

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 535.2:621.373.826

Кольцевая дислокация степени когерентности вихревого бесселева пучка в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 26.01.2015 г.

Представлены результаты теоретического рассмотрения поведения степени когерентности вихревого бесселева оптического пучка, распространяющегося в турбулентной случайно-неоднородной среде. Изучается влияние оптического вихря на степень когерентности бесселева пучка в случайно-неоднородной среде. Анализ задачи основывается на решении уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка. На базе этого решения исследуется поведение модуля функции взаимной когерентности второго порядка (степени когерентности) поля вихревого бесселева пучка. Показано, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере в центральной части двумерного поля степени когерентности вихревых бесселевых пучков формируется кольцевая дислокация, число колец в которой равно величине топологического заряда оптического пучка. Детально изучается структура кольцевой дислокации степени когерентности вихревых бесселевых оптических пучков в турбулентной атмосфере. Для этой цели вводятся две характеристики кольцевой дислокации: ее пространственная координата и ширина кольца. Рассматривается влияние параметров оптического пучка (поперечного волнового числа и топологического заряда) и атмосферной турбулентности (радиуса когерентности плоской оптической волны) на эти характеристики кольцевой дислокации степени когерентности вихревого бесселева оптического пучка.

Ключевые слова: бесселев пучок, вихревой пучок, оптическое излучение, атмосферная турбулентность, когерентность, кольцевая дислокация; Bessel beam, vortex beam, optical radiation, atmospheric turbulence, coherence, ring dislocation.

Введение

Одним из важных разделов современной оптики является сингулярная оптика, в которой в последнее время все более широко и всесторонне исследуются вихревые апертуры. Применение таких апертур позволяет формировать или генерировать вихревые оптические пучки [1]. Как известно [1–10], вихревые пучки обладают конечным значением орбитального углового момента, который они способны переносить при распространении (по крайней мере в однородной среде) на большие расстояния [4]. Кроме того, вихревые оптические пучки могут использоваться при оптическом захвате и вращении микрочастиц [3], в интерферометрии распознавания выпуклых и вогнутых частей волнового фронта, оптической обработке изображений для выполнения преобразований Ханкеля и Гильберта [8] и в телекоммуникационных системах для уплотнения информационного канала [2, 5].

Для создания вихревого пучка применяется спиральный фазовый элемент (a spiral phase element), который может располагаться как внутри лазерного резонатора, так и снаружи его. Как правило, вихревой пучок имеет особенность фазового фронта в центре излучающей апертуры (дислокацию фазы), при этом при обходе поля вокруг особой точки его фаза

изменяется на величину, кратную 2π [1]. Эта особенность представляет собой геликоидальный фазовый фронт, являющийся фазовым фронтом оптического вихря [1, 11]. Наличие оптического вихря приводит к целому ряду разнообразных сопутствующих явлений сингулярной оптики, в том числе и довольно экзотических (см., например, [12]). Одно из них будет рассматриваться в данной статье, а именно кольцевая дислокация, внешне напоминающая «вихревое кольцо» (a vortex ring) (вращательное движение жидкости вокруг воображаемой осевой линии) [13].

Изучение вихрей когерентности (a coherence vortex) началось при исследовании распространения частично когерентного и частично поляризованного полихроматического оптического излучения с геликоидальным фазовым профилем [14, 15]. До этого момента сингулярная оптика рассматривала только полностью когерентные монохроматические скалярные волновые поля. Первоначально кольцевая дислокация была обнаружена для двумерного поля степени когерентности частично когерентного вихревого импульсного пучка, распространяющегося в однородной среде [16]. Авторы [16] называли ее «круговой краевой дислокацией» (a circular edge dislocation). В статье [17] этот же объект обозначался другим (более точным) термином – «кольцевая дислокация» (a ring dislocation) степени когерентности оптического излучения, который мы и будем использовать

* Игорь Петрович Лукин (lukin_ip@iao.ru).

в данной статье. Кольцевой дислокацией именуется область низкой когерентности двумерного поля степени когерентности оптического излучения с геликоидальным фазовым профилем вблизи оптической оси пучка.

При распространении полностью когерентного оптического излучения с геликоидальным фазовым профилем в однородной среде степень когерентности оптического излучения всегда равна единице и кольцевая дислокация не наблюдается. Если частично когерентный вихревой пучок распространяется в однородной среде, то степень когерентности оптического излучения при определенных условиях может оказаться равной нулю и будет зафиксировано наличие кольцевой дислокации [17, 18]. Автором настоящей статьи ранее было показано [19], что при распространении полностью когерентного оптического излучения с геликоидальным фазовым профилем в случайно-неоднородной среде (турбулентной атмосфере) также формируется кольцевая дислокация степени когерентности оптического пучка. Таким образом, факт наличия случайной дифракции при распространении вихревого оптического излучения является необходимым условием для образования кольцевой дислокации.

В параксиальном приближении двумерному полю оптического излучения в произвольном поперечном сечении к оптической оси пучка соответствует четырехмерное поле когерентности этого оптического излучения. Как правило, четырехмерное поле когерентности оптического излучения приближенно может быть представлено как произведение двумерного поля средней интенсивности оптического излучения и двумерного поля степени когерентности. Двумерное поле средней интенсивности для вихревых пучков отличается наличием темного пятна на оптической оси, которое в однородной среде может переноситься практически без искажений [20–22]. Это темное пятно сохраняется в определенной мере и при распространении вихревых пучков в турбулентной атмосфере; условия, при которых такая ситуация оказывается возможной, были изучены в работах [23, 24].

В данной статье исследуется поведение степени когерентности полностью когерентных вихревых бесселевых пучков, распространяющихся в турбулентной случайно-неоднородной среде. Анализируется влияние оптического вихря на степень пространственной когерентности бесселева пучка в случайно-неоднородной среде, что при определенных условиях проявляется в формировании кольцевой дислокации степени когерентности оптического излучения. Детально изучаются особенности кольцевой дислокации степени когерентности вихревых бесселевых оптических пучков в турбулентной атмосфере. Для этой цели вводятся две характеристики кольцевой дислокации: ее координата и ширина. Рассматривается влияние параметров оптического пучка и атмосферной турбулентности на эти характеристики кольцевой дислокации степени когерентности вихревого бесселева оптического пучка.

Основные определения

При распространении вихревого бесселева оптического пучка в направлении оси x граничное условие при $x = 0$ для комплексной амплитуды поля оптического излучения имеет вид [1, 25, 26]:

$$E_0(\mathbf{p}) = E_0(\rho, \varphi) = E_0 J_m(\beta \rho) \exp(im\varphi), \quad (1)$$

где E_0 – начальная амплитуда оптического пучка в центре излучающей апертуры; $\mathbf{p} = \{y, z\} = \{\rho, \varphi\}$ – поперечная к направлению распространения оптического излучения пространственная координата; $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$, $\varphi = \arctan(y/z)$ – модуль и аргумент этой координаты; m – топологический заряд вихревого оптического пучка; $J_m(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода m -го порядка; $\beta = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ – компонента волнового вектора, ортогональная оси x , $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число оптического излучения, λ – длина волны оптического излучения в вакууме, k_x – компонента волнового вектора по направлению оси x .

Комплексная амплитуда вихревого бесселева оптического пучка $E(x, \mathbf{p})$ в точке наблюдения $\{x, \mathbf{p}\}$ описывается параболическим приближением скалярного волнового уравнения [27], где x – расстояние от источника до плоскости наблюдения. Рассмотрим поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля вихревого бесселева оптического пучка $U(x, \mathbf{p}) = E(x, \mathbf{p}) \exp(ikx)$, распространяющегося в турбулентной атмосфере, в точках наблюдения $\{x, \mathbf{p}_1\}$ и $\{x, \mathbf{p}_2\}$: $\Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \langle U(x, \mathbf{p}_1) U^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle \equiv \langle E(x, \mathbf{p}_1) E^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle$. Если воспользоваться известным общим решением уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка [27], то интегральное выражение для этой величины вихревого бесселева оптического пучка, распространяющегося в крупномасштабной, по сравнению с длиной волны оптического излучения, случайно-неоднородной среде, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}) = \langle E(x, \mathbf{p}_1) E^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle = \\ &= \langle E(x, \mathbf{R} + \mathbf{p}/2) E^*(x, \mathbf{R} - \mathbf{p}/2) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}'_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}'_2 \Gamma_2^{(0)}(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2) \times \\ &\times \exp\left\{ \frac{ik}{x} \mathbf{R} [\mathbf{p} - (\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)] - \frac{ik}{2x} \mathbf{p} (\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2) + \right. \\ &\left. + \frac{ik}{2x} (\mathbf{p}'_1{}^2 - \mathbf{p}'_2{}^2) - \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \mathbf{p} + (1 - \xi)(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)] \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

где $\Gamma_2^{(0)}(\mathbf{\rho}'_1, \mathbf{\rho}'_2) = E_0(\mathbf{\rho}'_1)E_0^*(\mathbf{\rho}'_2)$; $H(\mathbf{\mu}) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{\kappa} \Phi_\varepsilon(\mathbf{\kappa}) \times [1 - \cos(\mathbf{\kappa}\mathbf{\mu})]$, $\Phi_\varepsilon(\mathbf{\kappa})$ – спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды распространения оптического излучения; $\mathbf{R} = (\mathbf{\rho}_1 + \mathbf{\rho}_2)/2$, $\mathbf{\rho} = \mathbf{\rho}_1 - \mathbf{\rho}_2$. Чтобы получить более удобное для дальнейшего анализа решение уравнения (2) с начальным условием (1), влияние случайных неоднородностей среды распространения учтем в приближении квадратичной аппроксимации [28, 29], т.е. будем считать, что верно следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \mathbf{\rho} + (1-\xi)(\mathbf{\rho}'_1 - \mathbf{\rho}'_2)] \approx \\ & \approx \rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\xi |\xi \mathbf{\rho} + (1-\xi)(\mathbf{\rho}'_1 - \mathbf{\rho}'_2)|^{5/3} \approx \\ & \approx \rho_0^{-2} \int_0^1 d\xi |\xi \mathbf{\rho} + (1-\xi)(\mathbf{\rho}'_1 - \mathbf{\rho}'_2)|^2 \approx \\ & \approx \frac{1}{3} \rho_0^{-2} [\rho^2 + \mathbf{\rho}(\mathbf{\rho}'_1 - \mathbf{\rho}'_2) + (\mathbf{\rho}'_1 - \mathbf{\rho}'_2)^2]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ρ_0 – радиус когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде [27]. В частности, на однородной трассе для турбулентной атмосферы с колмогоровским спектром случайных неоднородностей он определяется как

$$\rho_0 = (0,3643 C_\varepsilon^2 k^2 x)^{-3/5} \quad (4)$$

(C_ε^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы [27]).

Основные соотношения

Интегральное выражение (2) для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля вихревого бesselова оптического пучка (1) может быть упрощено. Оно представляет собой четырехкратный интеграл с начальным распределением (1), который при использовании соотношений (3), (4) можно преобразовать к выражению в виде двукратного интеграла:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{\rho}) & \equiv \Gamma_2(x, R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho) \equiv \frac{E_0^2 k}{2\pi i x \left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} \times \\ & \times \exp \left[\frac{i x}{2k} \frac{\beta^2}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} + \frac{i k}{2x} \frac{R^2}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} + \frac{i k (1 - 2iq)}{2x \left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} \right. \\ & \left. \times R \rho \cos(\varphi_R - \varphi_\rho) - \frac{\left(1 - \frac{i}{3}q - \frac{i}{4}q^{-1}\right) \rho^2}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right) 2\rho_0^2} \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_0^\infty d\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \rho' J_m(\beta \rho') J_m \left[\frac{\beta}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} \sqrt{N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')} \right] \times \\ & \times \exp[-im(\varphi_R - \varphi')] \frac{[M(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')]^m}{[N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')]^{m/2}} \times \\ & \times \exp \left[\frac{i k}{2x} \frac{\rho'^2}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} - \frac{i k}{x} \frac{1}{\left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} R \rho' \cos(\varphi_R - \varphi') - \right. \\ & \left. - \frac{i k (1 - 2iq)}{2x \left(1 - \frac{2i}{3}q\right)} \rho \rho' \cos(\varphi_\rho - \varphi') \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi') & = R^2 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{2i}{3}q\right)^2 \rho^2 - \frac{4}{9} q^2 \rho'^2 - \\ & - \left(1 + \frac{2i}{3}q\right) R \rho \cos(\varphi_R - \varphi_\rho) - \frac{4i}{3} q R \rho' \cos(\varphi_R - \varphi') + \\ & + \frac{2i}{3} q \left(1 + \frac{2i}{3}q\right) \rho \rho' \cos(\varphi_\rho - \varphi'); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi') & = R - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2i}{3}q\right) \rho \times \\ & \times \exp[i(\varphi_R - \varphi_\rho)] - \frac{2i}{3} q \rho' \exp[i(\varphi_R - \varphi')]; \end{aligned}$$

$q = x/(k\rho_0^2)$ – параметр, характеризующий условия распространения оптического излучения на трассе в турбулентной атмосфере [27]; $\mathbf{R} = \{R, \varphi_R\}$ и $\mathbf{\rho} = \{\rho, \varphi_\rho\}$ – полярные координаты суммарного и разностного векторов точек наблюдения $\mathbf{\rho}_1$ и $\mathbf{\rho}_2$. Выражение (5) описывает поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля вихревого бesselова оптического пучка, распространяющегося в случайно-неоднородной среде, в его приосевой области [27]. Функции взаимной когерентности оптических пучков сложной формы изучались ранее в статьях [21, 30–32]. Формула (5) при $\mathbf{\rho} = 0$ совпадает с точностью до комплексного сопряжения с аналогичным выражением для средней интенсивности вихревого бessel-гауссова оптического пучка из работы [28, формула (5)] при предельных (бесконечных) значениях параметров гауссова оптического пучка.

Информация о поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения позволяет не только проанализировать поведение средней интенсивности оптического пучка [23, 24], но также оценить его когерентные свойства, в частности радиус когерентности оптического излучения в турбулентной атмосфере [27]. Если пространственные координаты поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля бesselова пучка определены как в уравнении (2), тогда нор-

мированная функция взаимной когерентности второго порядка (комплексная степень когерентности) бesselева пучка имеет следующий вид:

$$\gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \frac{\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho)}{\sqrt{\langle I(x, \mathbf{R} + \rho/2) \rangle \langle I(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle}}. \quad (6)$$

Здесь $\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle \equiv \Gamma_2(x, \mathbf{R}, 0)$ – средняя интенсивность бesselева оптического пучка в точке $\{x, \mathbf{R}\}$. Используя выражение комплексной степени когерентности (6) и интегральное выражение для функции взаимной когерентности второго порядка поля бesselева пучка (5), можно получить интегральные выражения для модуля комплексной степени когерентности (степени когерентности) $\mu(x, \rho)$ и фазы комплексной степени когерентности $\theta(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка на его оптической оси ($R = 0$) в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \mu(x, \rho) &\equiv \sqrt{\frac{\{\operatorname{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} = \\ &= \sqrt{\frac{\{\operatorname{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} \quad (7) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \theta(x, \rho) &\equiv \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]}{\operatorname{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]} \right\} = \\ &= \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]}{\operatorname{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]} \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Подробно эти две характеристики вихревых бesselевых оптических пучков будут проанализированы в последующих разделах статьи.

Степень когерентности вихревого бesselева пучка

Численные расчеты степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревых бesselевых пучков, проведенные по формулам (5)–(7), показывают, что функциональный вид данной характеристики чувствителен к уровню флуктуаций в турбулентной атмосфере, который задается величиной безразмерного параметра q . При низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере ($q \rightarrow 0$) зависимость степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка на его оптической оси ($R = 0$) от разностной поперечной координаты ρ , так же как и для случая фундаментального бesselева пучка ($m = 0$) [29], носит немонотонный (осциллирующий) характер. При высоких уровнях флуктуаций в турбулентной среде ($q \rightarrow 0$) степень когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка описывается одномасштабной монотонно спадающей кривой, приближающейся (по мере увеличения q) к кривой, соответствующей степени когерентности $\mu(x, \rho)$ сфери-

ческой волны, однако по сравнению с фундаментальным бesselевым пучком ($m = 0$) [29] такая близость кривых в данном случае является более относительной и наблюдается при существенно больших значениях q . Например, для пучков с $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ для $m = 0$ совпадение $\mu(x, \rho)$ можно фиксировать уже при $q \geq 0,005$ (см. [29]), а для $m \geq 1$ только при $q \geq 10$. Кроме того, обнаруживается еще одна принципиальная особенность поведения степени когерентности вихревых оптических пучков.

Графики степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревых бesselевых оптических пучков на их оптической оси ($R = 0$) для разных значений топологического заряда вихревого пучка m с нормированным параметром бesselева пучка $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ при низких уровнях атмосферной турбулентности $q < 1,0$ (когда регулярная структура бездифракционного бesselева пучка все еще слабо искажена влиянием случайных неоднородностей среды распространения) представлены на рис. 1–4.

На рис. 1 приведены степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бездифракционных бesselевых пучков для $q = 0,1$ при различных значениях топологического заряда оптического пучка m . Сплошными линиями на этих линейных графиках изображены степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бesselевых пучков, штриховыми линиями – сферической волны $[\mu(x, \rho) = \exp(-1/3q\rho^2)]$ [27], а штрихпунктирными – плоской волны $[\mu(x, \rho) = \exp(-q\rho^2)]$ [27].

Черно-белые полярные контурные графики на рис. 2–4 соответствуют четырем бesselевым оптическим пучкам при одинаковых значениях нормированной компоненты волнового вектора, ортогональной направлению распространения оптического излучения, $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ с различными значениями топологического заряда вихревого оптического пучка: $m = 0; 1; 2; 3$. Графики исполнены в логарифмическом масштабе для значений степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бesselевых оптических пучков от нормированной радиальной координаты $\sqrt{k/x\rho}$. Отметим, что все четыре графика $\mu(x, \rho)$, приведенные на одном рисунке, соответствуют одному и тому же значению безразмерного параметра q : $q = 0,05$ (рис. 2, *a, z*), $0,10$ (рис. 3, *a, z*) и $0,25$ (рис. 4, *a, z*).

Данные для $\mu(x, \rho)$, представленные на рис. 1–4, демонстрируют, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере в центральной части двумерного поля степени когерентности $\mu(x, \rho)$ формируется кольцевая дислокация, число колец в которой равно значению топологического заряда вихревого оптического пучка m . Наличие кольцевой дислокации (области низкой когерентности двумерного поля степени когерентности $\mu(x, \rho)$ оптического излучения вблизи оптической оси пучка) приводит к тому, что вихревые бesselевы пучки при распространении в турбулентной атмосфере обладают более низкой когерентностью, чем фундаментальный бesselев пучок ($m = 0$) [29]. Графики $\mu(x, \rho)$ на рис. 1–4 наглядно

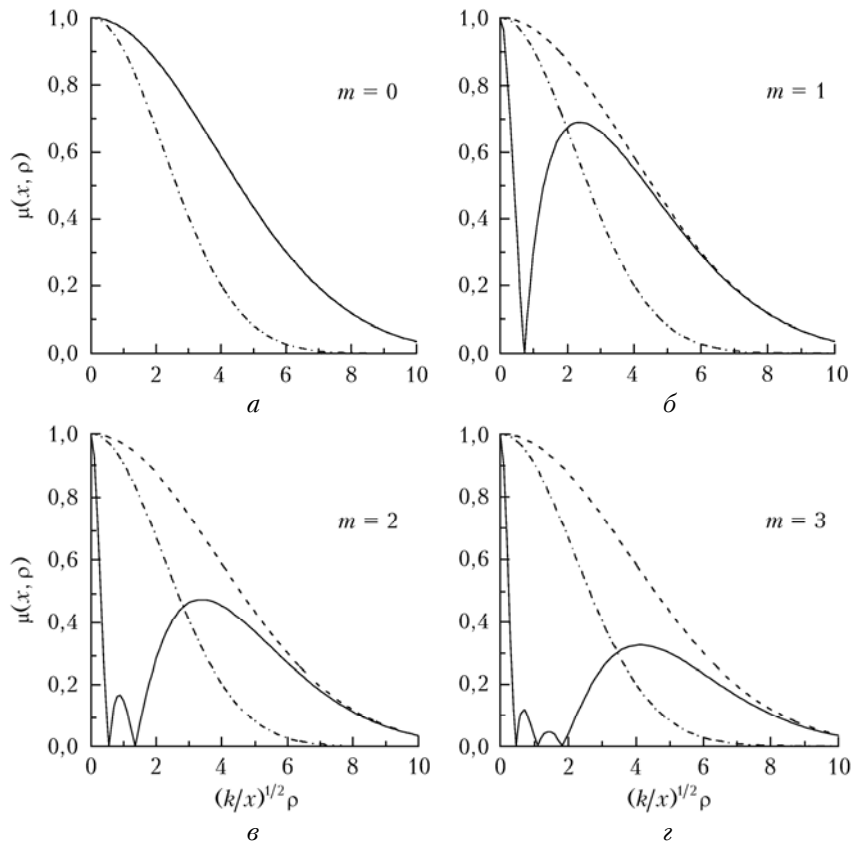


Рис. 1. Степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бездифракционных бesselевых пучков (сплошная линия) с параметром $\sqrt{x/k}\beta = 0,1$ при разных значениях топологического заряда m и сферической (штриховая) и плоской (штрихпунктирная) волн для $q = 0,1$

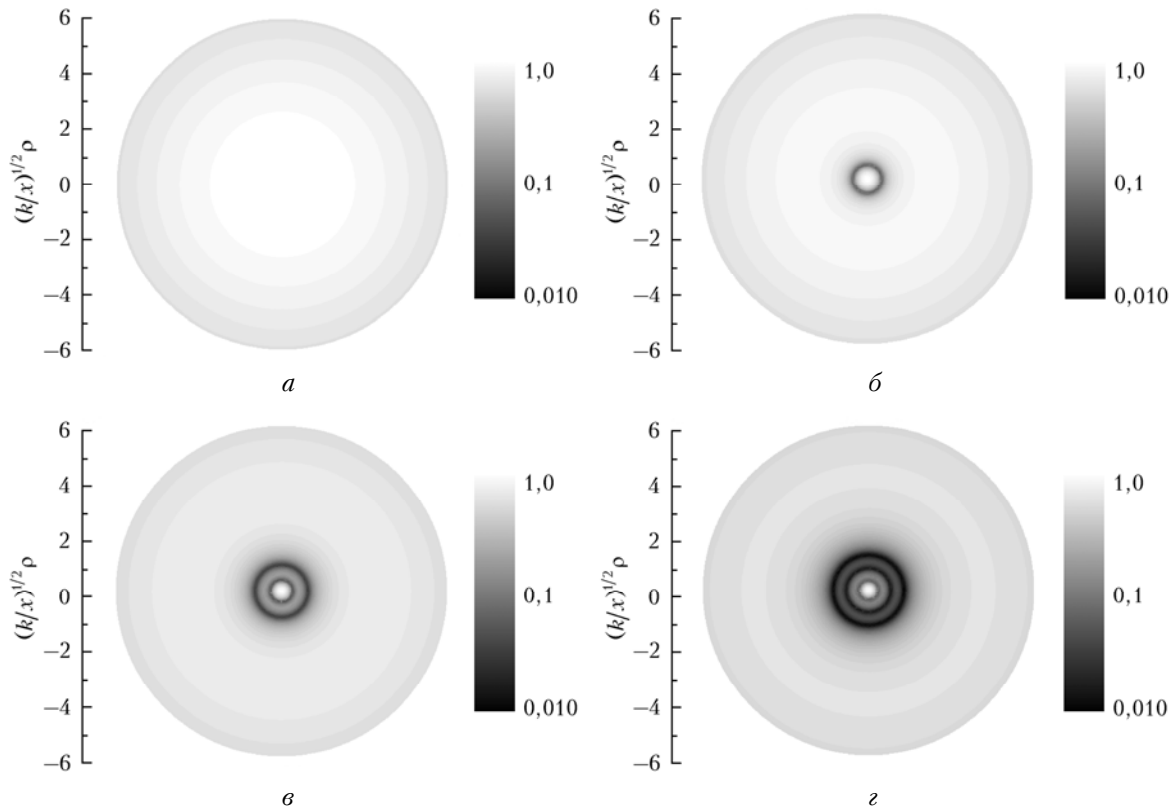


Рис. 2. Степень когерентности бesselева пучка с $m = 0$ (*a*); 1 (*б*); 2 (*в*); 3 (*г*) при $\sqrt{x/k}\beta = 0,1$ для $q = 0,05$

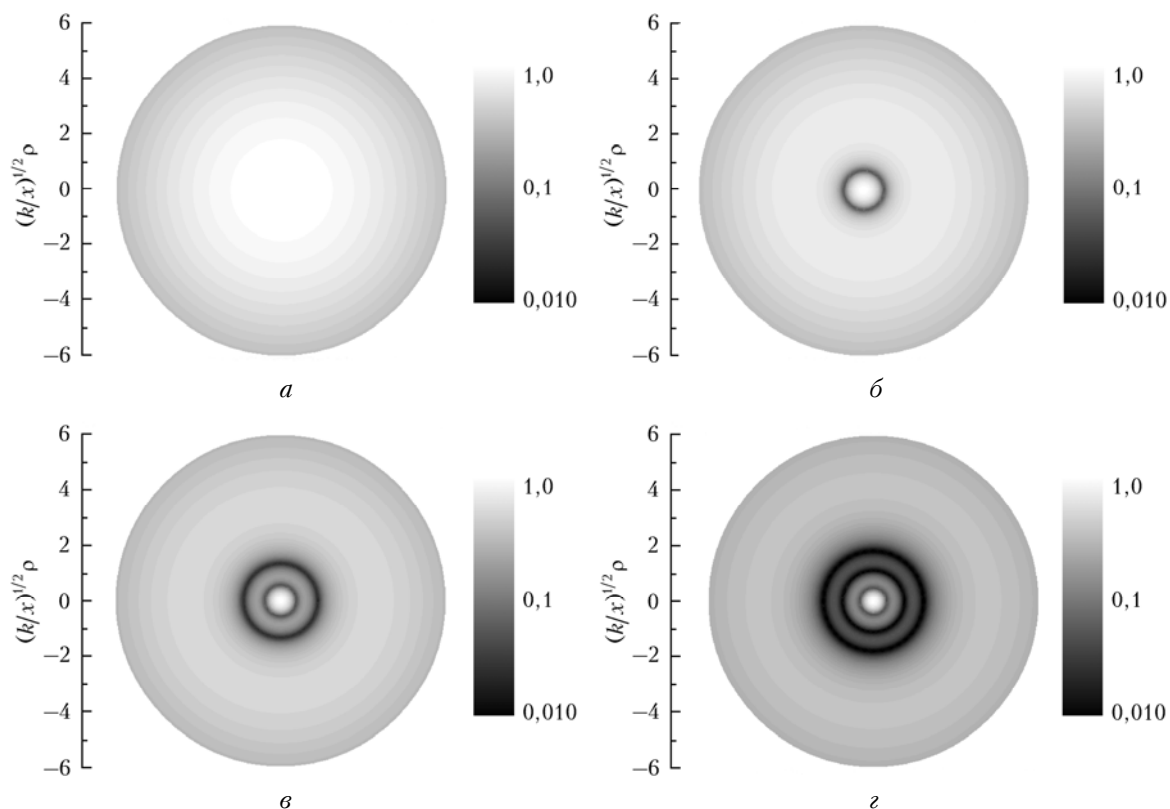


Рис. 3. Степень когерентности бesselова пучка с $m = 0$ (а); 1 (б); 2 (в); 3 (г) при $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ для $q = 0,10$

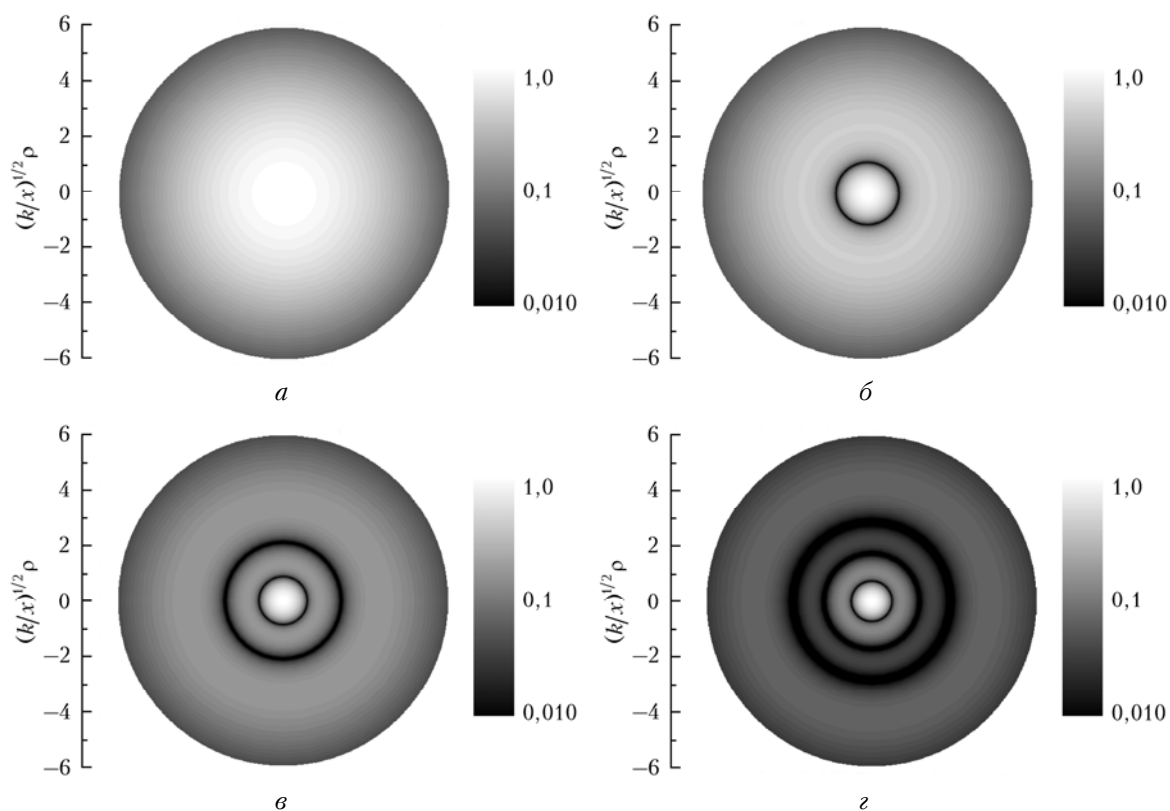


Рис. 4. Степень когерентности бesselова пучка с $m = 0$ (а); 1 (б); 2 (в); 3 (г) при $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ для $q = 0,25$

показывают, насколько существенно такое уменьшение когерентности оптического излучения по мере увеличения значения топологического заряда пучка m .

Отметим также, что в процессе усиления влияния атмосферной турбулентности (приводящего к увеличению значения безразмерного параметра q) радиусы колец кольцевой дислокации степени когерентности увеличиваются и, когда эти кольца достигают внешнего радиуса области высокой когерентности вихревого пучка оптического излучения, кольцевая дислокация степени когерентности исчезает (фактически она становится ненаблюдаемой, так как смещается в область низких значений степени когерентности). Таким образом, для вихревого бesselева пучка с $m = 1$ при $q \geq 3,0$ график степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка практически становится монотонно спадающей функцией с одним масштабом. Для вихревого бesselева пучка с $m = 2$ имеет место более сложная картина изменения степени когерентности $\mu(x, \rho)$ оптического излучения: сначала при $q = 0,75$ двухкольцевая дислокация превращается в однокольцевую, а затем с ростом параметра q и последнее кольцо дислокации исчезает. В случае вихревого бesselева пучка с $m = 3$ при $q = 0,5$ трехкольцевая дислокация обращается в двухкольцевую, а затем при $q = 1,0$ — в однокольцевую. Исчезновение последнего кольца дислокации в вихревых пучках с $m \geq 2$ происходит при $q > 5,0$. Тем не менее, хотя при больших значениях параметра q кольцевая дислокация явно и не наблюдается, ее влияние продолжает оставаться существенным. Так, при высоких уровнях флуктуаций турбулентной атмосферы когерентность вихревого бesselева оптического пучка уменьшается намного быстрее, чем это имеет место для фундаментального бesselева оптического пучка ($m = 0$), и скорость этого уменьшения увеличивается по мере роста значения топологического заряда оптического пучка m .

Обусловлено подобное поведение степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревых бesselевых пучков наличием темного пятна в их центре, увеличивающегося в размере в поперечном направлении с ростом топологического заряда вихревого бesselева пучка m . Это темное пятно «замывается» (исчезает) в связи с рассеянием оптического излучения из боковых ярких колец пучка на случайных неоднородностях среды. В силу данного физического механизма формирования поля его значение на оптической оси пучка возрастает за счет уменьшения значения поля в боковых ярких кольцах пучка. Таким образом, излучение вблизи оптической оси пучка, появившееся в результате рассеяния на турбулентных неоднородностях среды, в пределах исходного темного пятна может находиться между собой и в фазе (или наоборот в противофазе), но корреляция его будет в любом случае слабой (за исключением небольшой области вблизи оптической оси пучка). Все вышесказанное приводит к возникновению эффекта уменьшения когерентности вихревого бesselева пучка с увеличением топологического заряда оптического пучка m .

Фаза комплексной степени когерентности бesselева пучка

Результаты численных расчетов фазы комплексной степени когерентности $\theta(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка на его оптической оси ($R = 0$) в турбулентной атмосфере, проведенных по формулам (5) и (8), показывают, что функциональный вид данной характеристики в первую очередь чувствителен к величине топологического заряда вихревого бesselева пучка m , в меньшей степени $\theta(x, \rho)$ зависит от параметра бesselева пучка β и условий распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере q . Так, для вихревого бesselева пучка с топологическим зарядом $m = 1$ в центральной области около оптической оси пучка фаза комплексной степени когерентности равна нулю [$\theta(x, \rho) \cong 0$], а после прохождения степени когерентности $\mu(x, \rho)$ через нуль фаза комплексной степени когерентности становится равной π [$\theta(x, \rho) \cong \pi$]. Что касается вихревого бesselева пучка с топологическим зарядом $m = 2$, то вблизи оптической оси пучка фаза комплексной степени когерентности равна нулю [$\theta(x, \rho) \cong 0$], после первого прохождения степени когерентности $\mu(x, \rho)$ через нуль она становится равной π [$\theta(x, \rho) \cong \pi$], а после второго прохождения $\mu(x, \rho)$ через нуль $\theta(x, \rho)$ уже равна 2π [$\theta(x, \rho) \cong 2\pi$]. Аналогичная картина имеет место и для вихревого бesselева пучка с топологическим зарядом $m = 3$. В этом случае фаза комплексной степени когерентности $\theta(x, \rho)$ последовательно принимает следующие значения: $0, \pi, 2\pi$ и 3π .

Характеристики кольцевой дислокации

Необходимо обратить особое внимание на тот немаловажный факт, что графики степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревых бesselевых пучков (см. рис. 1–4) наглядно демонстрируют изменение местоположения и геометрических размеров кольцевой дислокации при перемене условий распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере. В дальнейшем, чтобы описать количественно поведение кольцевой дислокации в зависимости от параметров оптического пучка и условий распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере, мы введем две физические характеристики кольцевой дислокации.

Первой из этих характеристик кольцевой дислокации является координата кольцевой дислокации ρ_{ring} , которая определяется по равенству нулю степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревого бesselева оптического пучка [17]:

$$\mu(x, \rho_{ring}) = 0. \quad (9)$$

Для аксиально-симметричного вихревого бesselева пучка условие (9) для координаты кольцевой дислокации ρ_{ring} примет еще более простую форму [19, 23, 24]:

$$\mu(x, \rho_{ring}) = 0. \quad (10)$$

Вторая характеристика кольцевой дислокации — ее ширина d_{ring} , определяющая радиальную протяженность кольцевой дислокации:

$$d_{ring} = \rho_{outside} - \rho_{inside}. \quad (11)$$

Здесь $\rho_{outside}$ и ρ_{inside} — наружный и внутренний радиусы кольцевой дислокации, задаваемые соотношениями

$$\mu(x, \rho_{outside}) = \text{const} \quad (12)$$

и

$$\mu(x, \rho_{inside}) = \text{const}. \quad (13)$$

Отметим, что при однокольцевой дислокации (при $m = 1$) $\rho_{outside}$ (12) — наружный радиус, а ρ_{inside} (13) — внутренний радиус этого единственного кольца дислокации. В случае многокольцевой дислокации (при $m > 1$) $\rho_{outside}$ (12) — наружный радиус внешнего кольца дислокации, а ρ_{inside} (13) — внутренний радиус внутреннего кольца дислокации. Значение величины const , присутствующее в вышеупомянутых выражениях (12) и (13), достаточно условно и при дальнейших вычислениях в нашем исследовании было выбрано равным 0,01.

На рис. 5–7 представлены результаты численного решения уравнения (10) с учетом выражений (5)–(7), позволяющего найти значения координат кольцевой дислокации ρ_{ring} вихревых бesselевых пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Координаты кольцевой дислокации ρ_{ring} вихревых бesselевых пучков представлены при $m = 1$ для различных значений нормированного параметра пучка $\sqrt{x/k\beta}$ (указаны на графике) на рис. 5, при $m = 2$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ на рис. 6, а при $m = 3$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ на рис. 7. Очевидно, что координаты кольцевой дислокации ρ_{ring} существенно зависят от нормированного параметра бesselева пучка ($\sqrt{x/k\beta}$) и условий распространения на атмосферной трассе (q).

Хорошо видно (см. рис. 5), что координата ρ_{ring} в однокольцевой дислокации монотонно отклоняется от оптической оси вихревого бesselева пучка по мере роста значения безразмерного параметра q . Необходимо отметить, что при малых значениях нормированного параметра бesselева пучка ($\sqrt{x/k\beta} < 1$) кольцо дислокации быстро расширяется при увеличении безразмерного параметра q , а при больших значениях нормированного параметра бesselева пучка ($\sqrt{x/k\beta} > 1$) оно остается практически постоянным до момента своего исчезновения. Момент исчезновения кольцевой дислокации в данных исследованиях определялся значением произвольной константы const , которая задавала предельную (наблюдаемую) величину второго (за внешним радиусом кольцевой дислокации) максимума функции степени когерентности $\mu(x, \rho)$ вихревого бesselева пучка.

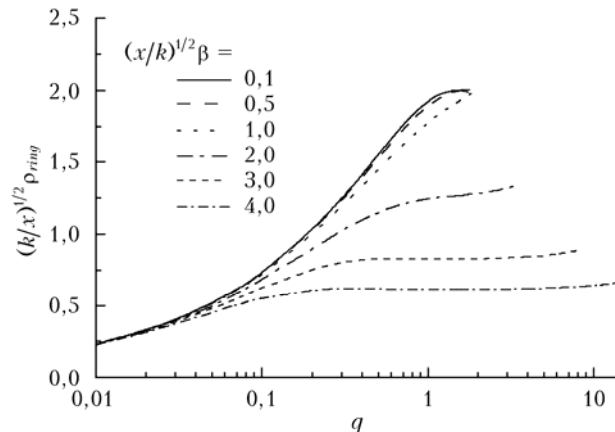


Рис. 5. Координата кольца ρ_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselева пучка с $m = 1$ при разных значениях нормированного параметра бesselева пучка $\sqrt{x/k\beta}$

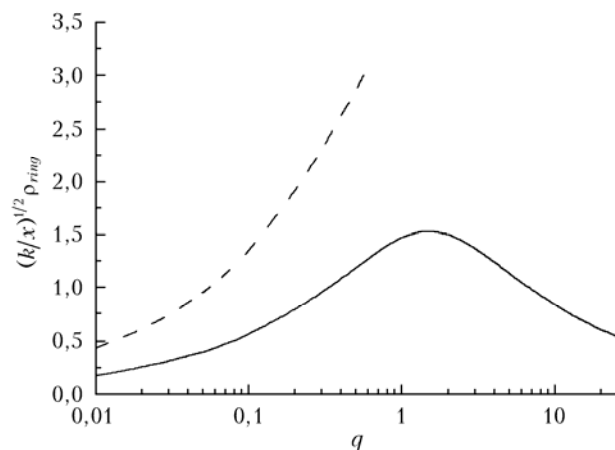


Рис. 6. Координаты колец ρ_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselева пучка с $m = 2$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$: сплошная линия — координата внутреннего кольца, штриховая — внешнего

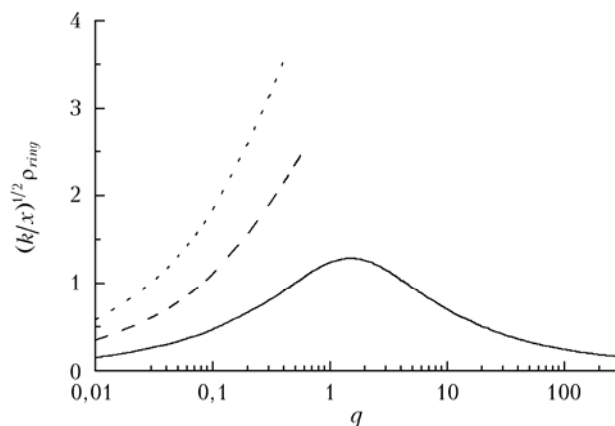


Рис. 7. Координаты колец ρ_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselева пучка с $m = 3$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$: сплошная линия — координата внутреннего кольца, штриховая — среднего, а пунктирная — внешнего

В многокольцевых дислокациях внутреннее кольцо дислокации почти всегда близко расположено возле оптической оси вихревого бesselева пучка (см.

рис. 6, 7), в то время как внешние кольца дислокации быстро расширяются при увеличении безразмерного параметра q и затем исчезают. Отметим, что внешние кольца дислокации исчезают практически одновременно (см. рис. 6, 7), а внутреннее кольцо существует после этого довольно долго. Интересно отметить, что внутреннее кольцо многокольцевой дислокации исчезает при гораздо больших значениях параметра q , чем это происходит у однокольцевой дислокации (см. рис. 5–7). Причем внутреннее кольцо дислокации тем устойчивей, чем больше значение топологического заряда вихревого бesselова оптического пучка m .

Результаты вычисления ширины кольцевой дислокации d_{ring} по формулам (5)–(7) и (11)–(13) представлены на рис. 8–10 для вихревых бesselовых пучков с $m = 1$ при различных значениях нормированного параметра бesselова пучка $\sqrt{x/k\beta}$ (указаны на графике) (см. рис. 8), с $m = 2$ при $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ (см. рис. 9) и с $m = 3$ при $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$ (см. рис. 10). Из рис. 8 следует, что при малых значениях нормированного параметра бesselова пучка $\sqrt{x/k\beta}$ (когда

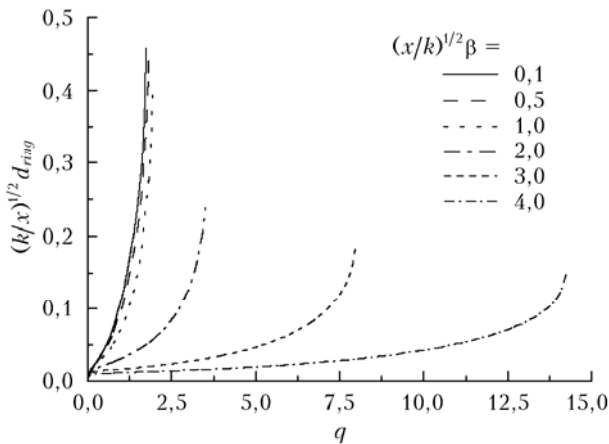


Рис. 8. Ширина d_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselова пучка с $m = 1$ при разных значениях нормированного параметра бesselова пучка $\sqrt{x/k\beta}$

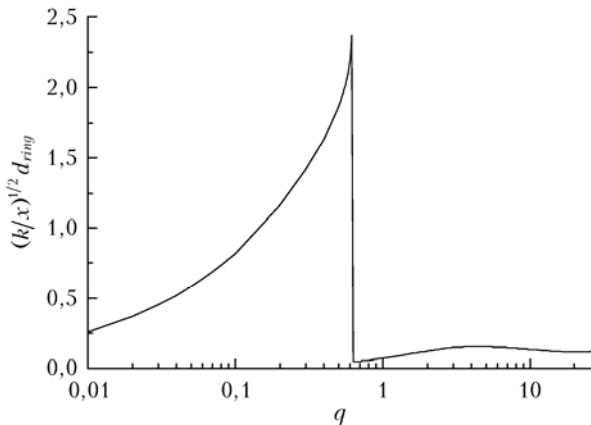


Рис. 9. Ширина d_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselова пучка с топологическим зарядом $m = 2$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$

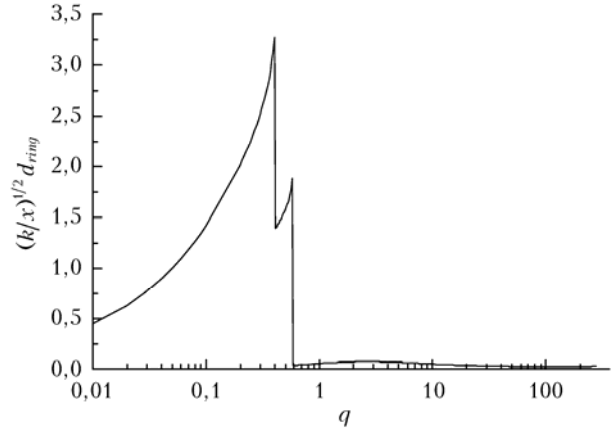


Рис. 10. Ширина d_{ring} кольцевой дислокации вихревого бesselова пучка с топологическим зарядом $m = 3$ для $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$

$\sqrt{x/k\beta} < 1$) ширина кольцевой дислокации d_{ring} быстро увеличивается с ростом параметра q , а при больших значениях нормированного параметра бesselова пучка $\sqrt{x/k\beta}$ (когда $\sqrt{x/k\beta} > 1$) ширина кольцевой дислокации d_{ring} остается примерно постоянной при изменении q в больших пределах. Видно, что при $m = 1$ с увеличением q ширина кольцевой дислокации d_{ring} монотонно увеличивается от 0 до максимального значения, которого она достигает в момент исчезновения кольцевой дислокации. Исчезает же кольцевая дислокация тогда, когда ее размер становится сравнимым с величиной радиуса когерентности бesselова пучка в турбулентной атмосфере.

При больших значениях топологического заряда вихревого бesselова пучка ($m > 1$) картина несколько усложняется. Общий стиль поведения кольцевой дислокации остается прежним, однако сначала исчезает внешнее кольцо, затем следующее и так последовательно до последнего. Физические условия исчезновения колец те же, что и при $m = 1$, но динамика изменения ширины кольцевой дислокации d_{ring} носит уже существенно немонотонный характер, а график $d_{ring}(q)$ принимает вид «пилообразной» кривой (см. рис. 9, 10). Например, из рис. 9 видно, что кривая $d_{ring}(q)$, изображающая ширину кольцевой дислокации d_{ring} вихревого бesselова пучка с топологическим зарядом $m = 2$, при значении аргумента $q \approx 0,63$ имеет резкий максимум, который связан с исчезновением в данный момент внешнего кольца дислокации. Аналогичная картина имеет место и на рис. 10 для кривой $d_{ring}(q)$, соответствующей вихревому бesselову пучку с топологическим зарядом $m = 3$, при значениях аргумента $q \approx 0,41$ (исчезновение внешнего кольца) и $q \approx 0,59$ (исчезновение среднего кольца) на графике наблюдается череда резких максимумов.

Заключение

В статье на основе теоретического анализа показано, что при распространении когерентного оптического излучения с геликоидальным фазовым профи-

лем в турбулентной атмосфере в центральной части двумерного поля степени когерентности формируется кольцевая дислокация. Вблизи оптической оси вихревого бесселева пучка когерентность оптического излучения высокая, затем наблюдаются две области: в одной области когерентность поля низкая, в другой — высокая. При увеличении топологического заряда оптического пучка размер области низкой когерентности увеличивается, а размер области высокой когерентности уменьшается.

Таким образом, оказывается, что вихревые бесселевы пучки при распространении в случайно-неоднородной среде имеют более низкую когерентность, чем фундаментальный бесселев пучок, а величина этого эффекта существенно зависит от значения топологического заряда пучка.

Проведены детальные исследования характеристик кольцевой дислокации вихревых бесселевых оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Обнаружено, что число колец формируемой кольцевой дислокации равно величине топологического заряда вихревого пучка, а координаты и ширина кольцевой дислокации вихревого бесселева пучка зависят от величины параметра бесселева пучка (поперечной к направлению распространения оптического излучения составляющей волнового вектора) и интенсивности флуктуаций параметров случайно-неоднородной (турбулентной) среды. Кроме того, отмечено также, что ширина кольцевой дислокации вихревого бесселева пучка с топологическим зарядом, равным единице, с увеличением флуктуаций в турбулентной атмосфере растет монотонно при малых значениях параметра бесселева пучка, а при больших значениях этого параметра, наоборот, хорошо сохраняет свою величину при распространении в турбулентной атмосфере. Увеличение топологического заряда вихревых бесселевых пучков приводит к усложнению поведения ширины кольцевой дислокации оптического пучка.

1. *Andrews D.L.* Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces. N.Y.: Academic Press, 2008. 341 p.
2. *Allen L., Barnett S.M., Padgett M.J.* Optical angular momentum. Bristol: Institute of Physics, 2003. 300 p.
3. *Leach J., Padgett M.J., Barnett S.M., Franke-Arnold S., Courtial J.* Measuring the orbital angular momentum of a single photon // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88, N 25. 257901.
4. *Gibson G., Courtial J., Padgett M.J., Vasnetsov M., Pas'ko V., Barnett S.M., Franke-Arnold S.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum // *Opt. Express.* 2004. V. 12, N 22. P. 5448–5456.
5. *Paterson C.* Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94, N 15. 153901.
6. *Gbur G.* The evolution of vortex beams in atmospheric turbulence // *Proc. SPIE.* 2008. V. 6878. 687804.
7. *Gbur G., Tyson R.K.* Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2008. V. 25, N 1. P. 225–230.
8. *Yao A.M., Padgett M.J.* Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications // *Adv. Opt. Photon.* 2011. V. 3, N 2. P. 161–204.

9. *Аксёнов В.П., Погуца Ч.Е.* Влияние оптического вихря на случайные смещения Лагерра–Гауссова лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2012. Т. 25, № 7. С. 561–565.
10. *Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E.* Increase in laser beam resistance to random inhomogeneities of atmospheric permittivity with an optical vortex included in the beam structure // *Appl. Opt.* 2012. V. 51, N 30. P. 7262–7267.
11. *Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г.* Спиральные пучки света // *Успехи физ. наук.* 2004. Т. 174, № 12. С. 1273–1300.
12. *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Егоров Ю.А.* Векторные сингулярности гауссовых пучков в одноосных кристаллах: генерация оптических вихрей // *Письма в ЖТФ.* 2002. Т. 28, вып. 22. С. 70–77.
13. *Wood R.W.* Vortex rings // *Nature (Gr. Brit.).* 1901. V. 63, N 1635. P. 418–420.
14. *Gbur G., Visser T.D.* Coherence vortices in partially coherent beams // *Opt. Commun.* 2003. V. 222, N 1–6. P. 117–125.
15. *Gbur G., Visser T.D., Wolf E.* “Hidden” singularities in partially coherent wavefields // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2004. V. 6, N 5. P. S239–S242.
16. *Bogatryyova G.V., Fel'de Ch.V., Polyanskii P.V., Ponomarenko S.A., Soskin M.S., Wolf E.* Partially coherent vortex beams with a separable phase // *Opt. Lett.* 2003. V. 28, N 11. P. 878–880.
17. *Maleev I.D., Palacios D.M., Marathay A.S., Swartzlander G.A.* Spatial correlation vortices in partially coherent light: Theory // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 2004. V. 21, N 11. P. 1895–1900.
18. *Ding Ch., Pan L., Lu B.* Phase singularities and spectral changes of spectrally partially coherent higher-order Bessel–Gauss pulsed beams // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2009. V. 26, N 12. P. 2654–2661.
19. *Lukin I.P.* Formation of a ring dislocation of a coherence of a vortex optical beam in turbulent atmosphere // *Proc. SPIE.* 2013. V. 9066. 90660Q.
20. *Borghi R., Santarsiero M., Gori F.* Axial intensity of apertured Bessel beams // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1997. V. 14, N 1. P. 23–26.
21. *Chen B., Chen Z., Pu J.* Propagation of partially coherent Bessel–Gaussian beams in turbulent atmosphere // *Opt. Laser Technol.* 2008. V. 40, N 6. P. 820–827.
22. *Zhu K., Zhou G., Li X., Zheng X., Tang H.* Propagation of Bessel–Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere // *Opt. Express.* 2008. V. 16, N 26. P. 21315–21320.
23. *Лукин И.П.* Устойчивость когерентных вихревых бесселевых пучков при распространении в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2014. Т. 27, № 5. С. 367–374.
24. *Lukin I.P.* Mean intensity of the vortex Bessel beams propagating in turbulent atmosphere // *Appl. Opt.* 2014. V. 53, N 15. P. 3287–3293.
25. *Durnin J.* Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1987. V. 4, N 4. P. 651–654.
26. *Jiang Zh., Lu Q., Liu Z.* Propagation of apertured Bessel beams // *Appl. Opt.* 1995. V. 34, N 31. P. 7183–7185.
27. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
28. *Eyyuboglu H.T.* Propagation of higher order Bessel–Gaussian beams in turbulence // *Appl. Phys. B.* 2007. V. 88, N 2. P. 259–265.
29. *Лукин И.П.* Когерентность бесселева пучка в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2012. Т. 25, № 5. С. 393–402.

30. *Eyyuboğlu H.T., Baykal Y., Cai Y.* Complex degree of coherence for partially coherent general beams in atmospheric turbulence // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2007. V. 24, N 9. P. 2891–2901.
31. *Eyyuboğlu H.T.* Propagation and coherence properties of higher order partially coherent dark hollow beams in turbulence // *Opt. Laser Technol.* 2008. V. 40, N 1. P. 156–166.
32. *Martinez-Herrero R., Manjavacas A.* Overall second-order parametric characterization of light beams propagating through spiral phase elements // *Opt. Commun.* 2009. V. 282, N 4. P. 473–477.

I.P. Lukin. Ring dislocation of the degree of coherence of a vortex Bessel beam in turbulent atmosphere.

The behavior of the degree of coherence of a coherent vortex Bessel optical beam propagating in a turbulent randomly inhomogeneous medium is theoretically considered. The influence of an optical vortex on the degree of coherence of the Bessel beam in a randomly inhomogeneous medium is studied. The analysis is based on the solution of the equation for the second-order mutual coherence function of optical beam field. On the basis of this solution, the behavior of the module of the second-order mutual coherence function (a degree of coherence), the vortex Bessel beam field is investigated. It is shown that at low levels of fluctuations in the turbulent atmosphere, in the central part of a two-dimensional field of the degree of coherence of vortex Bessel beams, the ring dislocation is formed; the number of rings is equal to value of a topological charge of an optical beam. The structure of a ring dislocation of the degree of coherence of vortex Bessel optical beams in turbulent atmosphere is studied in detail. For this purpose, two characteristics of the ring dislocation are introduced: the spatial coordinate and width of a ring. The influence of parameters of an optical beam (a cross-section wave number and a topological charge) and atmospheric turbulence (a coherence radius of a plane optical wave) on these characteristics of the ring dislocation of the degree of coherence of a vortex Bessel optical beam is considered.