

К ВОПРОСУ О ПОРОГОВОМ ХАРАКТЕРЕ ЭРОЗИОННОГО ГОРЕНИЯ

К. О. Сабденков

Томский политехнический университет, 634050 Томск, sabdenovko@mail.ru

Предложено физическое объяснение наличия порога эрозионного горения. Показано, что такой вид горения реализуется, когда толщина ламинарного подслоя в турбулентном пограничном слое становится меньше толщины зоны ламинарного горения. При этом формируется турбулентное пламя в газовой фазе. Получены выражения, связывающие критическую (пороговую) скорость обдувающего потока и критическое число Вилюнова со свойствами топлива и образующегося при его разложении газа. Для скорости горения найдены простые степенные зависимости от скорости обдувающего потока. Наиболее простое представление скорости эрозионного горения получается при использовании числа Булгакова — Липанова, пороговое значение которого равно единице. Предложен также новый механизм возникновения отрицательной эрозии, согласно которому снижение скорости горения при обдуве происходит из-за оттеснения пограничного слоя, приводящего к снижению теплового потока из зоны пламени к поверхности разложения твердой фазы.

Ключевые слова: эрозионное горение, критические параметры, турбулентное горение, турбулентный пограничный слой, скорость горения.

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1, 2], что эрозионное горение относится к классу пороговых явлений и проявляется в увеличении скорости горения u под действием обдувающего поверхность горения потоком горячего газа. Оно, как правило, имеет место при превышении средней (или максимальной) скоростью газа вдоль поверхности горения (w_∞) критического значения w_* . Для определения скорости горения при наличии эрозионного эффекта (u_w) широко используется следующее выражение (для ограниченного интервала изменения w_∞):

$$u_w = u[1 + k_\varepsilon(w_\infty - w_*)], \quad w_\infty \geq w_*, \quad k_\varepsilon = \text{const};$$

$$u_w = u, \quad w_\infty < w_*.$$

Отношение $u_w/u = \varepsilon$ называется коэффициентом эрозии.

На ранних этапах исследования специалисты не обращали внимания на пороговый характер эрозионного горения. К тому же была не ясна физика самого явления. Ситуация осложнялась еще тем, что при малых скоростях обдува наблюдался прямо противоположный эффект — снижение скорости горения. Это явление получило название отрицательной эрозии.

Согласно теории В. Н. Вилюнова [3] внутренний механизм эффекта положительной эрозии состоит в интенсификации процессов переносов тепла, импульса и массы в зоне горения

газовой фазы под действием турбулентности. В сумме это приводит к росту теплового потока из зоны химических реакций в газовой фазе к поверхности разложения топлива. Обычно с этим связывается повышение температуры поверхности T_s топлива [3], что указывает на интенсификацию поверхностных и подповерхностных химических реакций, протекающих по закону Аррениуса. Но это не обязательно. Так, например, если рост теплового потока из газовой фазы приводит к аналогичному поведению градиента температуры в твердой фазе, то в приповерхностном слое могут создаться благоприятные условия для катастрофического термомеханического разрушения материала топлива [4]. И тогда повышение скорости горения будет определяться в основном градиентом температуры, а не температурой T_s .

Главным и определяющим процесс параметром здесь является число Вилюнова

$$J = \sqrt{C_f} \frac{\rho w_\infty}{\rho_c u},$$

где C_f — коэффициент сопротивления, ρ_c — плотность топлива, ρ — плотность газа. Соответственно рекомендуемая для практического пользования формула имеет вид [5]

$$\varepsilon = \begin{cases} 1, & J < J_*, \\ 1 + k_\varepsilon(J - J_*), & J \geq J_*, \end{cases}$$

где $k_\varepsilon = \text{const}$. Эта константа, как и приведенная выше, пригодна, как правило, для довольно узкого интервала изменения J .

Критическое число J_* (или критическая скорость w_*) в теории Вилюнова не определяется, оно находится опытным путем. Следовательно, остается неясной причина порогового характера эрозионного горения. И, как следствие, нельзя заранее без проведения эксперимента сказать, когда и на каком участке топливного заряда двигателя начнет проявляться эрозионный эффект.

Первая попытка [2, 6] выяснить природу критичности эрозионного горения, вычислить пороговые значения скорости обдувающего потока и числа Вилюнова привела к следующему результату:

$$J_* = \frac{2T_s}{T_b \sqrt{C_f}},$$

где T_b — температура пламени.

Сама же природа порогового характера эрозионного горения связывается с влиянием касательного напряжения трения τ_s на поверхности контакта газа с поверхностью топлива [6, 7]. Оттекающие с поверхности заряда газообразные продукты первичного разложения топлива отодвигают гидродинамический пограничный слой. В результате вблизи поверхности топлива образуется газовый слой толщиной порядка ν_g/v (v — скорость вдува, ν_g — кинематическая вязкость газа), где движение направлено преимущественно по нормали к поверхности разложения топлива ($\tau_s \approx 0$). Турбулентность в этой области слабая. За пределами слоя находится пограничная область вязкого течения, где направление и значение скорости газа быстро меняются и на внешней границе скорость газа совпадает со скоростью обдува w_∞ . Далее располагается зона интенсивного турбулентного течения.

Эрозионное горение начинается, согласно теории [6], после того, как параметр вдува $2v/C_f w_\infty$ становится меньше критического значения, равного 4. Так как повышение скорости обдува приводит к росту скорости оттока газа с поверхности горения, то дальнейшее усиление эрозионного эффекта возможно, если v увеличивается не быстрее w_∞ .

Численное моделирование [2, 8–10] турбулентного горения в целом подтвердило результаты работы [6]. Тем не менее объяснения порогового характера эрозионного горения

и поиск способа вычисления значения критического числа J_* , выяснение его связи со свойствами топлива не теряют актуальности и являются целью настоящей работы. Практическая ценность такого знания ясна — появляется возможность лучше контролировать поведение скорости горения ракетных топлив и других высокоэнергетических материалов.

1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭРОЗИОННОГО ГОРЕНИЯ (ПОЛОЖИТЕЛЬНАЯ ЭРОЗИЯ)

Физический смысл параметра Вилюнова J легко установить, если заменить в нем ρ_{cu} на ρv , опираясь на закон сохранения массы для стационарного горения в форме $\rho_{cu} = \rho v$. Тогда параметр J принимает вид [11]

$$J = \sqrt{C_f} \frac{w_\infty}{v},$$

отражающий наличие двух конкурирующих факторов: оттекающий с поверхности разложения топлива газ со скоростью v стремится вытеснить из зоны горения турбулентный пограничный слой. Появление этого слоя вызвано продольным к поверхности топлива движением потока газа со скоростью w с характерным значением w_∞ , на что указывает наличие множителя с коэффициентом гидродинамического сопротивления C_f .

В теории турбулентного пограничного слоя комплекс $\sqrt{C_f} w_\infty$ с точностью до коэффициента представляет собой среднеквадратичное значение w' пульсации вектора скорости потока [12], а скорость v — нормальную скорость пламени v_n в газовой фазе. Поэтому параметр Вилюнова можно представить еще как $J = w'/v_n$, что, как будет показано ниже, корректно отражает физическую сущность (положительного) эрозионного горения. Отношение w'/v_n является одним из главных в установлении скорости турбулентного пламени в газах [13, 14], что, скорее всего, указывает на ведущую роль газовой фазы в эрозионном горении.

Рассмотрим произвольный малый участок топливного заряда в камере ракетного двигателя. Так как анализ касается масштабов пространства, много меньших характерных размеров геометрических неоднородностей топливного заряда, то выделенный участок вблизи поверхности топлива можно считать плоским. Ось x направлена по вертикали к этой поверхности (рис. 1).

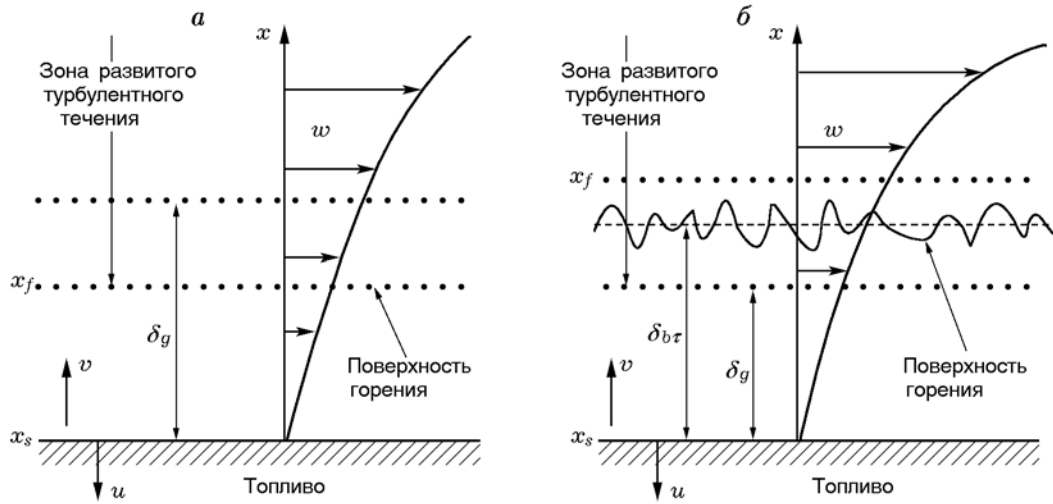


Рис. 1. Относительное расположение фронта горения и ламинарного подслоя: $a - \delta_g > x_f$; $b - \delta_g < x_f$; на рисунке b масштаб изменен

Далее, как и в приведенных выше выражениях, величины, подверженные влиянию турбулентных пульсаций, будем понимать в смысле их средних значений.

Координату поверхности топлива, на которой происходит первичное разложение твердой фазы на газ, обозначим x_s . В точке x_f расположена зона горения в газовой фазе, которую считаем бесконечно тонкой. Под зоной развитого турбулентного течения здесь подразумеваются его ядро и переходная область.

При рассмотрении физической картины эрозийного горения наиболее важным является соотношение между толщиной зоны горения $x_f - x_s$, когда отсутствует турбулентность, и толщиной ламинарного (вязкого) подслоя турбулентного пограничного слоя [2, 15]. В работах [2, 15] показана универсальная и ключевая роль отношения этих характерных масштабов длин при описании закономерностей эрозийного горения. Но в отличие от указанных работ здесь принимается следующая схема процесса эрозии.

Если толщина δ_g ламинарного подслоя гидродинамического пограничного слоя больше толщины зоны горения $x_f - x_s$ (рис. 1, a), то турбулентность слабо влияет на процесс горения. Более точно эта сторона эрозии будет рассмотрена ниже. В ламинарном подслое интенсивность турбулентности очень мала [12], на расстояниях же $x > x_f$ располагается зона пламени, где уже установилось химическое равновесие.

Запишем для этого случая закон сохранения энергии на границе раздела $x = x_s$ твердой и газовой фаз:

$$\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial x} - L \rho_c u, \quad u = -\frac{dx_s}{dt} > 0, \quad (1)$$

где λ_c, λ_g — коэффициенты теплопроводности топлива и газа; T_c, T — температуры твердой и газовой фаз; L — тепловой эффект газификации. Если газификация происходит с поглощением тепла, то $L > 0$. Отрицательному знаку L отвечает экзотермический процесс превращения твердой фазы в газ.

Производная в левой части равенства (1) может быть записана в виде

$$\frac{\partial T_c}{\partial x} = \frac{u}{\alpha_c} (T_s - T_0),$$

где α_c — температуропроводность твердой фазы; T_0 — начальная температура топлива. Производную от температуры в правой части (1) представим в виде

$$\frac{\partial T}{\partial x} = A_1 \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s},$$

где $A_1 = \text{const}$. Тогда, учитывая, что $\alpha_c = \lambda_c / c_c \rho_c$ (c_c — теплоемкость вещества топлива), и все, сказанное выше, из равенства (1) получим уравнение

$$c_c m (T_s - T_0) = A_1 \lambda_g \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s} - L m, \quad (2)$$

$$m = \rho_c u.$$

Отсюда выразим массовую скорость горения:

$$m = A_1 \frac{\lambda_g}{c_c(T_s - T_0) + L} \frac{T_b - T_s}{x_f - x_s}. \quad (3)$$

Если толщина ламинарного подслоя меньше толщины зоны (ламинарного) горения, то положение поверхности горения хаотически меняется около среднего значения $\delta_{b\tau}$ (рис. 1, б), которое назовем осредненным расстоянием от турбулентного газового пламени до поверхности газификации. Определим функциональный вид $\delta_{b\tau}$, опираясь на теорию подобия и размерностей [16]. В нашем распоряжении есть только два сравнимых параметра: толщина δ_g ламинарного подслоя и толщина зоны горения $x_f - x_s$ в отсутствие турбулентности. Тогда согласно теории подобия и размерностей допустима зависимость вида

$$\delta_{b\tau} = (x_f - x_s) F_\delta \left(\frac{\delta_g}{x_f - x_s} \right),$$

содержащая универсальную функцию F_δ своего аргумента. Предположим для нее степенную зависимость как одну из простейших форм (ниже будет видно, что это оправданно):

$$F_\delta = A_2 \left(\frac{\delta_g}{x_f - x_s} \right)^n, \quad A_2, n = \text{const}, \quad 0 \leq n < 1.$$

Такая степенная зависимость часто имеет место в различных задачах при наличии промежуточной асимптотики [16]. Тогда для ширины турбулентной зоны горения имеем

$$\delta_{b\tau} = A_2 \delta_g^n (x_f - x_s)^{1-n}.$$

Равенство

$$\delta_g = x_f - x_s \quad (4)$$

можно принять в качестве условия начала проявления эрозионного эффекта. Это допущение несколько грубое, более строго оно должно быть определено с точностью до константы. Но это не существенно, и для упрощения записи константа опускается.

При наличии эрозионного горения уравнение (2) принимает вид

$$c_c m_w (T_{s,w} - T_0) = A_3 \lambda_g \frac{T_{b,w} - T_{s,w}}{\delta_{b\tau}} - L m_w,$$

$$m_w = \rho_c u_w,$$

где индекс w указывает на зависимость параметров от скорости обдувающего потока. Соответственно для массовой скорости эрозионного горения m_w получим выражение

$$m_w = A_3 \frac{\lambda_g}{c_c(T_{s,w} - T_0) + L} \frac{T_{b,w} - T_{s,w}}{\delta_{b\tau}}. \quad (5)$$

Учитывая представление для $\delta_{b\tau}$, из (3) и (5) находим

$$\frac{m_w}{m} = \frac{A_3}{A_1 A_2} \times \frac{c_c(T_s - T_0) + L}{c_c(T_{s,w} - T_0) + L} \frac{T_{b,w} - T_{s,w}}{T_b - T_s} \left(\frac{x_f - x_s}{\delta_g} \right)^n.$$

При выполнении равенства (4) все дроби в последнем выражении, содержащие физические величины, должны обратиться в единицу. Поэтому $A_3/A_1 A_2 = 1$. Кроме того, заметим, что разности $T_b - T_s$ и $T_{b,w} - T_{s,w}$ равны суммарному тепловому эффекту Q химических реакций в газовой фазе, деленному на теплоемкость c_p при постоянном давлении. Это верно при условии, что на химический состав продуктов горения не влияет продольная составляющая w скорости газа.

Таким образом, имеем формулу

$$\frac{m_w}{m} = \frac{c_c(T_s - T_0) + L}{c_c(T_{s,w} - T_0) + L} \left(\frac{x_f - x_s}{\delta_g} \right)^n. \quad (6)$$

Толщина ламинарного подслоя связана со средней скоростью w_∞ (в ядре потока) соотношением [12]

$$\delta_g = 32.5 \frac{\nu_g}{\sqrt{C_f} w_\infty}.$$

Тогда равенство (4) определяет критическую (пороговую) скорость

$$w_* = \frac{32.5}{\sqrt{C_f}} \frac{\nu_g}{x_f - x_s}. \quad (7)$$

С учетом этого выражения формулу (6), левая часть которой представляет коэффициент эрозии, перепишем относительно скорости обдува поверхности топлива:

$$\varepsilon = \frac{m_w}{m} = \frac{c_c(T_s - T_0) + L}{c_c(T_{s,w} - T_0) + L} \left(\frac{w_\infty}{w_*} \right)^n, \quad (8)$$

причем $\varepsilon = 1$, если $w_\infty < w_*$.

С другой стороны, скорость горения, как правило, определяется температурой поверхности разложения по закону Аррениуса с энергией активации химической реакции в твердой фазе E_c . Поэтому примем равенство [3]

$$\varepsilon = \frac{m_w}{m} = \exp \left[\frac{E_c}{2RT_s} \left(1 - \frac{T_s}{T_{s,w}} \right) \right] \quad (9)$$

(R — универсальная газовая постоянная). Формула (9) следует также из выражения для скорости горения Мержанова — Дубовицкого [17] и выражения, полученного в модели горения [18, 19] испаряющихся топлив, если принимать во внимание только сильную экспоненциальную зависимость скорости горения от температуры.

Формулы (7)–(9) дают решение задачи об эрозийном горении. При этом следует заметить, что имеется в виду так называемая положительная эрозия, ярко проявляющаяся при больших скоростях обдувающего потока. При относительно малых скоростях w_∞ наблюдается (при достаточно высоких начальных температурах T_0 [20]) слабый эффект отрицательной эрозии, при котором скорость горения немного снижается.

2. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приведем оценку пороговой скорости w_* . Вязкость типичных газов, составляющих продукты разложения баллистических твердых ракетных топлив (O_2 , CO , Cl_2 , NO , H_2O и др.), при температурах $T_s \approx 600 \div 800$ К находится в пределах $(3.2 \div 4.6) \cdot 10^{-5}$ м²/с [21]. Толщина зоны горения $x_f - x_s$ обычно (при атмосферном давлении) составляет $(0.6 \div 1.1) \cdot 10^{-4}$ м [1, 22]. Взяв их средние значения из указанных интервалов и приняв $C_f \approx 0.03$ [3, 12], находим $w_* \approx 100$ м/с. Это значение критической скорости по порядку величин согласуется с известными экспериментальными данными [1, 3]. Соответственно $J_* \approx 1$.

Расстояние $x_f - x_s$ между зоной пламени и поверхностью топлива достаточно сильно зависит от давления и уменьшается с его ростом.

Если энергия активации достаточно велика ($E_c/RT_s \gtrsim 16$), то первая дробь в (8) меняется очень слабо и ее можно положить равной единице. Тогда для коэффициента эрозии получаем степенную зависимость:

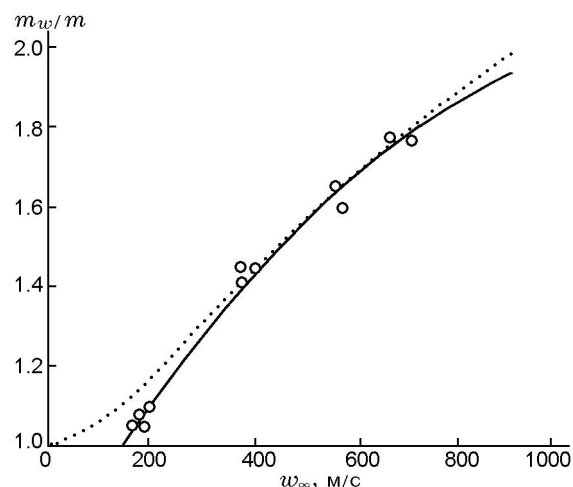


Рис. 2. Теоретические зависимости (линии) и экспериментальные данные (точки):

пунктирная линия — расчет из [3], сплошная — по формуле (10), $w_* = 165$ м/с, $n = 0.39$

$$\varepsilon = \begin{cases} 1, & w_\infty < w_*, \\ (w_\infty/w_*)^n, & w_\infty \geq w_*, \end{cases} \quad (10)$$

где пренебрегается отрицательной эрозией как слабым эффектом.

На рис. 2 приведены теоретические результаты, полученные по формуле (10) и взятые из работы [3], а также экспериментальные данные для топлива JPN [3] (давление 19.6 атм), состоящего в основном из нитроцеллюлозы (51.5 %) и нитроглицерина (43.0 %). Следует обратить внимание на то, что при построении зависимости по (10) (сплошная линия) подбирался только показатель степени n . Значение же критической скорости взято из опыта, так как для ее расчета нет достаточно полных данных.

В книге [23] приведены экспериментальные кривые для двух видов нитроглицеринового пороха, которые, как видно на рис. 3, хорошо аппроксимируются степенными функциями вида (10). Причем различие между теоретическими и экспериментальными кривыми настолько мало ($\lesssim 4\%$), что все их приводить не имеет смысла. Поэтому на рис. 3 кривые построены только по формуле (10), а опытные значения отмечены точками.

Обнаруженное здесь столь хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных, возможно, случайно. Поэтому дальнейшая проверка справедливости формул (8)–(10) становится актуальной задачей для буду-

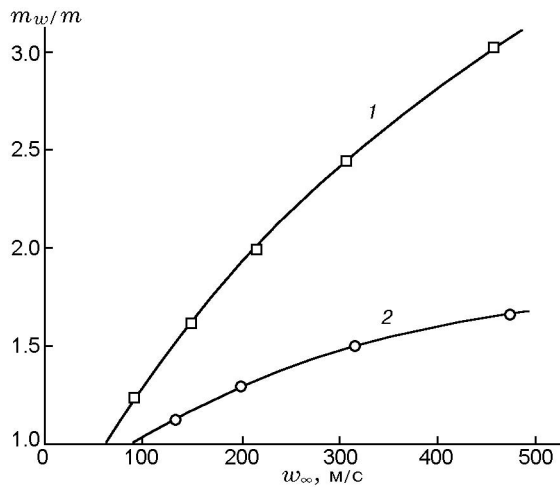


Рис. 3. Расчетные (линии) и опытные (точки) данные для коэффициента прироста скорости горения от скорости обдувающего потока:

1 — $w_* = 61$ м/с, $n = 0.54$; 2 — $w_* = 82$ м/с, $n = 0.29$

щего. Следует также обратить внимание на упоминавшееся выше (относительно слабое) снижение скорости горения для некоторых видов топлив при $w_\infty < w_*$ [1] и для определенных интервалов начальной температуры.

Кроме этого, принятая выше степенная зависимость для толщины зоны горения $\delta_{b\tau}$ при наличии турбулентности является промежуточной асимптотической. Это следует из того, что на показатель n должна влиять, кроме свойств топлива, и сама скорость w_∞ . Хотя, как было видно, величину n на достаточно широком интервале ее изменения можно считать постоянным параметром.

Отношение скоростей w_∞/w_* можно записать через число Виллюнова, если воспользоваться формулой (7), привлечь равенство $c_p \rho \nu_g \approx \lambda_g$ и соотношение

$$x_f - x_s = \frac{\alpha_c}{u} Z, \quad (11)$$

где константа Z зависит от свойств топлива:

$$Z = \frac{\sigma \rho_c}{\rho_0} \left[\frac{T_b - T_s}{T_s} + \frac{T_0 - L/c_c}{T_s} \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{Q}{c_c(T_s - T_0) + L} \right], \quad \sigma = \frac{D \rho^2}{\alpha_c \rho_c^2},$$

ρ_0 — плотность газа на поверхности топлива, D — коэффициент диффузии химически реагирующего компонента в газовой фазе.

Выражение для Z получается в моделях горения [22], где зона химической реакции в твердой и газовой фазах полагается бесконечно тонкой. Способ его получения приведен в приложении.

Параметр σ имеет смысл отношения двух времен релаксации: процессов переноса в газе и теплопереноса в твердой фазе. Он, как и плотность ρ_0 , пропорционален давлению. Поэтому их отношение не зависит от давления.

После выполнения простых преобразований получим

$$\frac{w_\infty}{w_*} = A J, \quad A = \frac{Z}{32.5} \frac{c_p \lambda_c}{c_c \lambda}.$$

Тогда обратная величина параметра A есть не что иное, как критическое значение числа Виллюнова: $J_* = 1/A$. Если раскрыть значение A , используя представления Z и σ как функции параметров газовой и твердой фаз, то можно получить приближенное выражение

$$A = \frac{\text{Le}}{32.5} \left[\frac{T_b - T_s}{T_s} + \right. \\ \left. + \frac{T_0 - L/c_c}{T_s} \ln \frac{Q}{c_c(T_s - T_0) + L} \right],$$

где Le — число Льюиса.

Входящие в определение параметра A физические величины слабо зависят от давления. Но согласно равенствам (7) и (11) рост давления (при неизменной скорости w_∞) ведет к повышению пороговой скорости

$$w_* = \frac{32.5}{\sqrt{C_f}} \frac{\nu_g u}{\alpha_c} Z^{-1},$$

что означает оттеснение области развитой турбулентности от поверхности топлива за счет увеличения скорости горения.

Отношение $(x_f - x_s)/\delta_g = \Theta$ является новым критериальным параметром, введенным в работах [2, 15]. Его критическое значение, согласно (4), равно единице. Поэтому выражение для коэффициента эрозии при больших энергиях активации E_c относительно числа Θ принимает наиболее простую форму:

$$\varepsilon = \begin{cases} 1, & \Theta < 1, \\ \Theta^n, & \Theta \geq 1. \end{cases}$$

Рассчитаем приближенно ширину зоны горения в газовой фазе, зная экспериментальные

значения пороговой скорости. Из формулы (7) выразим

$$x_f - x_s = \frac{32.5 \nu_g}{\sqrt{C_f} w_*}.$$

Примем для всех перечисленных выше (рис. 2, 3) топлив $\nu_g \approx 3.8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $C_f \approx 0.03$. В результате получим:

w_* , м/с	$x_f - x_s$, 10^{-4} м
165	0.43
82	0.89
61	1.19

Эти данные находятся в пределах наблюдаемых значений толщины зоны горения $x_f - x_s$.

Представляется интересной следующая особенность формулы (10). Если ее записать относительно параметров газовой фазы, используя соотношение $m = \rho v$, близость числа Прандтля единице и приближенную связь между турбулентной пульсацией скорости w' и средней скоростью w_∞ :

$$w' \sim \sqrt{C_f} w_\infty,$$

то формулу (10) можно переписать в виде

$$u_t \sim v_n \left(\frac{w'}{v_n} \right)^n, \quad (12)$$

где u_t — скорость турбулентного пламени в газе.

Выражение (12) известно под названием асимптотической ($w'/v_n \gg 1$) формулы Виллюнова — Климова [24, 25]. Показатель степени n является разностью между фрактальной (d_f) и топологической (d_t) размерностями поверхности горения [26]: $n = d_f - d_t$, что дает геометрическую интерпретацию числа n . Формула (12) хорошо подтверждается в экспериментах для широкого класса горючих газовых смесей [13, 14]. Отсюда следует, что приведенные выше результаты можно получить, исходя из формулы (12) и проводя все рассуждения в обратном порядке.

Заметим, что в рамках предложенной выше схемы решения задачи эрозионного горения можно получить все результаты [2, 15] численного моделирования, подтверждающие уместность представления скорости эрозионного горения как функции касательного напряжения трения τ_s или отношения $(x_f - x_s)/\delta_g$, так как это отношение непосредственно связано с τ_s .

3. ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ЭРОЗИИ

Ниже рассматривается несколько вопросов, касающихся характера протекания химических реакций вблизи контакта обдуваемого потока с твердыми поверхностями, проницаемыми для газов. Вдув (принудительный или естественный) газа через такую поверхность является эффективным средством создания теплозащитных покрытий для космического летательного аппарата [7]. Массовый поток $j_n = \rho v$ вдуваемого газа по нормали к поверхности защитного материала взаимодействует с высокотемпературным потоком $j_t = \rho w_\infty$ и при достаточно большом значении отодвигает его от внешней поверхности теплозащитного покрытия. Зависимость числа Стантона St от этих потоков может быть приближенно представлена в виде [7]

$$\frac{St}{St_0} = \left(1 - \frac{b}{b_{cr}} \right)^2, \quad b = \frac{1}{St_0} \frac{j_n}{j_t}, \quad (13)$$

где коэффициент пропорциональности порядка единицы опущен; St_0 — число Стантона на непроницаемой поверхности при одинаковых числах Рейнольдса и аналогичном законе изменения скорости на внешней границе пограничного слоя по длине при $T_s = \text{const}$; b_{cr} — критическое значение b ($b_{cr} < 10$).

Эрозионное горение конденсированных веществ во многом аналогично выгоранию проницаемых теплозащитных покрытий: в обоих случаях присутствует вдув газа с поверхности твердого материала в обтекающий поток. Эта аналогия выражается и в схожести для них зависимостей коэффициента эрозии [4]. Поэтому эффект снижения теплового потока из газа к поверхности горения, предсказываемый формулой (13), должен присутствовать и при определении зависимости скорости горения высокоэнергетических материалов от обдувающего потока. Выполним ряд оценок по порядку величины этого эффекта в предположении ведущей роли газовой фазы.

При наличии точного подобия между переносом импульса и энергии $St_0 = C_f/2$, $b_{cr} \approx 4$ [7]. Используя типичные значения $C_f \approx 0.03$, $w_\infty \approx 100 \text{ м/с}$, $v \approx 1 \text{ м/с}$, находим $2b/C_f b_{cr} \approx 0.17$. Таким образом, возникновение положительной эрозии характеризуется слабым оттеснением пограничного слоя. Характерное состояние, на котором проявляется оттеснение,

равно $\nu_g/v \approx 10^{-5}$ м. Это значение хотя и сравнимо с толщиной зоны горения в газовой фазе, но величина теплового потока к поверхности топлива в основном все же определяется средним значением расположения поверхности горения δ_{bt} при наличии турбулентности.

Если скорость обдува мала ($w_\infty \lesssim 10$ м/с), то второй член в скобке формулы (13) становится значительным. Тогда можно ожидать превалирующего влияния оттеснения пограничного слоя по сравнению с турбулентностью. При отсутствии обдува нормальная к поверхности твердой фазы составляющая v скорости газа обусловлена фазовым превращением на границе раздела и тепловым расширением. Наличие обдува со скоростью w приводит к увеличению скорости оттока газа на величину $\Delta v \approx C_f w_\infty$, что влечет за собой удаление зоны пламени от поверхности топлива. В этом случае происходит охлаждение поверхности разложения твердой фазы [3], что приводит к снижению скорости горения. Это можно интерпретировать как наступление отрицательной эрозии. Такой механизм снижения скорости горения при обдуве отличается от механизмов, предложенных в работах [6, 11]. Комплекс $2b/C_f b_{cr}$ уменьшается с ростом начальной температуры. Поэтому один из ключевых экспериментальных фактов [20] — снижение отрицательного эрозионного эффекта при уменьшении начальной температуры топлива — находит свое объяснение и в предлагаемом здесь механизме возникновения отрицательной эрозии за счет оттеснения пограничного слоя. В связи с этим необходимо отметить, что в работе [6] на самом деле предложено два механизма отрицательной эрозии, хотя авторы [6] не указывают на их принципиальное различие. Согласно первому из них происходит «растяжение» пламени в газовой фазе, что должно вызвать снижение скорости горения. Второй механизм, в сущности, эквивалентен тому, что было предложено выше: в связи с оттеснением пограничного слоя пламя удаляется от поверхности твердой фазы и температура этой поверхности снижается. На это указывают результаты [6] численного моделирования турбулентного горения ракетного топлива.

Полученные здесь результаты позволяют предложить полуэмпирическую формулу для коэффициента эрозии, справедливую как для отрицательной, так и для положительной эрозии. Перечислим необходимые свойства этой

формулы, которыми она должна обладать:

- при больших значениях скорости обдувающего потока ($w_\infty > w_*$) приобретать вид (10);
 - содержать параметр, в зависимости от которого отрицательная эрозия асимптотически могла бы исчезать;
 - принимать значения $\varepsilon(w_\infty = 0) = \varepsilon(w_\infty = w_*) = 1$;
 - содержать минимальное количество свободных параметров;
 - иметь наиболее простую функциональную форму.
- Всем перечисленным требованиям отвечает выражение

$$\varepsilon = \frac{1 + aB(w_\infty/w_*)^{\alpha+n}}{1 + B(w_\infty/w_*)^\alpha}, \quad (14)$$

где a , B , α — числовые параметры, причем $a \approx 1$. При $\alpha \rightarrow \infty$ отсюда следует разрывное поведение эрозионного коэффициента: $\varepsilon = 1$ в диапазоне $0 \leq w_\infty < w_*$, а при $w_\infty > w_*$ справедлива зависимость (10). Поэтому исчезновение отрицательной эрозии при относительно низких температурах, а также наблюдающееся иногда отсутствие эрозионного горения при низких скоростях обдува можно связать в основном с этим параметром. Константа B необходима для небольшой коррекции значений ε . По всей видимости, большой необходимости в параметре a нет, его значение, как правило, очень близко единице. Небольшие расхождения (14) с опытом можно подправить изменением w_* .

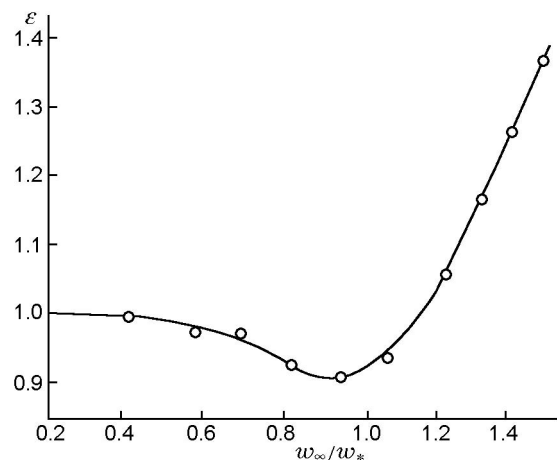


Рис. 4. Экспериментальная (точки) и полуэмпирическая (линия) зависимости $\varepsilon(w_\infty/w_*)$ для пороха Н при $B = 2.0$, $a = 0.92$, $\alpha = 8.0$, $n = 1.0$

Кривая, построенная по формуле (14), удовлетворительно согласуется с данными эксперимента (рис. 4), взятыми из работы [6] для пороха Н и пересчитанными относительно скоростей w_∞ и w_* .

4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ОБДУВАЮЩЕГО ПОТОКА НА СКОРОСТЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

В феноменологической теории нестационарного горения порохов и других высокоэнергетических материалов с нулевым временем релаксации процессов в газовой фазе (t_c -приближение) необходимо знание зависимости температуры поверхности твердой фазы, градиента температуры в ней и скорости горения от скорости обдува. Температура поверхности разложения топлива, как следует из (9) и (10), равна

$$T_{s,w} = \frac{T_s}{1 - 2n \frac{RT_s}{E_c} \ln \frac{w_\infty}{w_*}}.$$

Энергия активации E_c связана с феноменологическими коэффициентами k и r равенством [22]

$$\frac{E_c}{2RT_s} \approx \frac{T_{s0}}{T_{s0} - T_0} \frac{k}{r},$$

где T_{s0} — стационарное значение температуры T_s . Тогда получаем

$$T_{s,w} = \frac{T_s}{1 - 2n \frac{T_{s0} - T_0}{T_{s0}} \frac{r}{k} \ln \frac{w_\infty}{w_*}}.$$

Принимая во внимание приведенные выше рассуждения, правую часть уравнения сохранения энергии на границе раздела фаз

$$\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = A_3 \lambda_g \frac{T_{b,w} - T_{s,w}}{\delta_{b\tau}} - Lm_w,$$

записанного для случая эрозионного горения, можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} A_3 \lambda_g \frac{T_{b,w} - T_{s,w}}{\delta_{b\tau}} - Lm_w &= \\ &= \frac{A_3 \lambda_g}{A_2 c_p} \frac{Q}{x_f - x_s} \left(\frac{x_f - x_s}{\delta_g} \right)^n - Lm_w = \\ &= A_1 \frac{\lambda_g}{c_p} \frac{Q}{x_f - x_s} \left(\frac{w_\infty}{w_*} \right)^n - Lm_w = \end{aligned}$$

$$= \left(\lambda_g \frac{\partial T}{\partial x} - Lm \right) \left(\frac{w_\infty}{w_*} \right)^n.$$

Теперь условие сохранения энергии принимает такой же вид, как и в отсутствие эрозионного эффекта, но уже с эффективным коэффициентом теплопроводности $\lambda_{c,w}$ твердой фазы:

$$\lambda_{c,w} \frac{\partial T_c}{\partial x} = \lambda_g \frac{\partial T}{\partial x} - L\rho_c u, \quad \lambda_{c,w} = \lambda_c \left(\frac{w_*}{w_\infty} \right)^n.$$

Как видно, при эрозионном горении поток тепла в глубь твердой фазы в феноменологической теории нестационарного горения в t_c -приближении (нулевое время релаксации процессов в газовой фазе) можно корректно учесть, принимая во внимание только лишь эффективный коэффициент теплопроводности топлива.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ эрозионного горения позволяет дать следующее объяснение причины его порогового характера. Такой вид горения возникает в том случае, если (условная) толщина ламинарного подслоя над поверхностью горящего топлива становится меньше толщины зоны горения, формирующейся в отсутствие обдувающего потока газа. Иначе говоря, при высоких скоростях обдува турбулентность проникает в зону горения, до этого находившегося в условиях ламинарного режима. За счет интенсификации процессов переноса формируется зона турбулентного горения меньшей толщины, что ведет к увеличению потока тепла к поверхности разложения топлива, ее температуры и скорости горения. Увеличившийся при этом отток газа с поверхности твердой фазы стремится отодвинуть область турбулентного течения и восстановить ламинарный режим горения.

При малых скоростях обдува эффект оттеснения пограничного слоя становится значительным и на его основе можно объяснить возникновение отрицательной эрозии.

По результатам настоящей работы можно сделать следующие выводы:

- увеличение потока тепла из газового пламени к поверхности топлива обусловлено уменьшением толщины области горения за счет турбулентности;

- порог наступает, когда толщина ламинарного подслоя становится меньше толщины зоны горения при отсутствии турбулентности (или обдува); в этом случае в газовой фазе возникает турбулентное пламя;
- пороговая (критическая) скорость обдува пропорциональна вязкости газа и обратно пропорциональна произведению толщины зоны ламинарного горения на корень квадратный из коэффициента гидродинамического сопротивления;
- критическая скорость обдува растет с повышением давления;
- критическое число Вилюнова очень слабо зависит от давления;
- критическое число Булгакова — Липанова равно единице;
- для скорости эрозионного горения вместо линейной функции предпочтительной является степенная функция.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Так как все величины в газовой фазе определены в массовой лагранжевой координате ξ [22, 27], то процедуру расчета коэффициента Z начнем с перехода к координате Эйлера x . Эти две координаты связаны соотношением

$$\xi = \frac{u}{\sigma \alpha_c \rho_c} \int_{x_s}^x \rho dx', \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{u \rho}{\sigma \alpha_c \rho_c}. \quad (\text{A1})$$

Входящий сюда параметр $\sigma \ll 1$ имеет смысл отношения времени релаксации гидродинамических и диффузионно-тепловых процессов к времени тепловой релаксации твердой фазы топлива [22, 27].

Плотность определена в лагранжевой системе координат и связана с температурой газа T соотношением (что следует из уравнения состояния идеального газа) $\rho = \rho_0 T_s / T = \rho_0 / \theta$, $\theta = T / T_s$. Подставим его во второе равенство из (A1) и, учитывая, что $\theta = \theta_0 - l + (1 - \theta_0 + l) \exp(\xi)$, проведем интегрирование:

$$\int_0^{\xi_f} [\theta_0 - l + (1 - \theta_0 + l) \exp(\xi)] d\xi = \frac{u \rho_0}{\sigma \alpha_c \rho_c} (x_f - x_s),$$

где $\theta_0 = T_0 / T_s$; $l = L / T_s c_c$; ξ_f — положение переднего фронта пламени в лагранжевой системе координат [15],

$$\xi_f = \ln \frac{Q}{c_c (T_s - T_0) + L}.$$

В результате несложного расчета получим формулу (11).

Автор выражает благодарность Л. К. Гусаченко и В. Е. Зарко за полезные обсуждения работы и ряд ценных рекомендаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов Б. В., Мазинг Г. Ю. Термодинамика и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1968.
2. Булгаков В. К., Липанов А. М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. М.: Наука, 2001.
3. Вилюнов В. Н. К теории эрозионного горения // Докл. АН СССР. 1961. Т. 136, вып. 2. С. 381–383.
4. Кузнецов Г. В. Аналогичность процессов высокотемпературного разрушения резиноподобных теплозащитных материалов в газовых потоках и эрозионного горения порохов // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 1. С. 65–69.
5. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 45–51.
6. Булгаков В. К., Липанов А. М. К теории горения конденсированного вещества при обдуве // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19, № 3. С. 32–41.
7. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат, 1985.
8. Roh T.-S., Tseng I.-S., Yang V. Effect of acoustic oscillation on flame dynamics of homogeneous propellants in rocket motors // J. Propulsion and Power. 1995. V. 11, N. 4. P. 640–650.
9. Apte S., Yang V. Unsteady flow evolution and combustion dynamics of homogeneous solid propellant in rocket motors // Combust. Flame. 2002. V. 131. P. 110–131.
10. Cai W., Ma F., Yang V. Two-phase vorticoacoustic flow interactions in solid-propellant rocket motors // J. Propulsion and Power. 2003. V. 19, N. 3. P. 385–396.
11. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Эрозионное горение. Проблемы моделирования // Физика горения и взрыва. 2007. Т. 43, № 3. С. 47–58.
12. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.

13. Шетинков Е. С. Физика горения газов. М.: Наука, 1965.
14. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. М.: Наука, 1986.
15. Булгаков В. К., Липанов А. М., Камелетдинов А. Ш. Численные исследования эрозивного горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, № 6. С. 83–88.
16. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
17. Мержанов А. Г., Дубовицкий Ф. И. К теории стационарного горения пороха // Докл. АН СССР. 1959. Т. 129. С. 153–156.
18. Струнин В. А., Манелис Г. Б., Пономарев А. Н., Тальрозе В. Л. Влияние ионизирующего излучения на горение перхлората аммония и смесевых систем на его основе // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 4. С. 584–590.
19. Манелис Г. Б., Назин Г. М., Рубцов Ю. И., Струнин В. А. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ и порохов. М.: Наука, 1996.
20. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О влиянии начальной температуры конденсированного вещества на величину отрицательной эрозии // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, № 4. С. 602.
21. Физические величины: Справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др. М.: Энергоатомиздат, 1991.
22. Сабденов К. О. Теория нестационарного горения твердых ракетных топлив. Томск: Изд-во ТПУ, 2006.
23. Алемасов В. Е., Дрегаллин А. Ф., Тишин А. П. Теория ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1969.
24. Вилюнов В. Н. О скорости турбулентного горения. Критериальное описание // Физика горения и взрыва. 1975. Т. 11, № 1. С. 51–56.
25. Климов А. М. Распространение пламени при сильной турбулентности // Докл. АН СССР. 1975. Т. 221, № 1. С. 56–59.
26. Сабденов К. О., Миньков Л. Л. К фрактальной теории перехода медленного горения в детонацию // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 1. С. 70–78.
27. Новожилов Б. В. Влияние инерционности газовой фазы на устойчивость горения летучих конденсированных систем // Хим. физика. 1998. Т. 7, № 3. С. 388–396.

*Поступила в редакцию 26/VI 2007 г.,
в окончательном варианте — 16/XI 2007 г.*