем $18.4 < 20.9 < 21.6$ мс.

Результаты расчета времени воспламенения в зависимости от радиуса частицы по модели 2 при $\beta = \beta_3$, $L = 2$, $T_c = 1122$ К и $T_c = 1538$ К представлены в табл. 3 и на рис. 1. Расчеты проводились методом [2] и МКЭ. Видно, что время воспламенения возрастает с увели-

Таблица 1
Время задержки воспламенения при $\beta < \beta_-$

$\beta \cdot 10^5$	t_{ign} , мс
3.95029	110.9
3.64849	78.0
3.34182	65.2
3.03025	48.2
2.71374	41.4
2.39227	36.2
2.06579	31.9
1.73427	28
1.39769	24.8
1.05600	21.6
0.70918	18.4
0.35719	14.8

Таблица 2
Зависимость времени воспламенения от размера газовой области

L	t_{ign} , мс			
	Модель 1* $\beta = \beta_2$	Модель 2		
		$\beta = \beta_3$	$\beta = \beta_1$	МКЭ, $\beta = \beta_2$
2	20.9	21.6	18.4	21
4	23.2	23.4	19.8	23.2
6	24.6	24.8	21.2	24.55
8	25.2	25.8	22	25.6
10	25.6	26.5	22.7	26.4

Примечание. *Данные [2].

Таблица 3
Зависимость времени воспламенения от радиуса частицы

r_p , мкм	t_{ign} , мс			
	Метод [2]		МКЭ	
	$T_c = 1122$ К	$T_c = 1538$ К	$T_c = 1122$ К	$T_c = 1538$ К
17	21.6	8.5	21	7.9
20	29.9	11.78	29.2	11.2
30	67.35	26.5	66.8	26
40	119.7	47.1	119.1	46.6
50	187.1	73.6	186.7	73.2
60	269.4	106	268.6	105.4

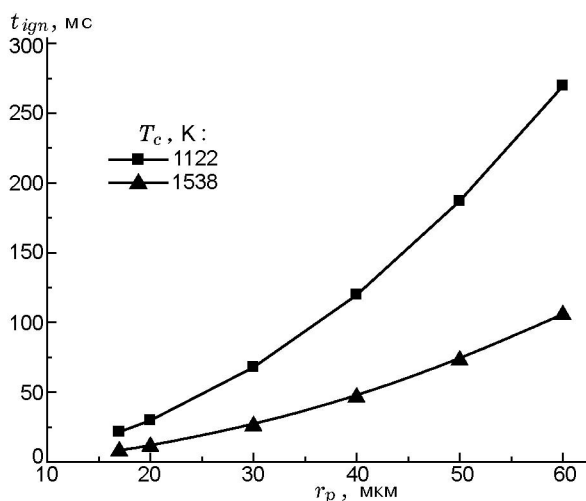


Рис. 1. Зависимость времени воспламенения от радиуса частицы

чением радиуса частицы, а при фиксированном радиусе и увеличении температуры окружающей среды, как и следовало ожидать, уменьшается.

Таким образом, результаты расчетов в зависимости от параметров L , r_p , β , выполненных по моделям 1 и 2, вполне удовлетворительно соответствуют друг другу. Кроме того, как указывалось ранее в работах [2–4], расчетные значения времени воспламенения согласуются с экспериментальными данными. После тестирования расчетного метода остановимся на обсуждении результатов, которые получены далее по модели 2.

Равномерный и неравномерный нагрев в прямоугольной микрообласти

Одиночная частица. Пусть область газа R_g представляет собой квадрат со сторонами $L_x = L_y = 2$, а частица расположена в центре рассматриваемой области. При $r_p = 17$ мкм, $T_c = 1122$ К в расчете по одномерной модели получено время задержки воспламенения 21 мс, а при расчете по двумерной модели — 21.5 мс (для кольцевой области газа, окружающего частицу, различие времен задержки воспламенения составляет $\approx 2\%$) и 23.5 мс (для квадратной области газа, окружающего частицу, различие времен задержки воспламенения около 11%). При этом площадь газового слоя увеличилась на 25%. Увеличение времени задержки воспламенения при переходе от кольцевой области к квадратной физически можно объяснить увеличением объема окружающего газа, что приводит к необходимости более длительного разогрева.

Рассмотрим теперь случай неравномерного нагрева. Пусть граничные условия на границе газовой области имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \nabla T(\pm L_x, y, t) &= -\alpha(T(\pm L_x, y, t) - T_c), \\ &-L_y \leq y \leq L_y, \\ \mathbf{n} \cdot \nabla T(x, \pm L_y, t) &= -\alpha(T(x, \pm L_y, t) - T_{c1}), \\ &-L_x \leq x \leq L_x, \end{aligned} \tag{18}$$

где на вертикальных границах газовой области $T_c = 1122, 1300, 1500$ К, а на горизонтальных границах температура T_{c1} выбиралась меньше критической температуры воспламенения, равной в рассматриваемом случае ≈ 950 К [4].

Рис. 2 иллюстрирует динамику температурного поля в системе частица — газ по сечению $-L_x \leq x \leq L_x, y = 0$ для случая $T_c = 1122$ К, $T_{c1} = 900$ К. Кривая 1 соответствует началу резкого увеличения температуры на границе частицы, кривая 2 — моменту воспламенения, который определялся по критерию $|T - T_m| \leq \varepsilon$ ($t = 32.6$ мс), кривая 3 — моменту времени, когда температура во всей области частицы достигла предельного значения ($t = 35.16$ мс). Кривые, промежуточные между 2 и 3, иллюстрируют динамику разогрева. Как следует из данных рис. 2, воспламенение частицы начинается после того, как температура газа в окрестности ее границы достигает и слегка превышает предельную температуру воспламенения, которая в рассматриваемом

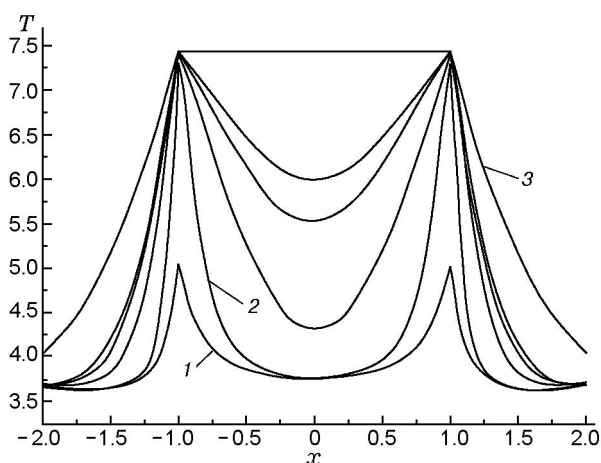


Рис. 2. Динамика поля температур в системе частица — газ

случае составляет ≈ 950 К. Линии уровня температурного поля системы, соответствующие кривым 2 и 3, приведены на рис. 3. Отметим, что если в случае равномерного нагрева воспламенение происходило одновременно на всей поверхности частицы, то при неравномерном нагреве оно начиналось на тех частях поверхности частицы, которые расположены ближе к более горячим границам газовой области. После выхода температуры частицы на предельное значение распределение температуры в системе близко к равномерному на расстоянии, примерно равном половине радиуса частицы, в остальной области оно существенно неоднород-

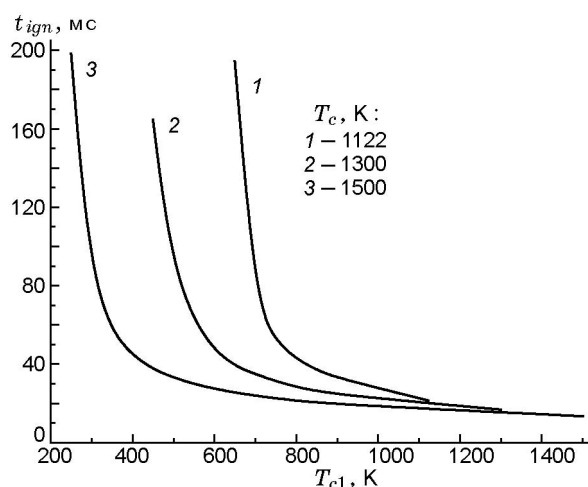


Рис. 4. Зависимость времени задержки воспламенения при уменьшении значения температуры T_{c1}

но (рис. 3, б).

На рис. 4 показано изменение времени задержки воспламенения при увеличении температуры T_{c1} на горизонтальных границах квадратной области газа размером $L_x = L_y = 2$. Видно, что с уменьшением значений T_{c1} время задержки воспламенения увеличивается, а при достижении температурой T_{c1} некоторого минимального значения (в рассмотренных вариантах 600, 400, 200 К соответственно) воспламенение не происходит и наблюдается выход на регулярный режим разогрева. При увеличе-

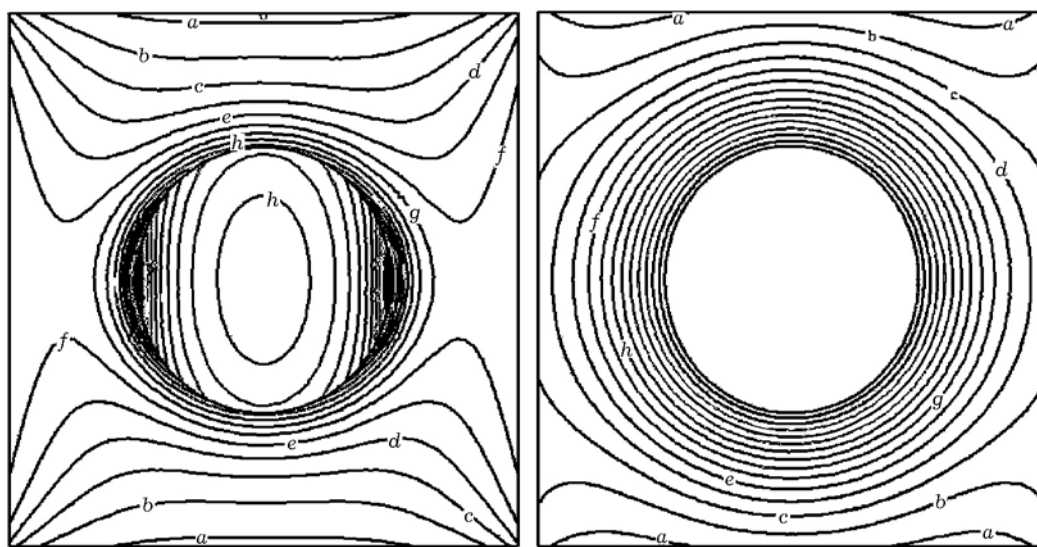


Рис. 3. Линии уровня температурного поля системы частица — газ:
а — $t = 32.6$ мс, б — $t = 35.16$ мс

нии T_{c1} кривые сближаются, при этом предельное значение времени задержки воспламенения для каждой кривой соответствует его величине при $T_{c1} = T_c$ (при $T_{c1} = 1\,122, 1\,300, 1\,500$ К соответственно $T_{ign} = 23.5, 16.9, 13.4$ мс).

Введем понятие осредненной температуры границы газовой области: $\langle T \rangle = \frac{\sum_i S_i T_{ci}}{\sum_i S_i}$, где T_{ci} — температура на i -й границе, S_i — площадь i -й границы. Как следует из проведенных расчетов, во всех трех вариантах условием воспламенения является $\langle T \rangle > 875$ К. Это значение с точностью $\approx 8\%$ согласуется со значением критической температуры воспламенения T_{cr} . Таким образом, осредненная температура $\langle T \rangle$ может служить критерием воспламенения и в условиях неоднородного нагрева, а именно: воспламенение частицы имеет место, если $\langle T \rangle > T_{cr}$.

Представляет интерес продолжить исследование влияния размера области газа, окружающей частицу, на время ее воспламенения. Пусть S_{sq} — площадь квадратной области газа, S_{circ} — круговой области. Для того чтобы выполнялось условие равенства площадей (объемов) $S_{sq} = S_{circ}$, необходимо задать условие $L_x = L_y = \sqrt{\pi}$. В этом случае при $T = 1\,122, 1\,300, 1\,500$ К для квадратной области соответственно $t_{ign} = 18.7, 13.2$ и 10.3 мс (рис. 5, кривая 1), для круговой — $t_{ign} = 21.5, 14.2$ и 11.2 мс (рис. 5, кривая 2). Можно отметить, что с ростом инициирующей температуры времена

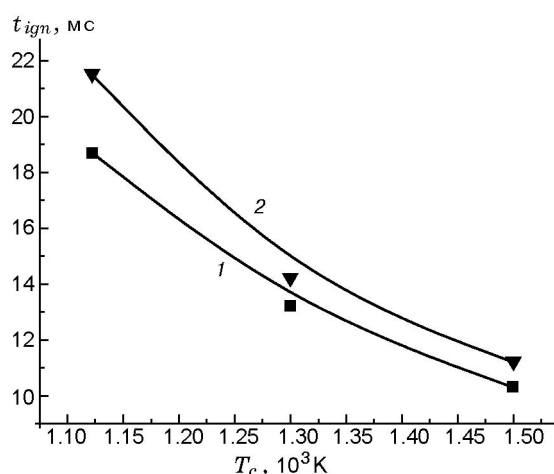


Рис. 5. Зависимость времени задержки воспламенения от температуры на границе газовой области:

1 — квадратная область, 2 — круговая

задержки сближаются. Это соответствует тому физическому факту, что при больших температурах увеличение газовой области становится несущественным.

Оказалось возможным в задаче воспламенения с цилиндрической симметрией найти коэффициент перехода к задаче воспламенения в рамках плоской постановки по параметру t_{ign} . Если размеры прямоугольника принять равными $L_x = L_y \approx 1.85$, то можно достичь равенства времен t_{ign} . Это означает, что при расчете нагрева частицы в цилиндрическом и плоском приближениях значения t_{ign} одинаковы. При этом можно пересчитать площадь эквивалентного квадрата (сечение канала, в котором помещена частица (нить)) по отношению к площади цилиндрического канала в виде $S_{sq}/S_{circ} = 1.85\sqrt{\pi}$. Это соотношение остается верным и при других размерах газовой области и температурах на ее границах. В частности, при сохранении данного соотношения и изменении инициирующей температуры при $T_c = 1\,300$ К для квадратной области газа $t_{ign} = 6.59$ мс, а для цилиндрической — $t_{ign} = 6.46$ мс; при $T_c = 1\,500$ К для квадратной области $t_{ign} = 5.05$ мс, а для цилиндрической — $t_{ign} = 4.94$ мс. Кроме того, был проведен расчет при увеличенных в два раза размерах соответствующих областей. Здесь время задержки воспламенения в квадратной области составило 20.16 мс, а в цилиндрической — 19.8 мс при фиксированной температуре $T_c = 1\,500$ К. Как видно, различия незначительны. Тем самым введено и подтверждено расчетами понятие эквивалентного цилиндрического слоя в данном диапазоне температур окружающей среды и размеров областей.

Две частицы. Рассмотрим квадратную область газа размером $L_x = L_y = 4$, в которой расположены две частицы одинакового размера, координаты центров которых $(\pm L_x/2, 0)$. На всей границе газовой области зададим условие равномерного теплообмена с температурой $T_c = 1\,122$ К. Время задержки воспламенения составило 21.55 мс вместо 26.5 мс в случае такой же области, но с одной частицей в центре. Уменьшение времени задержки объясняется тем, что частицы расположены ближе к боковым границам газовой области, а также их тепловым взаимодействием. На рис. 6 показано распределение температуры в системе по сечению $-L_x \leq x \leq L_x, y = 0$ в момент воспламенения. Видно, что в момент воспламенения распределение температуры в системе существен-

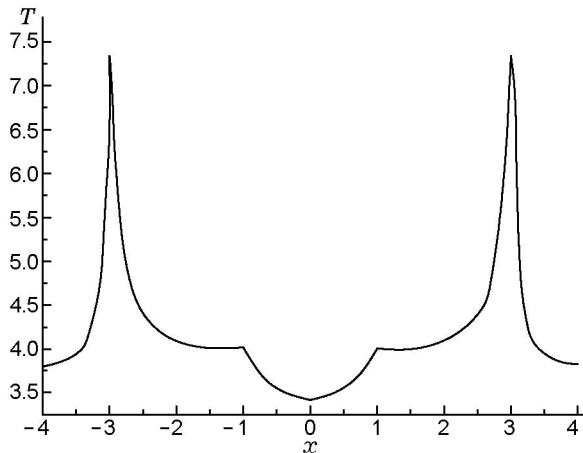


Рис. 6. Распределение температуры в системе две частицы — газ в момент воспламенения при однородном нагреве

но неравномерное. На тыльных сторонах обеих частиц температура гораздо меньше температуры фронтальной части частицы. То есть температурное поле является градиентным.

Далее рассмотрим неравномерный нагрев системы из двух частиц и газа, задавая на правой вертикальной границе области газа $x = L_x$, $-L_y \leq y \leq L_y$ условие теплообмена $\mathbf{n} \cdot \nabla T = -\alpha(T - T_c)$, а на остальных границах — условие $\mathbf{n} \cdot \nabla T = 0$. В этом случае сначала воспламеняется правая частица (ближняя к правой границе, рис. 7, распределение температуры в сечении $-L_x \leq x \leq L_x$, $y = 0$, кривая 1), время задержки ее воспламенения 68.24 мс, а

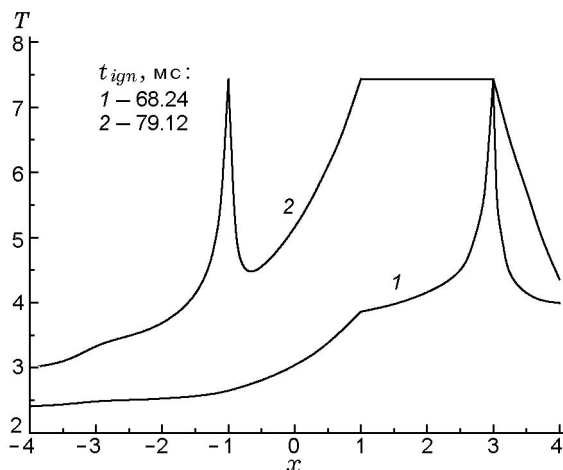


Рис. 7. Распределение температуры в системе две частицы — газ в момент воспламенения при неоднородном нагреве

затем вторая частица, время задержки 79.12 мс (рис. 7, кривая 2), причем за это время первая частица успевает выйти на стационарное значение температуры $T \approx T_m$. Тем самым и в этом случае реализуется эстафетный механизм воспламенения, ранее обнаруженный нами в рамках точечного подхода [6, 7].

Исследуем теперь влияние взаимного расположения двух частиц на время задержки воспламенения. Для этого рассмотрим предыдущую задачу неравномерного нагрева в прямоугольной области размеров $L_x = 20$, $L_y = 4$. Первая частица расположена на расстоянии одного радиуса от правой границы газовой области, с которой происходит нагрев, вторая — на расстоянии Δx от левого края первой частицы. На рис. 8 и в табл. 4 приведены данные расчетов времени задержек воспламенения первой (t_{ign1}) и второй (t_{ign2}) частиц при различных значениях Δx . Время задержки воспламенения первой частицы уменьшается с 91.4 мс при $\Delta x = 1$ до 83.1 мс при $\Delta x = 9$ и далее при увеличении значения Δx не меняется. Напротив, время задержки воспламенения второй частицы постоянно растет с увеличением Δx . Достигнутое значение времени воспламенения первой частицы больше, чем в предыдущей задаче о нагреве с квадратной областью газа, что объясняется увеличением общего объема газа.

Увеличение времени задержки воспламенения первой частицы при небольших значениях Δx вызвано тем, что часть поступающего тепла расходуется на разогрев второй частицы (теплоемкость материала частицы существенно больше теплоемкости газа), при этом наибольшее влияние на время воспламенения первой частицы отмечается при $\Delta x \leq 4 \div 5$. Таким образом, для первой частицы подтверждается наш вывод [2] о том, что характерный размер области влияния частицы на время задержки воспламенения может быть принят равным $4 \div 5$ радиусам частицы. Кривые 1 и 2 на рис. 8 приблизительно могут быть описаны зависимостями $t_{ign1} = 94.38 - 3.44\Delta x + 0.27\Delta x^2$ и $t_{ign2} = 88.65 + 3.86\Delta x + 2.21\Delta x^2$.

Однако следует отметить, что данные по времени воспламенения второй частицы получены при условии, что тепло генерируется только от процесса воспламенения.

Перейдем к исследованию воспламенения с учетом режима горения. Считая, что в режиме горения частица сферическая и уменьшается в размере, запишем закон изменения радиуса ча-

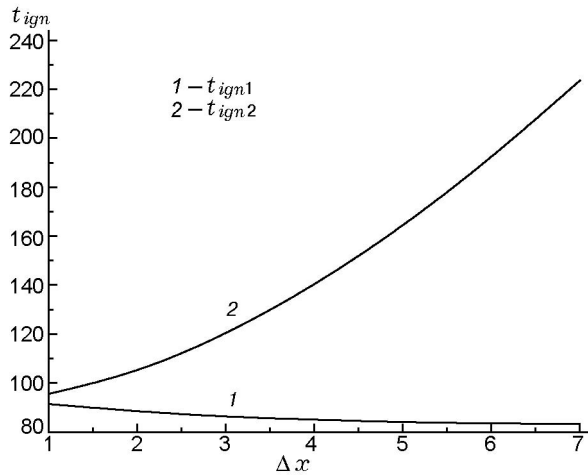


Рис. 8. Зависимость времени воспламенения двух частиц от расстояния между ними

Таблица 4
Зависимость времени воспламенения двух частиц от расстояния между ними

Δx	t _{ign1} , мс	t _{ign2} , мс	
		без учета горения	с учетом горения
1	91.4	95.5	92.82
2	88.4	104.2	97.25
3	86.2	119.7	298
4	85.1	139.7	429
5	84	163.8	558
6	83.5	191.8	—
7	83.3	223.5	—
8	83.2	258.8	—
9	83.1	297.4	—

стицы со временем в безразмерных переменных в виде

$$r = \sqrt{1 - \gamma t}, \quad (19)$$

где γ — некоторая константа. Соотношение (19) следует из так называемого закона d^2 . Граничное условие на границе раздела фаз (13) принимает вид

$$\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T_2(x, y, t) = \mathbf{n} \cdot \nabla T_1(x, y, t) - q_b(T_b - T_2) \frac{dr}{dt}, \quad (x, y) \in \partial R_p, \quad (20)$$

или с учетом (19)

$$\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T_2(x, y, t) = \mathbf{n} \cdot \nabla T_1(x, y, t) + q_b(T_b - T_2) \frac{\gamma}{2r}, \quad (x, y) \in \partial R_p, \quad (21)$$

где $q_b > q_0, T_b > T_m$. Здесь T_b имеет смысл температуры горения. В (20) второй член с правой стороны равенства соответствует теплоподводу за счет реакции горения. При этом функция $r(x(t), y(t))$, убывающая по времени, является функцией, описывающей эмпирический закон горения, как об этом сказано выше.

Можно получить аналог многообразия катастроф в случае условия (21) для одномерной задачи в стационарном случае, используя процедуру, описанную в [2]. Оно будет иметь следующий вид:

$$\beta = \frac{\alpha L^\nu / q_0}{1 - \frac{\alpha L}{\nu - 1} + \frac{\alpha L^\nu}{\nu - 1}} = \frac{T_b - T_2}{T_2 - T_c} \frac{\gamma}{2r}, \quad (22)$$

$$T_2 = \frac{q_0 T_b \gamma / 2r + A T_c}{q_0 \frac{\gamma}{2r} + A}, \quad (23)$$

$$A = \frac{\alpha L^\nu}{1 - \frac{\alpha L}{\nu - 1} + \frac{\alpha L^\nu}{\nu - 1}}.$$

Из (23) следует, что $\lim_{r \rightarrow 0} T_2 = T_b$, т. е. по мере выгорания частицы ее температура будет стремиться к значению T_b .

Проиллюстрируем решение задачи о воспламенении и горении одиночной частицы с параметрами $q_b = 1.5q_0, T_b = 1.5T_m$. Математическую модель можно сформулировать следующим образом. На первом этапе решается задача (10)–(13), описывающая воспламенение частицы, с условием теплообмена $\mathbf{n} \cdot \nabla T = -\alpha(T - T_c)$ на правой вертикальной границе области газа $x = L_x, -L_y \leq y \leq L_y$ и условием $\mathbf{n} \cdot \nabla T = 0$ на остальных границах. После воспламенения в системе рассчитывается краевая задача с условием на контакте (21), т. е. на момент времени воспламенения фиксируется распределение температуры в системе. Момент воспламенения определялся по критерию $T(0, 0) \geq 0.9T_m$ при решении задачи воспламенения. На рис. 9 (кривая 1) это распределение показано в сечении $-L_x \leq x \leq L_x, y = 0$.

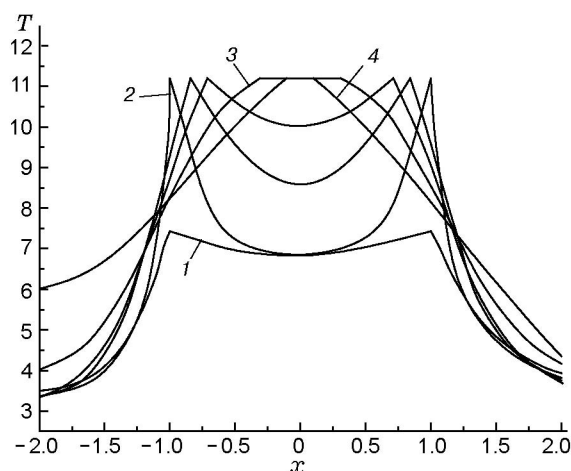


Рис. 9. Динамика поля температур в системе частица — газ с учетом горения

Далее проводится расчет с новыми параметрами модели, соответствующими горению. Кривая 2 на рис. 9 представляет собой распределение температуры в системе в момент времени, когда на поверхности частицы достигается температура, близкая к температуре горения T_b , обозначим ее через T'_b . Далее одновременно происходит уменьшение радиуса частицы (выгорание) и рост температуры в области, занятой частицей, до предельного значения T'_b (рис. 9, кривая 3). В течение данного временного интервала происходит выгорание частицы при этой температуре, вплоть до остановки расчета по критерию $r \leq 0.1r_0$ (рис. 9, кривая 4). Время горения для $\gamma = 0.5$ составило $t_b = 1.47$ мс, что согласуется с экспериментальными данными, приведенными в работе [8]. Отметим, что на всех границах, кроме правой, задано условие адиабатической стенки, что приводит к несимметричному возрастанию температуры на этих стенках.

Рассмотрим теперь случай, когда две частицы расположены в области $L_x = 20$, $L_y = 4$ на расстоянии Δx друг от друга. Будем считать, что после сгорания частицы остается коксовый остаток в виде частицы малого размера, составляющей 10 % от начального. Для простоты теплофизические переменные остатка положим такими же, как у несгоревшей частицы. Поскольку тепло от горения больше не выделяется, то граничное условие (21) заменяется равенством потоков тепла $\mathbf{n} \cdot \nabla T_2 = \mathbf{n} \cdot \nabla T_1$ (частица перешла в инертный режим). Время задержки воспламенения первой и второй ча-

стиц, полученное по модели, не учитывающей горения первой, приведено в табл. 4, второй и третий столбцы, а время задержки воспламенения второй частицы с учетом горения первой — в последнем столбце.

Можно отметить, что по первой модели воспламенения, в которой не учитывается остывание кокса, время воспламенения значительно меньше, чем при расчете по второй модели, в которой остывание кокса учитывалось. Тем не менее, зависимости $t_{ign}(\Delta x)$ качественно аналогичны, обе растут с увеличением расстояния между частицами. Можно отметить, что в интервале расстояний $\Delta x \in (2, 3)$ найдется критическое значение Δx_* , за которым время t_{ign} катастрофически изменяется, т. е. нарушается способность второй частицы к воспламенению.

Это явление обусловлено концентрационным пределом воспламенения, механизм которого, как видим, заключается в следующем. При увеличении расстояния между частицами выделяемого тепла не хватает, чтобы прогреть газовую фазу смеси, поэтому вторая частица попадает в условия недостаточной для воспламенения температуры окружающей среды. В результате ее время задержки воспламенения катастрофически нарастает.

Рассмотрим влияние размеров частиц на картину воспламенения и горения. Пусть радиус частицы 1 (ближняя к правой нагреваемой границе микроканала $L_x = 20$, $L_y = 4$) равен единице, а радиус частицы 2 равен 0.5. Вычисленные времена задержки воспламенения первой (t_{ign1}) и второй (t_{ign2}) частиц приведены в табл. 5. Если сравнить эти времена с временем задержки воспламенения частиц одинакового радиуса (см. t_{ign2}^{eq} в табл. 5), то видно, что в этом варианте время воспламенения второй частицы становится не намного меньшим. С ростом расстояния между частицами различия уменьшаются. Это может означать, что

Таблица 5
Зависимость времени воспламенения двух частиц разного размера от расстояния между ними

Δx	t_{ign1} , мс	t_{ign2} , мс	t_{ign2}^{eq} , мс	$\frac{\Delta t_{ign2}}{t_{ign2}^{eq}} \cdot 100\%$
1	85.9	87.31	92.82	5.91
2	84.9	95.06	97.25	2.25
3	84.3	292.77	298	1.75

при увеличении расстояния между частицами их размер играет все меньшую роль; вероятно, процесс воспламенения газозвесей контролируется расстоянием между частицами или их концентрацией в облаке частиц.

Пусть теперь радиусы первой и второй частиц равны 1 и 2 соответственно. Определим массовую концентрацию частиц по формуле $m_2 = \pi(r_1^2 + r_2^2)/(4L_x L_y)$. Расчеты показывают, что для области $L_x = 20$, $L_y = 4$ имеем $t_{ign1} = 97.7$ мс, $t_{ign2} = 97.7 + 1.47 + 158 = 257.17$ мс, $m_2 = 0.049$, а для области $L_x = 20$, $L_y = 8$ — $t_{ign1} = 100.6$ мс, $t_{ign2} = 100.6 + 1.47 + 279 = 381.07$ мс, $m_2 = 0.0245$. Это согласуется с ранее полученным результатом [9], в соответствии с которым при уменьшении массовой концентрации частиц время задержки воспламенения возрастает.

ВЫВОДЫ

На основе численной реализации новой двумерной математической модели воспламенения и горения мелких частиц металла в микроробластях установлено следующее:

- для частицы, находящейся в условиях неравномерного нагрева, понятие критической температуры воспламенения является обобщенным,
- в достаточно длинных микроканалах область теплового влияния в совокупности двух одинаковых частиц оценивается в 4–5 их радиусов,
- имеет место закон подобия тепловой истории частиц, расположенных в цилиндрическом и прямоугольном каналах с определенным коэффициентом подобия областей для различных физико-химических параметров,

• данная математическая модель качественно описывает явление концентрационного предела и дает возможность высказать предположение о его механизме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В., Фомин В. М., Гостеев Ю. А. Динамика и воспламенение газозвесей. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006.
2. Федоров А. В., Шульгин А. В. Сопряженная математическая модель воспламенения образцов магния // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, № 3. — С. 57–63.
3. Fedorov A. V., Shulgin A. V. About stability of the ignition process of small solid particle // J. Loss Prevention in the Process Industries. — 2007. — V. 20, issues 4–6, July–November. — P. 317–321.
4. Попов В. Н., Федоров А. В., Шульгин А. В. Численное моделирование воспламенения частицы магния в неоднородном тепловом поле // Мат. моделирование. — 2007. — Т. 19, № 6. — С. 109–117.
5. <http://www.pdesolutions.com>.
6. Гостеев Ю. А., Федоров А. В. Дискретно-континуальная модель распространения пламени в газозвеси металлических частиц. I. Одномерное приближение // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 81–93.
7. Гостеев Ю. А., Федоров А. В., Шульгин А. В. Дискретно-континуальная модель распространения пламени в газозвеси металлических частиц. II. Учет реакции предпламенного окисления // Там же. — С. 94–97.
8. Грачухо В. П., Озеров Е. С., Юринов А. А. Горение частицы магния в водяном паре // Физика горения и взрыва. — 1971. — № 2. — С. 232–236.
9. Федоров А. В. Воспламенение газозвесей в режиме взаимодействующих континуумов // Физика горения и взрыва. — 1998. — Т. 34, № 4. — С. 57–64.

Поступила в редакцию 20/III 2008 г.