

РАЗЛЕТ СФЕРИЧЕСКОГО ОБЪЕМА ГРУНТА ПРИ ВЗРЫВЕ В ЦЕНТРЕ СИММЕТРИИ

Б. А. Виноградов, В. Н. Родионов, Е. И. Шемякин

(Москва, Новосибирск)

Исследуется разлет сферического объема грунта под действием продуктов взрыва заряда, расположенного в центре шара. Полученные результаты применяются к расчету максимальных скоростей подъема грунта в эпицентре при взрыве на выброс.

§ 1.1. При изучении скоростей подъема грунта при подземном взрыве под поверхностью земли было отмечено следующее обстоятельство. Грунт начинает подниматься с некоторой начальной скоростью, затем эта скорость возрастает, достигает максимума и затем резко падает. Было отмечено также, что возрастание скорости разлета грунта до максимума одинаково проявляется и при разлете шара из грунта, и при движении в эпицентре взрыва на выброс. Это позволило ограничиться опытами на сферических объемах грунта.

При расчете будем считать грунт сыпучим несжимаемым телом, полагая что прохождение сильной волны сжатия нарушило связи в грунте [1] с начальной плотностью ρ_0 и сжало его до предельной плотности ρ . Решение задачи соответственно и начинается с момента выхода волны сжатия на поверхность; продукты взрыва в это время занимают объем радиуса r° .

Расширяющиеся продукты взрыва совершают работу против инерционных сил и сил сопротивления, которые мешают расширению оболочки: в процессе движения толщина сферической оболочки уменьшается, но оболочка не теряет сплошности. Так как ставится задача определения внутренних сил сопротивления, то сопротивлением воздуха и влиянием силы тяжести, по-видимому, можно пренебречь. Предполагается, что в зоне, ближней к центру взрыва, грунт можно считать сыпучим и при этом в качестве связи между главными напряжениями ввести условие пластичности.

2. Рассмотрим задачу, обладающую сферической симметрией. Компоненты тензора напряжений σ_r и $\sigma_\phi = \sigma_\theta$ являются главными и связаны условием пластичности

$$\sigma_\phi = \alpha \sigma_r, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad \alpha = \text{const}$$

Уравнения движения и неразрывности сплошной среды в сферически симметричном случае имеют простой вид

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь v — скорость частицы, r и t — расстояние и время, $\rho = \text{const}$. Для определения радиуса полости r° в начальный момент используем соотношение сохранения масс

$$\rho_0 (R^3 - r_0^3) = \rho (R^3 - r^{\circ 3}), \quad \text{или} \quad r^\circ = \sqrt[3]{R^3 - (R^3 - r_0^3) \rho_0 / \rho} \quad (12)$$

Поверхность шара в этот момент имеет начальную скорость, равную скорости движения частиц во фронте волны сжатия (вследствие несжи-

маемости среды распад сильного разрыва, происходящий на свободной поверхности, не увеличивает скорости движения частиц). Эта начальная скорость вычисляется на основе расчета поля скоростей при камуфлетном взрыве [2]

$$v_0 = a \frac{C^{2/3}}{R^2 \sqrt{\rho_0}} \quad (1.3)$$

Здесь a — постоянная, зависящая от свойств грунта, C — вес заряда, имеющего радиус r_0 .

Движение грунта рассматривается при обычных краевых условиях.

1°. Напряжение на стенке газовой полости равно давлению продуктов взрыва.

2°. Изменение давления в продуктах взрыва с расширением полости от r^0 и далее описывается адиабатой Джонсона для тротила [3]

$$-\sigma_r(r^0) = -p_0 \left(\frac{r_0}{r^0}\right)^{3\gamma} \quad \left(p_0 = 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \gamma = 1.25\right) \quad (1.4)$$

3°. На свободной границе шара напряжение разгружается до атмосферного

$$-\sigma_r(R) = p \quad (1.5)$$

Таким образом, задача определения поля скоростей частиц грунта и движения его поверхностей поставлена полностью. Она допускает представление решения в квадратурах при любых значениях параметра α из промежутка $0 \leq \alpha \leq 1$.

3. Уравнение неразрывности (1.1) имеет простой интеграл

$$v = \frac{\lambda(t)}{r^2} \quad (1.6)$$

где $\lambda(t)$ — произвольная функция времени.

Подставив (1.6) в первое уравнение (1.1), получим

$$\sigma_r = \frac{\rho \dot{\lambda}}{1-2\alpha} \frac{1}{r} + \frac{\rho \lambda^2}{1+\alpha} \frac{1}{r^4} + C(t) r^{-2(1-\alpha)} \quad (1.7)$$

Чтобы не усложнять дальнейших выкладок с произвольным α , проиллюстрируем ход дальнейших рассуждений для случая $\alpha = 0$, а окончательные результаты приведем для сетки значений $\alpha = 0; 0.25; 0.50; 0.75$ и 1.0 .

Определяя произвольную функцию $C(t)$ в (1.7) из условия (1.5), для $\sigma_r(r, t)$ будем иметь

$$\sigma_r = -\frac{1}{r^2} \left[p R^2 + \rho \dot{\lambda}(t) R + \frac{\rho \lambda^2}{R^2} \right] + \frac{\rho \dot{\lambda}}{r} + \frac{\rho \lambda^2}{r^4}$$

При помощи граничного условия придем к выражению

$$\dot{\lambda} - \frac{R+r^0}{R^2 r^{02}} \lambda^2 = \frac{1}{\rho(R-r^0)} \left[\rho_0 \left(\frac{r_0}{r^0}\right)^{3\gamma} r^{02} - p R^2 \right]$$

из которого можно найти величину r^0

$$r^0 = (R^3 - M^*)^{1/3} \quad \left(M^* = \frac{3M}{4\pi\rho}\right) \quad (1.8)$$

Здесь M — масса грунта.

В начальный момент движения $v(R) = \dot{R}$; это позволяет выразить $\lambda(t)$ через неизвестную функцию $R(t)$

$$\lambda(t) = \frac{1}{3} \frac{dR^3}{dt} = \frac{1}{3} \dot{V} u \quad (1.9)$$

Здесь $u(t)$ — новая неизвестная функция, которая будет определяться дифференциальным уравнением

$$\frac{du}{dx} - P(x) = Q(x) \quad (1.10)$$

$$P(x, x_0, M^*) = -\frac{2}{3} \frac{x^{1/3} + (x - M^*)^{1/3}}{x^{2/3} (x - M^*)^{2/3}} \quad (1.11)$$

$$Q(x, x_0, M^*) = \frac{6}{\rho} \frac{P_0[x_0/(x - M^*)]^\gamma (x - M^*)^{2/3} - Px^{2/3}}{x^{1/3} - (x - M^*)^{1/3}}$$

Здесь обозначено $R^3 = x$ и $x_0 = r_0^3$.

Интегрирование уравнения (1.10) с начальными условиями $u = u_0$ при $x = x_0$ дает

$$u = \exp\left(-\int_{x_0}^x P(x) dx\right) \left[\int_{x_0}^x Q(\xi) \exp\left(\int_{\xi_0}^{\xi} P(t) dt\right) d\xi + u_0 \right] \quad (1.12)$$

Интеграл от функции $P(x)$ берется в конечном виде и выражение (1.12) принимает вид

$$u = A(x, x_0, M^*) \left[\int_{x_0}^x \frac{Q(x)}{A(x)} dx + u_0 \right] \quad (1.13)$$

где

$$A = \left(\frac{x_0}{x}\right)^{1/3} \frac{1 - [(x_0 - M^*)/x_0]^{1/3}}{1 - [(x - M^*)/x]^{1/3}} \quad (1.14)$$

Вернемся к прежним обозначениям и перейдем к относительной переменной $z = x/C$, где C — вес заряда в кг. Тогда

$$u = 9z^{1/3} C^{1/3} v^2, \quad u_0 = 9z_0^{1/3} C^{1/3} v_0^2$$

и для скорости движения внешней сферы, ограничивающей грунтовую оболочку, получим выражение

$$v^2 = \frac{2A}{3\rho z^{1/3}} \left(\int_{z_0}^z \frac{Q(z, z_0, M_0)}{A(z, z_0, M_0)} dz + \frac{3}{2} \rho z_0^{1/3} v_0^2 \right) \quad (1.15)$$

Здесь функции Q и A определены (1.11) и (1.14) с заменой аргументов x, x_0, M^* соответственно на z, z_0, M_0 , которые связаны между собой как

$$z = \frac{x}{C}, \quad z_0 = \frac{x_0}{C}, \quad M_0 = \frac{M^*}{C}$$

В формулу (1.15) для квадрата скорости входит величина ρ — плотность грунта после сжатия. Эта величина, как было отмечено, является постоянной и равна

$$\rho = \rho_0 \frac{z_0}{M_0} \quad (1.16)$$

Подставим в (1.15) выражение для ρ из (1.16) и значение для v_0 из (1.3), преобразовав последнее к новой переменной $x/C = z$, получим

$$v^2 = \frac{2AM_0 z^{-1/3}}{3\rho_0 z_0} \left(\int_{z_0}^z \frac{Q(z z_0 M_0)}{A(z z_0 M_0)} dz + \frac{3}{2} a^2 \frac{z_0}{M_0} \right) \quad (1.17)$$

Пользуясь данными Джонса для тротила и вычисляя радиус ли- того тротилового заряда, получим

$$z_0 = 0.15 \cdot 10^{-3}$$

Окончательно для $\alpha = 0$ получаем формулу (1.17), определяющую квадрат скорости, в которой A имеет прежнее выражение из (1.14), а функция Q приобретает вид

$$Q(z, 0.15 \cdot 10^{-3}, M_0) = 100 \frac{10^4 [0.15 \cdot 10^{-3} / (z - M_0)]^{1.25} (z - M_0)^{2/3} - z^{2/3}}{z^{1/3} - (z - M_0)^{1/3}}$$

Для определения зависимости скорости движения сферы от внешнего радиуса сферы и максимальных значений скоростей следует вычислить численно интеграл в формуле (1.17). Примеры таких вычислений и полученные результаты будут приведены в следующем параграфе.

В заключение приведем формулы для вычисления квадрата скорости для некоторых значений α

$$\alpha = 0.25$$

$$v^2 = \frac{AM_0}{3\rho_0 z_0 z^{4/3}} \left(\int_{z_0}^z \frac{Q}{A} dz + 3a^2 \frac{z_0}{M_0} \right) \quad (1.18)$$

$$A = \left(\frac{z_0}{z} \right)^{\frac{4}{15}} \left(\frac{1 - [(z_0 - M_0)/z_0]^{1/6}}{1 - [(z - M_0)/z]^{1/6}} \right)^{\frac{8}{5}}$$

$$Q = 100 \frac{10^4 Z^{1.25} (z - M_0)^{1/2} - z^{1/2}}{z^{1/6} - (z - M_0)^{1/6}}, \quad Z = \frac{0.15 \cdot 10^{-3}}{z - M_0}$$

$\alpha = 0.5$

$$v^2 = \frac{2AM_0}{\rho_0 z_0 z^{4/3}} \left(\int_{z_0}^z \frac{Q}{A} dz + \frac{a^2 z_0}{2M_0} \right) \quad (1.19)$$

$$A = \left(\frac{\ln [z_0/(z_0 - M_0)]}{\ln [z/(z - M_0)]} \right)^{\frac{4}{3}}, \quad Q = 100 \frac{10^4 Z^{1.25} (z - M_0)^{1/3} - z^{1/3}}{\ln [z/(z - M_0)]}$$

$\alpha = 0.75$

$$v^2 = \frac{AM_0}{3\rho_0 z_0 z^{4/3}} \left(\int_{z_1}^z \frac{Q}{A} dz + \frac{3a^2 z_0}{M_0} \right)$$

$$A = \left(\frac{z - M_0}{z_0 - M_0} \right)^{\frac{4}{21}} \left(\frac{1 - [(z_0 - M_0)/z_0]^{1/6}}{1 - [(z_0 - M_0)/z]^{1/6}} \right)^{\frac{8}{7}} \quad (1.20)$$

$$Q = 100 \frac{10^4 Z^{1.25} (z - M_0)^{1/6} - z^{1/6}}{z^{1/6} - (z - M_0)^{1/6}} [z(z - M_0)]^{1/6}$$

$\alpha = 1.0$

$$v^2 = \frac{2AM_0}{3\rho_0 z_0 z^{4/3}} \left(\int_{z_0}^z \frac{Q}{A} dz - \frac{3a^2 z_0}{2M_0} \right) \quad (1.21)$$

$$A = \left(\frac{z - M_0}{z_0 - M_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1 - [(z_0 - M_0)/z_0]^{1/3}}{1 - [(z - M_0)/z]^{1/3}} \right), \quad Q = 100 \frac{10^4 Z^{1.25} - 1}{z^{1/3} - (z - M_0)^{1/3}} [z(z - M_0)]^{\frac{1}{3}}$$

4. Рассмотрим некоторые следствия из формул (1.17) — (1.21), полученные численным интегрированием.

Как было отмечено, основной интерес представляет зависимость максимальной скорости разлета сферической оболочки от начального радиуса этой оболочки. В табл. 1—4 даны значения $v_{\max}$ для двух значений приведенного радиуса сферы ($z_0 = 0.125$ и $z_0 = 0.51$) в зависимости от α , пробегающего принятую сетку значений, и для значений коэффициента сжимаемости ($\xi = 1 - \rho_0 / \rho$), равных 1.16% и 5.60%. (Начальное значение ρ_0 принято равным плотности песчаного грунта, из которого изготавливались грунтовые шары в лабораторных опытах, и равнялось $\rho = 1.7$).

Первые же ориентировочные сравнения с опытными данными показали, что значение α следует взять близким к 0.5 и менять значение сжимае-

мости ξ и приведенного радиуса z_0 в более широких пределах, чем в табл. 1. В соответствии с этим в табл. 2 приведены расчетные данные величины $v_{\max}$ для пяти значений z_0 и пяти значений ξ при $\alpha = 0.5$; $\rho_0 = 1.7$.

Таблица 1

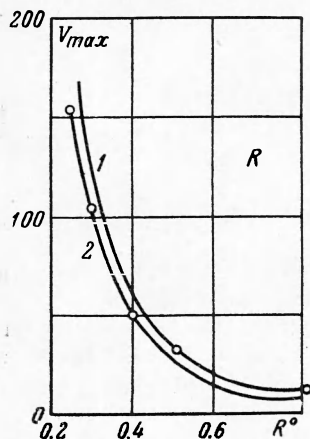
	α	0	0.25	0.5	0.75	1.0
$z_0 = 0.125$	a^2	4.25	7.2	10.0	26.4	42
$\xi = 5.6\%$	$v_{\max}$	21	25	33	41	49
$z_0 = 0.125$	a^2	4.25	7.2	10.0	26.4	42
$\xi = 1.16\%$	$v_{\max}$	30	32	35	57	73
$z_0 = 0.51$	a^2	3.55	6.24	10.0	29	56
$\xi = 5.6\%$	$v_{\max}$	3.5	5.5	5.7	11.5	18.7
$z_0 = 1.51$	a^2	3.55	6.24	10.0	29	56
$\xi = 1.16\%$	$v_{\max}$	5.3	8.2	10.5	16.5	26.6

Таблица 2

	ξ %	2	11	22	33	44%
$z_0 = 0.045$	$v_{\max}$	86.5	63.5	61.0	46.5	40.0
	ξ	1.16	7	20	33	53
$z_0 = 0.015$	$v_{\max}$	200.0	150.0	128.0	120.0	113.0
	ξ	1.16	3			
$z_0 = 0.343$	$v_{\max}$	35.0	24.5			
	ξ	1	1.16	5.6		
$z_0 = 0.510$	$v_{\max}$	12.0	10.5	5.7		
	ξ	1.16	5.6	25	50	
$z_0 = 0.1$	$v_{\max}$	35	33	24.5	20.0	

Результаты сопоставления расчетных и экспериментальных данных представлены на фиг. 1. Как следует из сравнения, совпадение можно считать удовлетворительным, что подтверждает следующие два предположения, заложенные в основу расчета.

1) В зоне, непосредственно окружающей заряд, грунт следует считать «пластической» средой с коэффициентом $\alpha = 0.5$; представление о грунте в этой зоне как о жидкости ($\alpha = 1.0$) приводит к существенному расхождению с экспериментом (сравним данные, приведенные в табл. 1, для значений $\alpha = 0.5$ и $\alpha = 1.0$).



2) В этой же зоне, до расстояний $\sim 10-15 r_0$ величина сжимаемости уплотненного грунта слабо проявляется на зависимости $v_{\max}(R/\sqrt[3]{C})$, что позволяет при расчетах рассматривать течение грунта как течение несжимаемой среды.

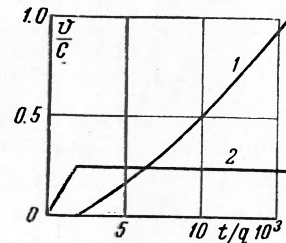
Фиг. 1. Сравнение вычисленных результатов с экспериментальными данными: $v_{\max}$, в м/сек, $R^0 = R/C^{1/3}$ в м/кг^{1/3}, 1 — $\xi = 1.16\%$; 2 — $\xi = 5.6\%$. Кружочками показаны экспериментальные точки

§ 2. При определенных ограничениях, которые будут сформулированы в этом параграфе, результаты расчета зависимости $v_{\max}(R/\sqrt[3]{C})$ из § 1 могут

быть применены к расчету $v_{\max}(w / \sqrt[3]{C})$ в реальной задаче о разрыве вблизи границы полупространства (w — глубина центра заряда под свободной поверхностью грунта).

Прежде чем обратиться к расчетам, произведем сравнение объемов полостей, занятых продуктами взрыва при камуфлетном взрыве и при взрыве вблизи свободной поверхности грунта (при взрыве на выброс).

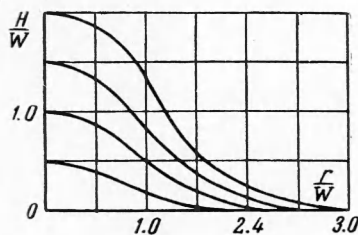
На фиг. 2 приведены два графика. Кривая 2 представляет зависимость «безразмерного» объема полости от времени для камуфлетного взрыва. Лабораторными опытами показано, что закон расширения полости в начальной стадии одинаков и в случае камуфлета, и в случае выброса. Но в случае камуфлета развитие полости заканчивается, когда ее объем достигает некоторой величины, постоянной для данного грунта. Например, для глинистого грунта в естественном залегании средний объем полости при камуфлетном взрыве составил 250 л на 1 кг ВВ. Поэтому, начиная с $v/C=0.25$, кривая 2 представляет собой прямую линию, параллельную оси абсцисс.



Фиг. 2. Сравнение объема выпора грунта с объемом каверны камуфлетного взрыва; здесь v — объем, $q = C^{1/2}$, t — время

Кривая 1 описывает зависимость объема «выпора» (объема поднявшегося над поверхностью грунта) от времени. Эта зависимость построена по данным фиг. 3 и зависимости высоты поднимающегося купола H от времени для данного взрыва. Кривая 1 начинается в момент времени t_1 , когда волна сжатия выходит на поверхность грунта.

Из данных фиг. 2 следует, что в течение времени ~ 0.03 сек. для заряда весом 10^3 кг, отсчитывая от момента взрыва, объем поднявшегося грунта



Фиг. 3. Усредненные куполы взрывов в координатах, отнесенных к глубине заложения заряда

много меньше объема каверны. Можно считать, что в течение этого промежутка времени расширение полости при выбросе происходит так же, как и в случае камуфлетного взрыва (фиг. 4, а). Затем, по мере подъема купола грунта, происходит искажение симметричной формы полости: в направлении к свободной поверхности ее объем увеличивается (происходит «выдувание» грунта продуктами взрыва).

Исходя из допущения о несжимаемости грунта, можно считать, что приращение объема каверны на этой стадии равно объему «выпора» грунта (фиг. 4, б). Тогда, суммируя объем «выпора» с объемом полости при камуфлетном взрыве, можно определить объем полости при выбросе как функцию времени, т. е. функцию $f(z) = z - M_0$ в формулах для скоростей разлета сферической оболочки, полученных в § 1.

Очевидно, что применение результатов § 1 ограничено в случае реального взрыва на выброс, когда картина разлета не обладает сферической симметрией. В этом случае сделана попытка применить результаты расчета с функцией $f(z)$, отвечающей данному взрыву, для участков грунта, расположенных у вертикальной оси взрыва там, где движение грунта в опытах происходит практически по радиусам, как и в сферически симметричном случае.

В табл. 3 приведены результаты расчетов, выполненных для сравнения с результатами полевых опытов на двух типах грунта — глина и лёссовидный суглинок — по измерению максимальной скорости подъема при различных «заглублениях» заряда z_0 .

Закон развития полости во времени лёссовидного суглинка принят на основании опытных данных

$$\frac{r^3}{C} = \frac{10t}{\sqrt{\rho_0 C^{1/3}}} \quad (2.1)$$

и, как было отмечено выше, α следует полагать в расчетах равным 0.5; закон развития полости для глины

$$\frac{r^3}{C} = \frac{50t}{\sqrt{\rho_0 C^{1/3}}} \quad (2.2)$$

и α полагалось равным 0.50 или 0.75.

Фиг. 4. Схематическое изображение подъема грунта и расширения каверны при выбросе

В таблице 4 проведено сравнение вычисленных скоростей с имеющимися экспериментальными значениями.

Таблица 3

z_0	Грунт	α	Формула закона развития каверны	M_0	$v_{\max}$, м / сек
0.343	лёсс	0.5	2.1	0.328	34
0.125	»	0.5	2.1	0.114	68
0.217	»	0.5	2.1	0.204	45
0.343	глина	0.5	2.1	0.333	25
0.162	»	0.5	2.1	0.154	53
0.091	»	0.5	2.1	0.085	88
0.343	»	0.5	2.2	0.29	53
0.162	»	0.5	2.2	0.122	81
0.091	»	0.5	2.2	0.059	116
0.343	»	0.75	2.1	0.333	32
0.343	»	0.75	2.1	0.29	56

Как следует из табл. 4, опытные и расчетные данные находятся в удовлетворительном соответствии, если для лёссовидного суглинка и глины в расчетах положить $\alpha = 0.5$, а законы расширения полости принять на основании опыта в виде (2.1) и (2.2).

Результаты сравнения подтверждают сделанные предположения и позволяют утверждать, что для расчетов максимальных скоростей подъема грунта в эпицентральной области при взрыве на выброс можно применять модель пластической несжимаемой среды, с постоянным уплотнением, при этом $\alpha = 0.5$, а сжимаемость ξ равна 2—5%.

В заключение авторы благодарят А. Н. Ромашова, любезно разрешившего воспользоваться результатами опытов по разлету грунтовой сферической оболочки, а также К. Е. Губкина за ценные обсуждения результатов.

Поступила
10 I 1961

ЛИТЕРАТУРА

- Компанеев А. С. Ударные волны в пластической уплотняющейся среде. ДАН СССР, 1956, № 1, стр. 109.
- Родионов В. Н., Ромашов А. Н., Сухотин А. П. Взрыв в неограниченной уплотняющейся среде. ДАН СССР, 1958, № 1, стр. 123.
- Кул Р. Подводные взрывы. ИИЛ, 1950.