

УДК 621; 519.6

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СОВОКУПНОСТИ СТОХАСТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Ф. Йонгфэн, Ч. Жианьюнь

Школа электроники и инженеров-механиков университета Сидянь,
710071 Сиань, Китай
E-mail: fangyf_9707@126.com

Предложена модель, предсказывающая надежность конструкции при действии на нее четырех наиболее распространенных типов нагрузок, объединенных в три комбинации в соответствии с правилом Туркстра. Прогнозирующая модель строится на основе теории прочности как без учета деградации прочности материала, так и с ее учетом. Приведен пример, показывающий эффективность предложенной модели.

Ключевые слова: стохастические нагрузки, комбинации стохастических нагрузок, динамическая надежность, прогнозирующая модель.

Введение. В работах [1–5] изучалась статическая надежность конструкций. В [6] рассматривалась эффективность предложенной модели, прогнозирующей надежность конструкции при действии нагрузок, зависящих от времени. Однако в тех случаях, когда изменение амплитуд нагрузок трудно предсказать, использование этой модели приводит к большим погрешностям при определении надежности конструкции. В [7] изучалась динамическая надежность конструкции при действии только одной нагрузки и стационарного случайного ее возмущения. В [8, 9] исследовалась динамическая надежность систем и их составляющих. Показано, что динамическая кривая разрушения соответствует кривой в модели Бастуба. В [10, 11] изучалась динамическая надежность конструкций при действии двух нагрузок без учета дополнительных нагрузок. На самом деле надежность конструкции зависит не только от действующих на нее нагрузок, но и от деградации прочности материала, вибраций, коррозии и других факторов старения. Таким образом, в действительности на конструкцию действуют нагрузки различного типа.

В данной работе на основе известных результатов с помощью теории прочности и теории случайных процессов строится прогнозирующая модель динамической надежности конструкции при воздействии на нее нескольких типов нагрузок с учетом деградации прочности. Используются три возможные комбинации действующих нагрузок. Приводится пример, показывающий эффективность предложенной модели.

1. Типы стохастических нагрузок, действующих на конструкцию. Существует четыре типа нагрузок, действующих на конструкцию: 1) мертвые нагрузки; 2) основные нагрузки; 3) ветровые нагрузки; 4) особые нагрузки, которые могут воздействовать на конструкцию в течение срока ее эксплуатации.

1.1. *Анализ типов нагрузок.* Мертвые нагрузки — нагрузки, воздействие которых на конструкцию не изменяется в процессе эксплуатации. Такие нагрузки следует рассматривать как случайные величины, тем не менее обычно они трактуются как постоянные величины. Напряжения, вызванные этими нагрузками, обозначаются через S_g .

Основные нагрузки — нагрузки, присущие данной конструкции. Нагрузки такого типа рассматривались во многих работах (см., например, [2, 3, 10, 11]). Напряжения, обусловленные основными нагрузками, обозначаются через S_L . Обычно считается, что эти нагрузки распределены по нормальному закону

$$S_L \sim N(\mu_L, \sigma_L), \quad (1)$$

где μ_L — среднее напряжений, обусловленных основной нагрузкой; σ_L — варианта этих напряжений.

Ветровые нагрузки действуют на конструкцию как на земле, так и в космосе. Как правило, для максимальных значений ветровых нагрузок за год принимается экстремальное распределение первого типа (распределение Гумбеля). Напряжения, обусловленные этими нагрузками, обозначаются через S_w :

$$F_w(S_w) = \exp \left[- \exp \left(- \frac{S_w - 0,359S_{w_k}}{0,167S_{w_k}} \right) \right]$$

(S_{w_k} — параметр распределения).

Особые нагрузки — нагрузки, вызванные не только старением материала, но и природными катаклизмами, такими как землетрясения, удары молнии и т. д. Напряжения, обусловленные такими нагрузками, обозначаются через S_O . В предлагаемой модели рассматриваются только максимальные значения таких нагрузок, распределение которых представляет собой фильтрационный процесс Пуассона:

$$F_M(S_O) = \exp \{ -\lambda_O T [1 - F_O(S_O)] \}.$$

Здесь λ_O — параметр распределения Пуассона; T — период эксплуатации конструкции; $F_O(S_O)$ — функция распределения нагрузок в период эксплуатации конструкции.

1.2. *Комбинирование четырех типов нагрузок.* Использование простой линейной комбинации нагрузок приводит к большим ошибкам. Более подходящим методом является метод Туркстра, в котором применяются комбинации трех типов нагрузок при максимальном значении нагрузок четвертого типа. Такой подход приводит к трем различным комбинациям четырех типов нагрузок, в каждой из которых содержится максимальное значение либо основной, либо ветровой, либо особой нагрузки.

Первая комбинация:

$$S_{M_1} = S_g + S_{M_L} + S_{i_W} + S_{i_O}, \quad (2)$$

где S_{M_L} — максимальное напряжение, обусловленное основной нагрузкой, в процессе эксплуатации конструкции; S_{i_W} — действующее напряжение, обусловленное ветровой нагрузкой; S_{i_O} — действующее напряжение, обусловленное особыми нагрузками.

Вторая комбинация:

$$S_{M_2} = S_g + S_{M_W} + S_{i_L} + S_{i_O},$$

где S_{M_W} — максимальное напряжение, обусловленное ветровой нагрузкой, в процессе эксплуатации конструкции; S_{i_L} — действующее напряжение, обусловленное основной нагрузкой; S_{i_O} — действующее напряжение, обусловленное особыми нагрузками.

Третья комбинация:

$$S_{M_3} = S_g + S_{M_O} + S_{i_W} + S_{i_L},$$

где S_{M_O} — максимальное напряжение, обусловленное особыми нагрузками, в процессе эксплуатации конструкции; S_{i_L} — действующее напряжение, обусловленное основной нагрузкой; S_{i_W} — действующее напряжение, обусловленное ветровой нагрузкой.

Формулу (2) можно записать в виде

$$S_{M_1} = S_g + \mu_L + 3\sqrt{\sigma_L} + S_{i_W} + S_{i_O}, \quad (3)$$

где μ_L, σ_L определены в (1).

С использованием общей формулы теории вероятностей функцию распределения напряжений, обусловленных ветровой нагрузкой, можно представить в виде

$$F_{W_1}(S_{W_1}) = \sum_{n=1}^{+\infty} P_W F_{W_n}(S_W),$$

где $P_W = (\lambda_W t)^n e^{-\lambda_W t} / n!$, $0 \leq t \leq T$; λ_W — параметр распределения Пуассона ветровой нагрузки. Среднее и варианта ветровой нагрузки равны

$$\mu_{i_W}(t) = 0,4554\lambda_W t S_K; \quad (4)$$

$$\sigma_{i_W}(t) = 0,459(\lambda_W t)^2 S_K^2 + 0,207 S_K^2 \lambda t + 0,459\lambda_W t S_K^2. \quad (5)$$

Пусть P_O — вероятность напряжений, обусловленных особой нагрузкой в момент времени t . Тогда вероятность этих напряжений в любой момент времени определяется формулой

$$F_{O_1}(S_{O_1}) = 1 - P_O[1 - F_O(S_O)].$$

Здесь $P_O = \lambda_O t \exp(-\lambda_O t)$, $0 \leq t \leq T$; λ_O — параметр распределения Пуассона особых грузов. Таким образом, среднее и варианта напряжений, обусловленных особой нагрузкой, равны

$$\mu_{i_O}(t) = 1 - \lambda_O t[1 - (0,1743\sigma_O + u_O)] = 1 - \lambda_O t + \lambda_O t(0,1743\sigma_O + u_O); \quad (6)$$

$$\sigma_{i_O}(t) = \lambda_O t + 0,1499(\lambda_O t)^2 \sigma_O + (0,1743\sigma_O + u_O)^2 \lambda_O t + 0,1499\lambda_O t \sigma_O, \quad (7)$$

где u_O, σ_O — их среднее и отклонение соответственно.

Используя (3), (4), (6), получаем выражение для среднего величины S_{M_1}

$$\mu_{M_1}(t) = S_g + \mu_L + 3\sqrt{\sigma_L} + 1 + 0,4554\lambda_W t S_K - \lambda_O t + \lambda_O t(0,1743\sigma_O + u_O).$$

Используя (3), (4), (7), находим выражение для варианты величины S_{M_1}

$$\begin{aligned} \sigma_{M_1}(t) = & 0,459(\lambda_W t)^2 S_K^2 + 0,207 S_K^2 \lambda_W t + 0,459\lambda_W t S_K^2 + \\ & + \lambda_O t + 0,1499(\lambda_O t)^2 \sigma_O + (0,1743\sigma_O + u_O)^2 \lambda_O t + 0,1499\lambda_O t \sigma_O. \end{aligned}$$

Аналогично получаем выражения для средних и вариант величин S_{M_2} и S_{M_3} :

$$\mu_{M_2}(t) = S_g + 1,8228 S_K + 1 - \lambda_O t + \lambda_O t(0,1743\sigma_O + u_O) + \mu_L,$$

$$\sigma_{M_2}(t) = \lambda_O t + 0,1499(\lambda_O t)^2 \sigma_O + (0,1743\sigma_O + u_O)^2 \lambda_O t + 0,1499\lambda_O t \sigma_O + \sigma_L,$$

$$\mu_{M_3}(t) = S_g + \mu_O + \mu_L + 0,4554\lambda_W t S_K,$$

$$\sigma_{M_3}(t) = 0,459(\lambda_W t)^2 S_K^2 + 0,207 S_K^2 \lambda_W t + 0,459\lambda_W t S_K^2 + \sigma_L.$$

2. Динамическая надежность конструкции без учета деградации прочности. Обозначим начальную прочность конструкции через $R(0)$, ее среднее и отклонение без учета деградации прочности — через $\mu_{R(0)}$ и $\sigma_{R(0)}$ соответственно. При воздействии напряжений $S_{M_1}, S_{M_2}, S_{M_3}$ индексы надежности конструкции определяются по формулам

$$\beta_1 = \frac{\mu_{R(0)} - \mu_{M_1}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(0)} + \sigma_{M_1}(t)}}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_{R(0)} - \mu_{M_2}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(0)} + \sigma_{M_2}(t)}}, \quad \beta_3 = \frac{\mu_{R(0)} - \mu_{M_3}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(0)} + \sigma_{M_3}(t)}}. \quad (8)$$

Заметим, что $\beta = \min \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ — индекс надежности конструкции при действии всех случайных нагрузок.

3. Динамическая надежность конструкций с учетом деградации прочности. Пусть $R(0)$ — начальная прочность конструкции; $R(t)$ — прочность конструкции в момент времени t с учетом ее деградации:

$$R(t) = R(0) - (R(0) - S_p)(t/T)^c$$

(S_p — усилие, действующее на конструкцию; c — константа материала).

Выражения для среднего $\mu_{R(t)}(t)$ и отклонения $\sigma_{R(t)}(t)$ прочности записываются в виде

$$\begin{aligned} \mu_{R(t)}(t) &= \mu_{R(t)}(0) - [\mu_{R(t)}(0) - \mu_{R(t)}(1)](t/T)^c, \\ \sigma_{R(t)}(t) &= [\nu_{R(t)}(0) - (\nu_{R(t)}(0) - \nu_{R(t)}(1))t] \mu_{R(t)}(t), \end{aligned}$$

где $\mu_{R(t)}(0), \nu_{R(t)}(0)$ — среднее и отклонение начальной прочности конструкции; $\mu_{R(t)}(1)$ — среднее конечного значения прочности; $\nu_{R(t)}(t) = \sqrt{\sigma_{R(t)}(t)}/\mu_{R(t)}(t)$.

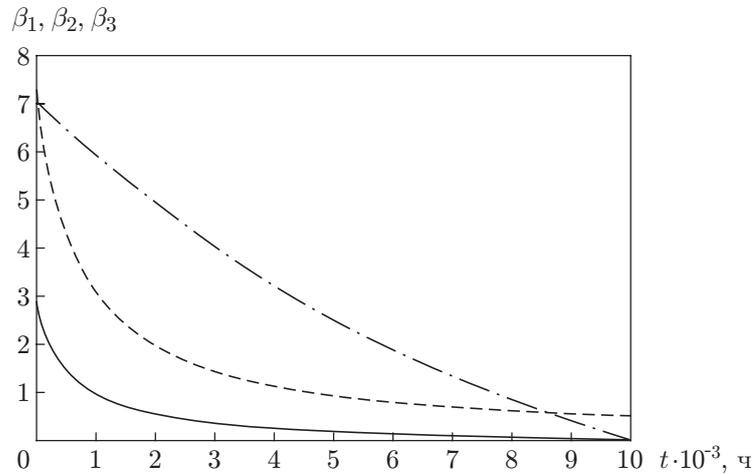
При воздействии напряжений $S_{M_1}, S_{M_2}, S_{M_3}$ индексы динамической надежности определяются по формулам

$$\begin{aligned} \beta_1(t) &= \frac{\mu_{R(t)}(t) - \mu_{M_1}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(t)}(t) + \sigma_{M_1}(t)}}, & \beta_2(t) &= \frac{\mu_{R(t)}(t) - \mu_{M_2}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(t)}(t) + \sigma_{M_2}(t)}}, \\ \beta_3(t) &= \frac{\mu_{R(t)}(t) - \mu_{M_3}(t)}{\sqrt{\sigma_{R(t)}(t) + \sigma_{M_3}(t)}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда $\beta(t) = \min \{\beta_1(t), \beta_2(t), \beta_3(t)\}$ — индекс надежности конструкции при действии всех случайных нагрузок.

4. Примеры. Рассмотрим легкое крыло самолета. Напряжение, вызываемое мертвой нагрузкой, равно 0,9 МПа, напряжение, обусловленное особой нагрузкой, $S_L \sim N(\mu_L, \sigma_L)$ ($\mu_L = 15, \sigma_L = 12, S_L$ измеряется в мегапаскалях). Среднее и варианта начальной прочности соответственно равны $\mu_{R(t)}(0) = 480$ МПа, $\sigma_{R(t)}(0) = 30,4$ МПа. Скорость самолета составляет 180 км/ч. Масса летящей птицы равна 1,8 кг, ее относительная скорость при столкновении с самолетом — $70 \div 450$ м/с. Площадь наветренной поверхности крыла самолета равна 3,565 м², живучесть крыла — 10 000 ч. Согласно [12] надежность данной конструкции при действии мертвой и основной нагрузок равна 0,9999.

В данном примере индексы надежности, вычисленные по формулам (8) без учета деградации, равны $\beta_1 = 7,044, \beta_3 = 2,8999$. Индекс надежности крыла $\beta = \beta_3 = 2,899$, его надежность равна 0,9998.



Зависимости индексов надежности от времени для комбинаций нагрузок S_{M_1} (штрихпунктирная линия), S_{M_2} (штриховая) и S_{M_3} (сплошная линия)

Индексы надежности крыла с учетом деградации прочности могут быть получены с помощью (9):

$$\begin{aligned} \beta_1(t) &= (428,38 - 293,38(t/10\,000)^{1,8} - 0,0135t) \times \\ &\quad \times [(0,0642 + 0,000\,013t)(480 - 293,38(t/10\,000)^{1,8} + 0,000\,001t^2 + 0,000\,806t + 30)]^{-1/2}, \\ \beta_2(t) &= (439,79 - 38,48(t/10\,000)^{1,8} - 0,000\,55t) \times \\ &\quad \times [(480 - 38,48(t/10\,000)^{1,8})(0,0633 + 0,000\,17t) + 30 + 0,000\,16t]^{-1/2}, \\ \beta_3(t) &= (161 - 90(t/10\,000)^{1,8} - 0,0071t) \times \\ &\quad \times [(0,0115 + 0,000\,21t)(480 - 90(1/10\,000)^{1,8}) + 0,000\,001\,1t^2 + 0,000\,001\,6t + 50]^{-1/2}. \end{aligned}$$

На рисунке показаны зависимости индексов динамической надежности от времени для напряжений S_{M_1} , S_{M_2} , S_{M_3} . Минимальным является индекс $\beta_3(t)$, который и определяет динамическую надежность конструкции в данном случае.

Заключение. В работе рассмотрены четыре типа нагрузок, действующих на конструкцию, и их комбинации, построенные методом Туркстра. Исследована динамическая надежность как без учета деградации прочности, так и с ее учетом. Вычисления, выполняемые с помощью предложенной модели, просты, поэтому она может быть использована для определения срока эксплуатации конструкции и времени ее надежной работы. Данная модель, позволяющая проследить изменение надежности конструкции со временем, является теоретической основой для расчета динамической надежности и анализа чувствительности конструкции. Проведен анализ надежности крыла самолета.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Lv Zhenzhou.** Structure and mechanism reliability and reliability sensitivity analysis / Lv Zhenzhou, Songshufang, Lihongshuang, Yuan Xiukai. Beijing: Sci. Press, 2010.
2. **He Shuiqing.** The structural reliability analysis and design / He Shuiqing, Wang Shan. Beijing: Nat. Defence Industr. Press, 1993.
3. **Schueller G. I.** On the treatment of uncertainties in structural mechanics and analysis // Comput. Structures. 2007. V. 85, N 5/6. P. 235–243.

4. **Lebrun R., Dutfoy A.** A generalization of the Nataf transformation to distributions with elliptical copula // Probab. Engng Mech. 2009. V. 24, N 2. P. 172–178.
5. **Song S. F., Lu Z. Z., Qiao H. W.** Subset simulation for structure reliability sensitivity analysis // Reliab. Engng System Safety. 2009. V. 94, N 2. P. 658–665.
6. **Wang Zheng, Xie Liyang, Li Bing.** Time-dependent reliability model of component under random load // Chinese J. Mech. Engng. 2007. V. 23, N 12. P. 20–25.
7. **Hu Taibin, Chen Jianjun, Gao Wei, Ma Juan.** Dynamic reliability analysis of stochastic truss structures under stationary random excitation // Acta Mech. Sinica. 2004. V. 36, N 2. P. 241–246.
8. **Wang Xingang, Zhang Yimin, Wang Baoyan.** Dynamic reliability sensitivity analysis of mechanical components // J. Mech. Engng. 2010. V. 10, N 5. P. 188–193.
9. **Wang Zheng, Kang Rui, Xie Liyang.** Reliability modeling of systems with dependent failure when the life measured by the number of loadings // J. Mech. Engng. 2010. V. 3. P. 188–197.
10. **Zhao Weitao, An Weiguang, Yanxinch.** Reliability analysis of structural system considering strength and fatigue // J. Harbin Engng Univ. 2004. V. 25, N 5. P. 614–617.
11. **Schaff J. R., Davidson B. D.** Life prediction methodology for composite structures // J. Composite Materials. 1997. V. 31, N 2. P. 127–157.
12. **Gao Zongzhan, Liu Zhiqun, Jiang Zhifeng, Yue Zhufeng.** Strength reliability and parameter sensitivity analysis for airfoil spar structure // J. Mech. Engng. 2010. V. 46, N 7. P. 194–198.

Поступила в редакцию 12/XII 2011 г.
