Физика горения и взрыва

4
1978 г.

К ОБЩЕМУ АНАЛИЗУ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ПЛАМЕНИ В СЖИМАЕМОЙ ИДЕАЛЬНОЙ СРЕДЕ

П. П. Лазарев, А. С. Плешанов

(Москва)

В [1] при исследовании устойчивости фронта пламени в сжимаемой идеальной (недиссипативной) среде было получено характеристическое уравнение, которое в безразмерной форме имеет вид

$$z_1\{(1+\varphi)(z_2+w_2)[\Lambda(z_1+w_1)z_1-1]+[2(\lambda-1)\Lambda-$$
$$-(1-\mathrm{M}_1^2)](z_1+w_1)[(z_2^2-1)-(1+\varphi)(z_2+w_2)z_2]\}-$$
$$-(1+\varphi)(z_2+w_2)\cdot[(\Lambda-\mathrm{M}_1^2)(z_1+w_1)+w_1][z_1z_2-(\lambda-1)]=0. \quad (1)$$

Здесь $z_\alpha=\Omega/(ku_\alpha)$ — безразмерная частота ($\Omega=-i\omega$, k — волновой вектор возмущения вдоль фронта при условии $\mathrm{Im}(k)=0$; u_α — скорость среды, нормальная к фронту; $\alpha=1,2$ — индекс, относящийся к средам до и после фронта соответственно); $w_\alpha=k_\alpha/k$ — безразмерное волновое число (k_α — волновое число акустического возмущения); $\lambda=\rho_1/\rho_2=u_2/u_1>1$ (ρ_α — плотность); $\Lambda=u_1dj/dp_1$ (j — удельный поток массы, причем предполагается $j\sim p_1^n$); $\mathrm{M}_\alpha=u_\alpha/c_\alpha$ — число Маха (c_α — скорость звука); $\varphi=j^2(\partial V_2/\partial p_2)_H$ — параметр, введенный в [2], причем $\sqrt{-\varphi}=\mathrm{M}_H$ — эффективное число Маха на кривой Гюгонио [1]; p_α — давление и V_α — удельный объем. При этом w_α удовлетворяют дисперсионным уравнениям [1] в безразмерной форме

$$w_\alpha^2-1=\mathrm{M}_\alpha^2(z_\alpha+w_\alpha)^2. \quad (2)$$

Используем представления

$$z_\alpha=x_\alpha+iy_\alpha,\quad w_\alpha=u_\alpha+iv_\alpha, \quad (3)$$

причем по определению z_α имеет место связь $z_1=\lambda z_2$.

Границы областей устойчивости соответствуют условию $x_\alpha=0$ (так называемые нейтральные кривые). Если при этом $u_1>0$ и $u_2<0$, то такая кривая дает границу области абсолютной устойчивости (величины y_α, v_α произвольны, и, в частности, возможна ситуация $y_\alpha=0$, т. е. $z_\alpha=0$); если $u_\alpha=0$ и y_α, $v_\alpha\neq0$, то получаем границы областей частичной устойчивости, при которой имеют место незатухающие осцилляции [2, 3].

В [1] получена одна граница области абсолютной устойчивости, соответствующая частной ситуации $z_\alpha=0$. Эта граница определяется условием

$$\Lambda + 1 - M_1^2 = 0 \quad \text{или} \quad n_6 = -\left(1 - M_1^2\right)\frac{p_1}{\rho_1 u_1^2}, \tag{4}$$

так что при $n<n_6$ имеет место абсолютная устойчивость. В данной работе находятся остальные границы при $y_\alpha \neq 0$.

Преобразуем (1), выразив в нем φ через M_2 с помощью соотношения [1],

$$-\frac{1+\varphi}{M_2^2+\varphi}\psi = 1 + \left(1 - \frac{1}{\overline{\Lambda}}\right)^{-1} \equiv \frac{1-2\overline{\Lambda}}{1-\overline{\Lambda}}, \tag{5}$$

где $\psi = \frac{p_1 - p_2}{T_2}\left(\frac{\partial V_2}{\partial s_2}\right)_{p_2}$; $\overline{\Lambda} = \frac{\lambda - 1}{1 - M_1^2}\Lambda$; T — температура; s — энтропия.

Уравнение (1) принимает вид

$$\begin{gathered} z_1\{\nu_2[\overline{\Lambda}\nu_1 z_1 - (\lambda-1)] + (\lambda-1)\nu_1[\{(2+\psi)\overline{\Lambda} - \\ -(1+\psi)\}(z_2^2-1) - (2\overline{\Lambda}-1)\nu_2 z_2]\} + \nu_2[(\lambda-1)z_1 - \\ -(\overline{\Lambda}+\lambda-1)\nu_1][z_1 z_2 - (\lambda-1)] = 0, \end{gathered} \tag{6}$$

где $\nu_\alpha = \left(1 - M_\alpha^2\right)(z_\alpha + w_\alpha)$.

Для пламени, когда $p_1>p_2$, в среде с нормальным тепловым расширением, т. е. при

$$(\partial s/\partial V)_p = c_p/T \cdot (\partial T/\partial V)_p > 0,$$

имеет место $\psi>0$. Тогда из (5), учитывая в случае пламени неравенства $M_\alpha<1$ (см., например, [4]), получим

$$\begin{array}{lll} M_2 < M_H < 1 & & (\overline{\Lambda}>1), \\ M_H < M_2 < 1 & \text{или } M_2 < 1 < M_H & (1/2<\overline{\Lambda}<1), \\ M_2 < M_H < 1 & & (\overline{\Lambda}<1/2). \end{array}$$

Приведем далее необходимую газодинамическую информацию, согласно [5]. Рассмотрим для простоты идеальный газ с постоянными молекулярным весом μ, теплоемкостью c_v и отношением теплоемкостей γ. Уравнение кривой Гюгонио имеет вид [5]

$$(\pi+\delta)(\lambda-\delta) = (1-\delta^2)(1+\omega^2), \tag{7}$$

где $\pi=p_2/p_1<1$; $\delta=(\gamma-1)/(\gamma+1)$; $\omega^2=1/(1+\delta)\cdot q/c_v T_1$ (q — удельный тепловой эффект реакции). Имеют место соотношения

$$\begin{gathered} M_1 = \sqrt{1/\gamma\cdot(1-\pi)/(\lambda-1)}, \quad M_2 = \sqrt{\lambda/\pi}\cdot M_1, \\ M_{H\infty} = (\lambda-\delta)/(1-\delta)\sqrt{1+\omega^2}\cdot M_1, \end{gathered} \tag{8}$$

где $M_{H\infty}$ — значение M_H при $\overline{\Lambda}=\infty$. При этом

$$\begin{gathered} \lambda_- < \lambda \leqslant \lambda_+, \quad \pi_- > \pi \geqslant \pi_+; \\ \lambda_- = 1 + (1-\delta)\omega^2, \quad \lambda_+ = \lambda_- + (1-\delta)\omega\sqrt{1+\omega^2}; \\ \pi_- = 1, \quad \pi_+ = \pi_- - (1+\delta)\omega(\omega+\sqrt{1+\omega^2})^{-1}; \\ 0 < M_1 \leqslant M_{1+} = (\omega+\sqrt{1+\omega^2})^{-1}, \; 0 < M_{2,H\infty} \leqslant 1; \\ 0 < M_1 < M_2 \leqslant M_{H\infty} \leqslant 1. \end{gathered} \tag{9}$$

Здесь правые предельные значения соответствуют дефлаграции Чепмена — Жуге, при которой $M_1=M_{1+}$ и $M_2=M_{H\infty}=1$. Обращаем внимание на то, что M_{1+} зависит только от ω и убывает с ростом ω. Исследование (1) или (6) проводится аналогично [3, 6]. Сложность данного рассмотрения по сравнению с [3] заключается в том, что настоящий анализ как бы двумерный по отношению к одномерному исследованию [3].

Уравнение (1) линейно относительно параметра Λ. Естественно поэтому находить границы областей устойчивости на диаграмме Λ—M_1 (частный пример такой кривой дается (4) [1]). При $M_1=M_2=M_H=\Lambda=0$, когда $w_1=1$ и $w_2=-1$, (1) сводится к уравнению [4, 7]

$$(\lambda+1)\,z_1^2+2\lambda z_1-\lambda(\lambda-1)=0, \tag{10}$$

которое ввиду $\lambda>1$ дает неустойчивость. При $M_2=M_H=1$ имеем из (1)

$$z_1(z_1+w_1)(z_2^2-1)=0. \tag{11}$$

Для акустических возмущений ситуация $z_\alpha+w_\alpha=0$ является вырожденной и потому отбрасывается. Ситуация $z_2=\pm1$, как это следует из (2), дает

$$w_2=\mp 1 \quad \text{или} \quad w_2=\pm\frac{1+M_2^2}{1-M_2^2},$$

т. е., отбрасывая физически нереальные решения с $u_2>0$, имеем

$$w_2=-1 \quad \text{или} \quad w_2=-\frac{1+M_2^2}{1-M_2^2}.$$

Первое решение дает $z_2+w_2=0$ и потому отбрасывается; второе решение дает устойчивость. Последняя возможная ситуация $z_1=0$ приводит к значениям $u_1=\left(1-M_1^2\right)^{-1/2}$, $v_1=0$, что означает устойчивость. Таким образом, при $M_2=M_H=1$ получаем абсолютную устойчивость.

При $\Lambda=\infty$ уравнение (1) имеет вид характеристического уравнения [2, 3]

$$2\lambda z_2\left(z_2^2-1\right)=(1+\varphi)(z_2+w_2)\left(\lambda z_2^2-1\right) \tag{12}$$

(точнее, в [3] под λ подразумевается обратная величина). Критерий абсолютной устойчивости [2, 3] в данном случае имеет вид

$$-1<\varphi<1-2M_2. \tag{13}$$

Проводя анализ, аналогичный [3], убедимся с помощью (7)—(9), что неравенства (13) в данной ситуации выполняются. Можно показать, что второй критерий абсолютной устойчивости [3] здесь неприменим, так как φ меняется монотонно при изменении параметра $\mu_2=v_2/y_2$, введенного в [3]. Таким образом, при $\Lambda=\infty$ режим абсолютно устойчив.

Принимая также во внимание наличие границы области абсолютной устойчивости (4), приходим к выводу, что на диаграмме Λ—M_1 должна существовать по крайней мере еще одна граница области абсолютной устойчивости, которая справа должна пересекать вертикаль $M_1=M_{1+}$, а слева — стремиться к бесконечности при $M_1\to 0$.

Здесь приводится прямое доказательство существования такой кривой, которая оказывается единственной и для которой удается найти простое аналитическое выражение. Полагая $x_\alpha=0$ и y_α, u_α, $v_\alpha\neq0$, получим из (2)

$$u_1=\frac{\sqrt{(1-M_1^2)-M_1^2y_1^2}}{1-M_1^2}>0, \quad v_1=\frac{M_1^2}{1-M_1^2}y_1;$$

$$u_2=\frac{\sqrt{(1-M_2^2)-M_2^2y_2^2}}{1-M_2^2}<0, \quad v_2=\frac{M_2^2}{1-M_2^2}y_2,$$

так что

$$\begin{gathered}\nu_1=\sqrt{(1-M_1^2)-M_1^2y_1^2}+iy_1\equiv\nu_{1r}+i\nu_{1i},\\ \nu_2=-\sqrt{(1-M_2^2)-M_2^2y_2^2}+iy_2\equiv\nu_{2r}+i\nu_{2i}.\end{gathered} \tag{14}$$

Подставляя $z_\alpha=iy_\alpha$ и ν_α в (6), представим (6) в виде

$$(U_1+iV_1)\bar\Lambda=U_2+iV_2,$$

откуда $\bar\Lambda=U_2/U_1=V_2/V_1$. Для V_α получаются выражения

$$V_1=V_2=\nu_{1r}y_2\{(1-y_1y_2)-\lambda[2+\psi(1+y_2^2)]\}+\nu_{2r}y_1(1+y_1y_2).$$

Можно показать, что $V_1=V_2\neq0$ и, следовательно, $\bar\Lambda=1$, т. е. кривая

$$n_1=(1-M_1^2)\frac{p_1}{\rho_2u_2^2-\rho_1u_1^2} \tag{15}$$

является единственной искомой границей при y_α, u_α, $v_\alpha\neq0$. Обращаем внимание на то, что 1) значение $\bar\Lambda=1$ выше отмечалась как критическое (см. (5)); 2) существует аналогия между аналитическими представлениями границ (4) и (15).

Если в (6) подставить значение $\bar\Lambda=1$, то (6) приобретает вид

$$z_1[(\nu_1+\lambda\nu_2)z_2-\nu_1\nu_2](z_2^2-1)=0,$$

откуда ввиду доказанного выше неравенства $z_1(z_2^2-1)\neq0$ следует

$$\lambda/\nu_1+1/\nu_2=1/z_2. \tag{16}$$

Можно показать, что мнимая часть этого уравнения при $x_\alpha=0$ и учете (14) удовлетворяется тождественно, тогда действительная часть дает уравнение для определения y_α^2 на найденной границе области абсолютной устойчивости.

Интересно, что особое значение величины $\bar\Lambda=1$ видно из преобразованной простой формы (6)

$$\left[\frac{z_1z_2-1}{z_1(z_2^2-1)}-\frac{2+\psi}{\nu_2}\right](\bar\Lambda-1)=\left(\frac{\lambda}{\nu_1}+\frac{1}{\nu_2}\right)-\frac{1}{z_2}, \tag{17}$$

откуда при $\bar\Lambda=1$ сразу следует (16), а при $\Lambda=\infty$ — (12).

Границы областей частичной устойчивости находятся согласно [3]. Пусть $x_\alpha=u_\alpha=0$ и $\mu_\alpha=v_\alpha/y_\alpha$. Тогда из дисперсионных уравнений (2) получим

$$y_\alpha^{-2}=(1-M_\alpha^2)(\mu_\alpha-\mu_{\alpha-})(\mu_{\alpha+}-\mu_\alpha), \tag{18}$$

где

$$\mu_{\alpha-} = -\left(M_\alpha^{-1}+1\right)^{-1};\quad \mu_{\alpha+} = \left(M_\alpha^{-1}-1\right)^{-1},$$

так что $y_\alpha=\infty$ при $\mu_\alpha=\mu_{\alpha\mp}$. Значение $y_\alpha=\infty$ соответствует, согласно [3], правой границе (13). Значение $\bar{\Lambda}$ при этом определяется из соотношения

$$\bar{\Lambda} = \frac{1}{\bar{\nu}_1}\,\frac{(1+\psi)\,\bar{\nu}_1-\bar{\nu}_2}{(2+\psi)-\bar{\nu}_2}, \tag{19}$$

следующего из (6). Здесь

$$\bar{\nu}_\alpha = \nu_{\alpha i}/y_\alpha = \left(1-M_\alpha^2\right)(1+\mu_\alpha).$$

Подстановка критических значений $\mu_{\alpha\mp}$ в (19) дает четыре кривых, условно обозначаемых как $+-$; $--$; $++$; $-+$ (например, $+-$ означает $\mu_1=\mu_{1+}$ и $\mu_2=\mu_{2-}$). Можно показать в общем случае, что при $M_1<M_{1+}$ имеют место неравенства

$$n_{+\,-}>n_{-\,-}>n_{+\,+}>n_{-\,+}. \tag{20}$$

Физический смысл полученных границ таков. Пусть θ_α — угол между нормалью к фронту, направленной в среду *2*, и направлением акустического возмущения. Тогда абсолютная скорость возмущения

$$u_\alpha-c_\alpha \leqslant U_\alpha=u_\alpha+c_\alpha\cos\theta_\alpha \leqslant u_\alpha+c_\alpha,$$

и случай $-1<\cos\theta_1<-M_1$ соответствует излучению фронтом возмущения в среду *1*, $-M_1<\cos\theta_1<1$ — падению из среды *1* на фронт, $-M_2<\cos\theta_2<1$ — излучению в среду *2*, $-1<\cos\theta_2<-M_2$ — падению из *2* на фронт. Значения $\cos\theta_1=\mp1$ и $\cos\theta_2=\pm1$ являются предельными, и, например, ситуация $+-$ соответствует случаю $\cos\theta_1=-1$ $(\bar{\nu}_1=\bar{\nu}_{1+}=1+M_1)$ и $\cos\theta_2=1$ $(\bar{\nu}_2=\bar{\nu}_{2-}=1-M_2)$.

Границы областей частичной устойчивости, соответствующие случаям $u_1=0$, $u_2<0$ и $u_1>0$, $u_2=0$, т. е. $y_\alpha=\infty$ [3], невозможны, так как, например, при $u_1=0$, $u_2<0$ условие $y_1=\infty$ несовместимо с требованием вещественности u_2, которое имеет вид

$$y_2^2=\lambda^2 y_1^2<M_2^{-2}-1.$$

Резюмируя проведенное исследование, приходим к выводу, что на диаграмме n—M_1 помимо ранее полученной границы области абсолютной устойчивости n_6 (4) имеется еще только одна такая граница n_1 (15) и 4 кривых — границы областей частичной устойчивости: $n_2(+-)$, $n_3(--)$; $n_4(++)$, $n_5(-+)$. Эти кривые при $\gamma=7/5$ и $\omega^2=10$ нанесены на рис. 1, причем области устойчивости заштрихованы (кривая n_6 находится вне рисунка). Для иллюстрации влияния γ и ω^2 на рис. 2 нанесены кривые n_1 при $\gamma=7/5$ (*1*, *3*), $\gamma=1$ (*2*, *4*) и $\omega^2=10$ (*1*, *2*), $\omega^2=1$ (*3*, *4*) (вертикали соответствуют дефлаграции Чепмена — Жуге).

Информация по значениям нормальной скорости распространения фронта пламени u_1 и ее зависимости от p_1 есть, например, в [8—11]. Экспериментальные значения для многих углеводородов находятся в пределах 0,7÷1,25 [9]. Из рис. 1 следует, что при реальных достаточно малых значениях M_1 учет сжимаемости среды не приводит к стабилизации фронта пламени. Стабилизация, если и возможна, то лишь в режимах, близких к дефлаграции Чепмена — Жуге, как это и предполагалось в [1]. Отметим, что в отличие от [1] здесь получена область

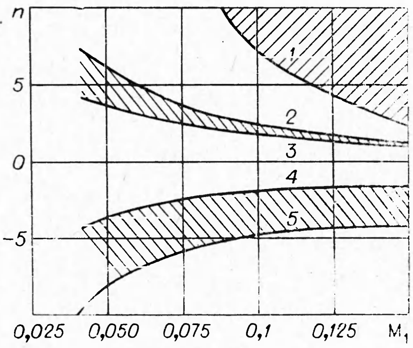

Рис. 1.

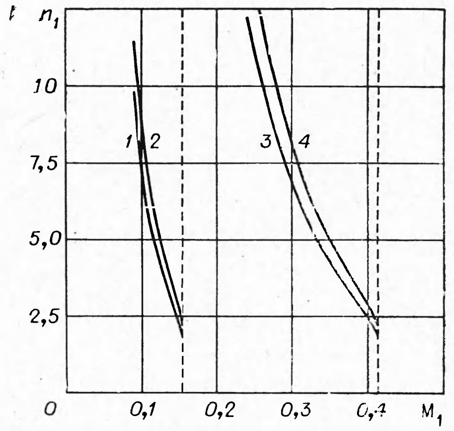

Рис. 2.

абсолютной устойчивости и при $n=n_1>0$, причем критические значения $n_1<|n_6|$.

Реальные пламена обладают достаточно большими значениями безразмерного теплового эффекта ω^2, так что критические значения n для них могут быть порядка $(\omega M_1)^{-2}$ для n_1 и $(\omega M_1)^{-1}$ — для n_2. Следовательно, несмотря на малое значение M_1, величины $n_{1,2}$ могут быть ~ 1. Если использовать оценку j по теории нормальной скорости [8, 9]

$$j \approx \sqrt{2\frac{\varkappa}{q}\int_{T_1}^{T_2}\theta dT},$$

где $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности и θ — скорость химической реакции [кг/(м^3·с)], то для $n_{1,2}$ получаются оценки, не зависящие от q.

Учет реальных свойств в первом приближении означает введение разных значений μ_α и c_{v_α}, а значит, и γ_α. Можно показать, что при $\gamma_2<\gamma_1$ реальное n_1 по сравнению с его идеальным значением увеличивается.

В заключение обратим внимание на принципиальную возможность распространения фронта пламени с повышением плотности и давления (случай, для которого можно гарантировать, согласно [7], гидродинамическую устойчивость). Такая возможность реализуется при $\mu_2>\mu_1$, $c_{p2}>c_{p1}$, $\gamma_2<\gamma_1$, и горение с повышением температуры идет при условии

$$1<\frac{c_{p1}T_1+q}{c_{p2}T_1}<\frac{\mu_2}{\mu_1}. \tag{21}$$

При таком процессе, очевидно, отсутствуют как дефлаграция, так и детонация Чепмена — Жуге.

С термодинамической точки зрения обсуждаемый процесс в принципе возможен, так как энтропия продуктов сгорания при исходных значениях p_1 и T_1 всегда выше энтропии горючей смеси. Равновесная кривая Гюгонио для продуктов сгорания располагается в данном случае слева от исходной точки, и из двух возможных конечных состояний, соответствующих заданному значению j, реализуется состояние с бо́льшими значениями плотности и давления, поскольку оно обладает бо́льшей энтропией. Последнее обстоятельство следует из монотонного возрастания энтропии при уменьшении плотности на кривой Гюгонио, что доказывается с помощью неравенств (21). По-видимому, такое аномальное горение может наблюдаться в «холодных» пламенах [8].

Поступила в редакцию
18/I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Плешанов. ФГВ, 1975, **11**, 4, 665.
2. С. П. Дьяков. ЖЭТФ, 1974, **27**, 288.
3. А. С. Плешанов. ФГВ, 1976, **12**, 3, 474.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
5. А. С. Плешанов. ПМТФ, 1964, 4, 130.
6. П. П. Лазарев, А. С. Плешанов. ФГВ, 1976, **12**, 4, 615.
7. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 1944, **14**, 240.
8. А. С. Соколик. Самовоспламенение, пламя и детонация в газах. М., Изд-во АН СССР, 1960.
9. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
10. В. С. Бабкин. Канд. дис. Новосибирск, ИХКиГ, 1965.
11. А. В. Вьюн. Канд. дис. Новосибирск, ИХКиГ, 1975.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ВОДОРОДНО-КИСЛОРОДНОЙ СМЕСИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

Л. К. Парфенов

(Томск)

Процессам горения и распространения пламени в горючих смесях в нормальных условиях посвящено много работ. В то же время практически отсутствуют исследования, рассматривающие вопросы горения и распространения пламени в горючих смесях в условиях невесомости. Распространено мнение, что конвекция благоприятствует распространению пламени снизу вверх, вследствие чего пределы распространения пламени при движении его вверх шире [1]. С другой стороны, авторы работ [2—4] считают, что конвекция играет отрицательную роль при распространении пламени, т. е. уменьшение конвекции должно приводить к расширению области воспламенения. Обнаруженный верхний предел по давлению, по мнению авторов [5], есть результат воздействия конвекции на процесс распространения пламени.

С целью изучения роли конвекции разработана экспериментальная установка (рис. 1), состоявшая из следующих элементов: генератор импульсов зажигания, внешняя капсула *3*, внутренняя капсула *4*, камера сжигания *2*, жестко закрепленная во внутренней капсуле, кинокамера *5*, электромагнитный зацеп *1*.

Экспериментальная установка позволяла получить состояние невесомости в течение 1÷1,5 с. Необходимую информацию о влиянии невесомости на пределы распространения пламени ожидалось получить из экспериментов по измерению видимой скорости распространения пламени в нормальных условиях и в условиях невесомости. Скорость измерялась с помощью двух 50-микронных термопар, установленных в камере сжигания. Первая термопара была удалена от разрядного промежутка на 0,05 м, вторая — на 0,1 м. Абсолютная погрешность изме-