

УДК 532.517.4

## ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАКРУЧЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В СЕПАРАЦИОННОЙ ЗОНЕ ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОГО КЛАССИФИКАТОРА

А. В. Шваб, П. Н. Зятиков, Ш. Р. Садретдинов, А. Г. Чепель

Томский государственный университет, 634050 Томск  
E-mails: shamil@sibmail.com, zpn Pavel@sibmail.com

С использованием известной  $(k-\omega)$ -модели турбулентности Уилкокса представлена математическая модель закрученного турбулентного течения в сепарационной зоне пневматического центробежного аппарата. Показано влияние вращения стенок зоны сепарации, входной закрутки газового потока и других характерных параметров на поле осредненной скорости. Проведено сравнение параметров, которое показало, что результаты численных расчетов хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований турбулентного течения жидкости между параллельными дисками.

**Ключевые слова:** воздушно-центробежный классификатор, закрученное течение газа, зона сепарации,  $(k-\omega)$ -модель турбулентности, численное моделирование.

**Введение.** Существуют различные способы разделения дисперсных сред, однако более перспективными являются центробежные пневматические методы, которые позволяют существенно повысить интенсивность производства, понизить энергозатраты и сделать технологический процесс получения порошковой продукции более экологически чистым.

Дальнейшее совершенствование технологического процесса центробежного разделения дисперсных сред и создание новых высокоэффективных аппаратов для производства порошковой продукции возможно лишь на основе фундаментальных исследований в области гидродинамики однофазных и двухфазных сред в поле действия центробежных и аэродинамических сил с использованием математических моделей, описывающих эти сложные явления.

Существует два вида центробежных аппаратов, предназначенных для создания закрученного поля скоростей: аппараты, в которых не применяются вращающиеся элементы [1], и аппараты в которых дополнительно используется вращение некоторых частей сепарационной камеры [2]. Дополнительное использование в аппарате вращающихся частей позволяет получить более интенсивное поле окружной компоненты скорости в сепарационной зоне (что приводит к повышению эффективности процесса классификации частиц) и лучше управлять этим полем. В то же время наличие в аппарате вращающихся частей приводит к появлению дополнительного параметра, который усложняет исследование гидродинамики закрученного течения, но при этом создает дополнительные возможности для получения более равномерного поля центробежных сил. Поэтому настоящая работа посвящена в первую очередь детальному теоретическому исследованию закрученного турбулентного течения в сепарационном элементе воздушно-центробежного классификатора, представляющего собой специально разработанный стенд (рис. 1) [3].

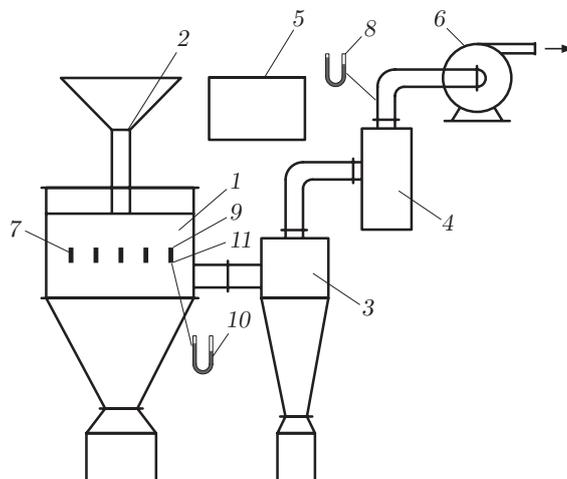


Рис. 1. Схема экспериментального стенда:

1 — блок сепарации, 2 — дозатор исходного материала, 3, 4 — пылеотделительная система (3 — циклон, 4 — фильтр), 5 — блок управления, 6 — устройство вдува, 7 — поворотные сопла, 8 — дифференциальный манометр, 9 — цилиндрический зонд, 10 — дифференциальный наклонный манометр, 11 — координатное устройство

**1. Схема экспериментального стенда.** Экспериментальный стенд состоит из блока сепарации в различных вариантах исполнения с аксиальной и тангенциальной подачей исходного материала и воздушного потока в зону классификации, что обеспечивает различные варианты перераспределения потоков. Стенд также включает дозатор исходного материала, пылеотделительную систему (циклон, фильтр), блок управления; устройство вдува (воздуходув или вакуум-насос) и 12 поворотных сопел, которые служат для подачи воздуха с различной начальной закруткой в зону сепарации. Для обеспечения прокачивания воздуха через устройство стенд подключается к воздуходуву, работающему в режиме отсоса, или к водокольцевому вакуум-наосу ВВН-3. Двухканальный пульт управления для однотипных двигателей постоянного тока обеспечивает регулировку и стабилизацию скорости вращения шнека дозатора и ротора воздушно-центробежного классификатора в диапазоне 200–6000 об/мин. Скорость вращения ротора дополнительно контролируется стробоскопическим методом и регистрируется частотомером ЧЗ-33. Расход воздуха измеряется по методике [4] и регистрируется дифференциальным манометром. Для определения окружной составляющей скорости воздушного потока в зону сепарации введен цилиндрический зонд, подсоединенный к дифференциальному наклонному манометру, с координатным устройством. Цилиндрический зонд изготовлен из шприцевой иглы с внешним диаметром  $d_1 = 1,2$  мм и диаметром отверстия  $d_2 = 0,5$  мм. Изготовление зонда, тарировка и измерения проводились в соответствии с методикой [4]. Для данного цилиндрического зонда коэффициент тарировки составил 0,98. Зонд крепился на корпусе аппарата и с помощью специального координатного устройства перемещался в аксиальном (с точностью установки до  $\pm 0,05$  мм) и угловом (с точностью до  $1^\circ$ ) направлениях зоны сепарации.

Относительную ошибку измерения динамического напора можно оценить по формуле

$$\frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P} = \frac{1}{\Delta P} \left( \Delta P_1 + \Delta P_2 + \left| \frac{dP}{dy} \right| \Delta y \right) \cdot 100 \%,$$

где  $\Delta P$  — текущий перепад давления;  $\Delta P_1$  — абсолютная ошибка, обусловленная непостоянством режима;  $\Delta P_2$  — абсолютная ошибка вследствие неточности отсчета по шкале прибора;  $\left| \frac{dP}{dy} \right| \Delta y$  — абсолютная ошибка, обусловленная неточностью установки пневмо-

метрического зонда в данной точке. Погрешность измерения компонент вектора скорости воздушного потока составляла не более 10 %.

Блок сепарации воздушно-центробежного классификатора является основным узлом стенда и состоит из корпуса, внутри которого на валу с подшипниковым узлом установлены ротор, содержащий верхний профилированный диск, а также набор дисков и обтекатель. Верхний профилированный диск, набор дисков, верхняя часть обтекателя ротора и верхний край направляющей воронки образуют зону сепарации. Ротор классификатора, приводимый во вращение с помощью электропривода, снабжен сменными верхними дисками и дополнительными вставками, обеспечивающими изменение геометрии сепарационного элемента в соответствии с одним из трех типов каналов: расширяющимся к центру вращения, плоскопараллельным и сужающимся к оси вращения. Исследование гидродинамики сепарационного элемента проводилось при следующих параметрах классификатора: угловая скорость вращения сепарационного элемента  $\Omega_0 = 10 \div 600 \text{ с}^{-1}$ ; величина расхода несущей среды  $Q$  варьировалась в диапазоне  $5 \cdot 10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$ ; радиус сепарационного элемента равен  $R_0 = 0,12 \text{ м}$ ; способ подвода воздушного потока мог существенно изменяться по пространственным координатам. С использованием цилиндрического зонда на периферии вблизи сопел определялись значения модуля вектора скорости  $|V|$ , которые в зависимости от расхода газа  $Q$  изменялись в диапазоне  $5 \div 35 \text{ м/с}$ . При количестве оборотов ротора  $N = 21 \text{ с}^{-1}$ , угле между радиусом  $R$  и осью сопла  $\gamma = 60^\circ$  и  $Q = 1,39 \cdot 10^{-2}$ ;  $3,50 \cdot 10^{-2}$ ;  $4,20 \cdot 10^{-2}$ ;  $5,56 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$  получены значения  $|V| = 10,2$ ;  $24,3$ ;  $28,9$ ;  $37,0$ . Отметим, что угол  $\gamma$  между радиусом  $R$  и осью сопла может принимать значения  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $0^\circ$ .

Полученные экспериментальные данные используются для постановки граничных условий при теоретических расчетах аэродинамики несущего потока зоны сепарации воздушно-центробежного классификатора.

**2. Физическая и математическая постановка задачи.** Процесс разделения частиц по размеру происходит в сепарационном элементе, схема которого представлена на рис. 2. Из 12 сопел прямоугольного сечения с размерами  $0,025 \times 0,005 \text{ м}$ , расположенных в корпусе блока сепарации с радиусом  $R_A = 0,14 \text{ м}$ , воздушный поток через сечение В–В с определенными окружной и радиальной компонентами скорости поступает в сепарационный элемент, имеющий радиус  $R_0 = 0,12 \text{ м}$ , расстояние между дисками  $H = 0,01 \text{ м}$ . Через сечение С–С, представляющее собой кольцо ( $R_1 - R_2 = 0,005 \text{ м}$ ), в сепарацион-

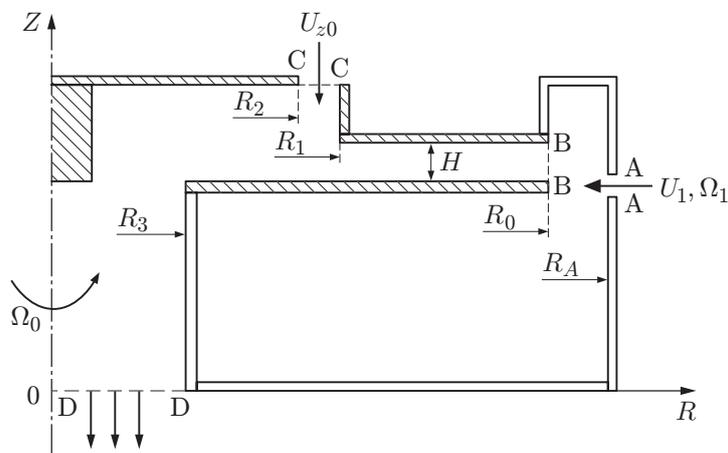


Рис. 2. Схема сепарационного элемента воздушно-центробежного классификатора: заштрихованные области — вращающиеся элементы

ный элемент подается дополнительный воздушный поток со средней скоростью  $U_{z0} = \alpha U_0$  ( $\alpha = 0,1$  — экспериментальная константа). Вместе с несущей средой в это сечение подается порошок, который под действием центробежной и аэродинамической сил разделяется на крупную и мелкую фракции. Сепарационный элемент вращается с угловой скоростью  $\Omega_0 = 10 \div 600 \text{ с}^{-1}$ .

При движении в сепарационном элементе за счет вращения дисковых элементов несущий поток приобретает дополнительный импульс в окружном направлении и затем через сечение D–D вместе с мелкой фракцией сепарируемых частиц выводится из камеры в приосевой области с радиусом  $R_3 = 0,035 \text{ м}$ . Очевидно, что при такой схеме движения несущей среды процесс разделения частиц на мелкую и крупную фракции осуществляется непосредственно в сепарационном элементе. В качестве основных масштабов скорости и длины, характеризующих закрученное турбулентное течение между дисковыми элементами, целесообразно выбрать среднерасходную скорость  $U_0 = Q/(2\pi R_0 H)$  и расстояние между дисками, равное  $H$ . Другими параметрами, оказывающими наиболее существенное влияние на динамику закрученного течения, являются угловая скорость вращения сепарационного элемента  $\Omega_0$  и угловая скорость закрутки газа, созданной сопловыми блоками, при этом вблизи поворотных сопел  $\Omega_1 = U_\varphi/R_A$  ( $U_\varphi$  — среднее значение окружной компоненты скорости) значение средней угловой скорости закрутки оценивается также на основе экспериментальных данных.

Несущая среда, как правило, представляет собой газ или воздух, движущийся с относительно небольшими скоростями, поэтому в качестве модели несущей среды используется модель несжимаемой жидкости. Данное исследование удобно проводить в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ . Поскольку при наличии большого числа сопловых блоков течение закрученного газа очень быстро приобретает осесимметричный характер, вследствие осевой симметрии имеем условие  $\partial/\partial\varphi = 0$ .

Для описания закрученного турбулентного движения используется записанная в цилиндрической системе координат система уравнений Рейнольдса, замыкаемая с помощью обобщенной гипотезы Буссинеска, согласно которой рейнольдсовы напряжения считаются пропорциональными скорости деформации осредненного течения.

Для получения уравнений в безразмерной форме в качестве масштаба скорости используем значение среднерасходной скорости  $U_0$ , а в качестве характерного линейного размера — расстояние  $H$ . Используя введенные масштабы, а также постоянные значения плотности газа  $\rho^0$  и кинематический коэффициент вязкости  $\nu^0$ , получаем безразмерные значения давления и коэффициента турбулентной вязкости  $p = p^0/(\rho U_0^2)$ ,  $\nu_t = \nu_t^0/\nu^0$  ( $p^0, \nu_t^0$  — размерные значения давления и коэффициента турбулентной вязкости).

Уравнения Рейнольдса, с учетом осевой симметрии и обобщенной гипотезы Буссинеска приведенные к безразмерной и дивергентной формам, имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial r} (u_r r) + \frac{\partial}{\partial z} (u_z r) = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (r u_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (r u_z u_r) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right] = \\ = u_\varphi^2 - r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{r}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} (1 + \nu_t) \right), \\ \frac{\partial r u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (r u_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z} (r u_z^2) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = \\ = -r \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{r}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial \nu_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial ru_\varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (ru_r u_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (ru_z u_\varphi) - \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right) \right] = \\ = -u_r u_\varphi - \frac{1}{\text{Re}} \left( (1 + \nu_t) \frac{u_\varphi}{r} + u_\varphi \frac{\partial \nu_t}{\partial r} \right). \end{aligned}$$

Здесь  $u_r, u_z, u_\varphi$  — безразмерные осредненные компоненты вектора скорости;  $r, z$  — безразмерные координаты, полученные с использованием масштабов скорости  $U_0$  и длины  $H$ ;  $\tau = tU_0/H$  — безразмерное время;  $\text{Re} = U_0H/\nu^0$ .

Для получения единственного решения систему уравнений (1), (2) необходимо замкнуть соответствующими граничными условиями. На входе в аппарат (сечение А–А) (см. рис. 2) осредненные значения радиальной и окружной компонент скорости задаются в виде постоянных значений, полученных на основе экспериментальных данных. На выходе из расчетной области (сечение D–D) для всех переменных используются условия Неймана, т. е. равенство нулю производной:  $\partial/\partial z = 0$ . На твердых стенках зоны сепарации используется условие прилипания, в силу которого радиальная и аксиальная компоненты скорости равны нулю. Для окружной компоненты скорости на входе в аппарат имеем значение  $u_\varphi = \text{Rg}$ , на вращающихся поверхностях —  $u_\varphi = \text{Rn} R/R_0$ , где  $\text{Rg} = R_{\text{А–А}}\Omega_1/U_0$ ,  $\text{Rn} = R_0 2\pi N/(60U_0) = R_0\Omega_0/U_0$  — безразмерные комплексы (обратные критерии Россби);  $R_{\text{А–А}}$  — радиус входного сечения А–А (см. рис. 2);  $R_0$  — радиус вращающегося диска;  $N$  — количество оборотов в минуту дисков классификатора. Таким образом, имеем три независимых критерия: критерий Рейнольдса  $\text{Re}$  и параметры вращения  $\text{Rg}, \text{Rn}$ , которые, по сути, представляют собой безразмерные значения угловых скоростей вращения ротора и газа на входе в аппарат из сопловых блоков.

**3. Модель турбулентности.** Существуют различные подходы к моделированию турбулентной вязкости. В данной работе используется дифференциальная  $(k-\omega)$ -модель турбулентности Д. К. Уилкокса [5], согласно которой записываются два дополнительных уравнения для переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций  $k$  и удельной скорости диссипации кинетической энергии  $\omega$ . В цилиндрической системе координат с учетом осевой симметрии эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial rk}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (ru_r k) + \frac{\partial}{\partial z} (ru_z k) = \\ = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right] + G - \beta^* r k \omega, \\ \frac{\partial r\omega}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} (ru_r \omega) + \frac{\partial}{\partial z} (ru_z \omega) = \\ = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r(1 + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) \right] + \gamma G \frac{\omega}{k} - \beta r \omega^2, \quad (3) \\ G = \frac{\nu_t r}{\text{Re}} \left\{ \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + 2 \left[ \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{u_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}, \\ \nu_t = \text{Re} k / \omega. \end{aligned}$$

Здесь  $k = k^0/U_0^2$ ;  $\omega = \omega^0 H/U_0$ ;  $k^0, \omega^0$  и  $k, \omega$  — соответственно размерные и безразмерные кинетическая энергия и удельная скорость диссипации;  $\beta = 3/40$ ,  $\beta^* = 9/100$ ,  $\gamma = 5/9$ ,  $\sigma = 1/2$ ,  $\sigma^* = 1/2$  — константы [5].

Граничные условия для величин  $k, \omega$  на входе в аппарат (сечение А–А) (см. рис. 2) определяются на основе экспериментальных данных для закрученных течений. В частности, значение кинетической энергии пульсационного движения принималось равным  $k = 0,1$ , значение турбулентной вязкости  $\nu_t = 0,08 \text{ Re}$ . По этим данным определялось значение удельной скорости диссипации  $\omega = \text{Re} k / \nu_t$  модели турбулентности (3). На выходе

для  $k$  и  $\omega$  ставятся условия Неймана  $\partial/\partial z = 0$ , на твердых границах в силу условия прилипания значение кинетической энергии турбулентных пульсаций равно нулю. Величину удельной скорости диссипации  $\omega$  на твердой поверхности можно получить из исходного уравнения переноса. В этом случае граничное условие для удельной скорости диссипации на твердой стенке сводится к балансу между молекулярной диффузией и диссипацией. В зависимости от ориентации радиальной или аксиальной границы получаем соответствующие соотношения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = r \operatorname{Re} \beta \omega^2, \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} = \operatorname{Re} \beta \omega^2. \quad (4)$$

При  $r \rightarrow r_w$ ,  $z \rightarrow z_w$  решение уравнений (4) имеет вид

$$\omega \xrightarrow{r \rightarrow r_w} \frac{4}{\operatorname{Re} \beta (r - r_w)^2}, \quad \omega \xrightarrow{z \rightarrow z_w} \frac{6}{\operatorname{Re} \beta (z - z_w)^2},$$

где индекс  $w$  соответствует координатам на стенке.

Таким образом, уравнения (1)–(3) с соответствующими граничными условиями представляют собой замкнутую систему дифференциальных уравнений, описывающих закрученное турбулентное течение несжимаемой жидкости.

**4. Метод решения.** Численное решение представленной системы уравнений проводилось в физических переменных скорость — давление путем физического расщепления полей скорости и давления [6]. Согласно этому методу решение уравнений Рейнольдса, записанных в векторном виде, включает два этапа:

$$\frac{\mathbf{V}^+ - \mathbf{V}^n}{\Delta \tau} = -\nabla p^n + F(\mathbf{V}^+, \mathbf{V}^n); \quad (5)$$

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^+}{\Delta \tau} = -\nabla (\Delta p). \quad (6)$$

Уравнение (5) представляет собой систему уравнений (2), записанную в символическом виде и векторной форме. Верхний индекс “+” обозначает промежуточную сеточную функцию для вектора скорости;  $\Delta p = p^{n+1} - p^n$  — поправка к давлению. Умножая уравнение (6) на градиент и учитывая соленоидальность вектора скорости на  $(n+1)$ -м временном слое, получаем уравнение Пуассона для определения поправки к давлению:

$$\nabla^2 (\Delta p) = \frac{\nabla \cdot \mathbf{V}^+}{\Delta \tau}. \quad (7)$$

Решение стационарной задачи проводится методом установления по времени, поэтому зависимость (7) записывается в виде нестационарного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \tau_0} - \nabla^2 (\Delta p) = -\frac{\nabla \cdot \mathbf{V}^+}{\Delta \tau}, \quad (8)$$

где фиктивное время  $\tau_0$  является итерационным параметром. При решении уравнения (8) для шага по времени можно записать  $\Delta \tau_0 = A \Delta \tau$ , при этом значение постоянной  $A$ , как правило, меньше единицы и выбирается из условия быстрой сходимости численного процесса. В качестве граничного условия для поправки к давлению используется условие Неймана, которое выполняется в случае, если для  $\mathbf{V}^+$  на границе используется точное значение  $\mathbf{V}^{n+1}$  [7, 8].

Таким образом, сначала методом установления решается система уравнений (5), затем уравнение (8) и в соответствии с (6) определяются вектор скорости на  $(n+1)$ -м временном слое и давление  $p^{n+1} = p^n + \Delta p$ .

Используя метод расщепления полей скорости и давления, получаем систему уравнений (2), (3), (8), каждое из которых представляет собой уравнение переноса скалярной величины, записываемое в консервативном дивергентном виде. Численное решение уравнения переноса проводится на гибридной, шахматной разностной сетке методом контрольного объема. Конвективные и диффузионные члены данного уравнения представляются в конечных разностях с помощью экспоненциальной схемы [8], которая обеспечивает второй порядок точности по координатам и снимает ограничение по сеточному числу Рейнольдса. В частности, для искомой переменной  $\Phi$  конвективный и диффузионный члены уравнения переноса в проекции, например на ось  $r$ , с использованием экспоненциальной схемы на  $(n + 1)$ -м слое по времени записываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} (ru_r \Phi) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{\text{Re}} (1 + \nu_t) \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = -A_i \Phi_{i-1,j}^{n+1} + B_i \Phi_{i,j}^{n+1} - C_i \Phi_{i+1,j}^{n+1}. \quad (9)$$

Здесь  $i, j$  соответствуют индексам точек разностной сетки по координатам  $r, z$ ; коэффициенты  $A, B, C$  определяются по формулам

$$A_i = \frac{u_{r(-)}}{\Delta r} \frac{E_-}{E_- - 1}, \quad C_i = \frac{u_{r(+)}}{\Delta r (E_+ - 1)}, \quad B_i = A_i + C_i + \frac{u_{r(+)} - u_{r(-)}}{\Delta r},$$

$$E_+ = \exp \left( \frac{\text{Re} (ru_r)_+ \Delta r}{[r(1 + \nu_t)]_+} \right), \quad E_- = \exp \left( \frac{\text{Re} (ru_r)_- \Delta r}{[r(1 + \nu_t)]_-} \right),$$

индексы “+” и “-” соответствуют значению функции на границе контрольного объема соответственно справа и слева от него. Например, для равномерной разностной сетки это означает, что  $u_{r(+)} = [(u_r)_{i,j} + (u_r)_{i+1,j}]/2$ . Следует отметить, что в случае  $u_{r(+)} = 0$  для коэффициента  $C_i$  имеем неопределенность вида  $0/0$ . Раскрывая данную неопределенность разложением в ряд экспоненты, получаем

$$C_i = \frac{(1 + \nu_t)_+}{\Delta r \text{Re}}.$$

Аналогичный результат имеем для коэффициента  $A_i$ .

Численное решение уравнения переноса величины  $\Phi$  проводилось с использованием неявной обобщенной схемы переменных направлений. Пусть уравнение переноса имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \Lambda_r \Phi + \Lambda_z \Phi + W \quad (10)$$

( $\Lambda_r, \Lambda_z$  — операторы конвективно-диффузионных членов типа (9) в проекциях на оси  $r, z$  соответственно). Для того чтобы получить решение второго порядка точности по времени, уравнение (10) запишем в  $\Delta$ -форме в момент времени  $n + 1/2$ :

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} (\Lambda_r + \Lambda_z) \Delta \Phi = (\Lambda_r + \Lambda_z) \Phi^n + W.$$

Используя приближенную факторизацию [9], получаем двухэтапный алгоритм

$$\frac{\Delta \Phi^*}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} \Lambda_r (\Delta \Phi^*) = (\Lambda_r + \Lambda_z) \Phi^n + W,$$

$$\frac{\Delta \Phi^{**}}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} \Lambda_z (\Delta \Phi^{**}) = \frac{\Delta \Phi^*}{\Delta \tau},$$

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n + \Delta \Phi^{**}.$$

На каждом шаге по времени имеем трехдиагональную систему алгебраических уравнений, которая решается методом прогонки.

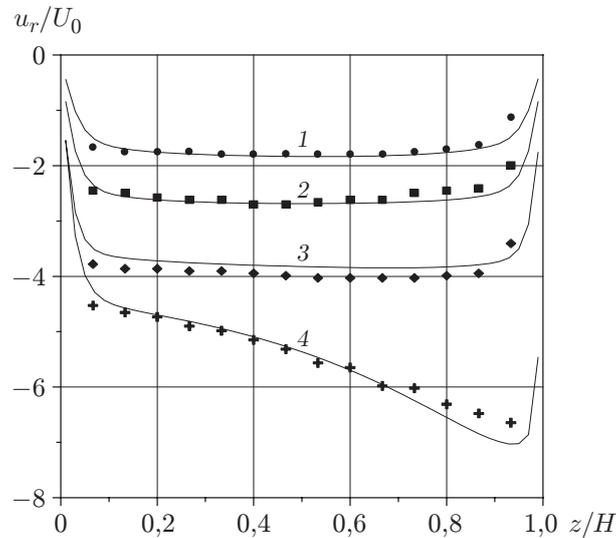


Рис. 3. Зависимость безразмерной радиальной компоненты скорости от безразмерной координаты  $z/H$  при различных значениях радиуса: линии — расчет, точки — экспериментальные данные [11]; 1 —  $r/r_0 = 0,600$ , 2 —  $r/r_0 = 0,400$ , 3 —  $r/r_0 = 0,275$ , 4 —  $r/r_0 = 0,185$

**5. Результаты расчетов.** Достоверность и эффективность разработанного метода проверялась с использованием тестовых и численных расчетов [10], а также путем их сравнения с экспериментальными данными [11] для турбулентного течения между плоскопараллельными дисками в направлении от периферии к оси. Результаты сравнения экспериментальных данных [11] с рассчитанной зависимостью безразмерной радиальной компоненты скорости  $u_r/U_0$  ( $U_0$  — постоянное значение радиальной скорости на входе в междисковое пространство) от безразмерной координаты  $z/H$  при  $r_0/H = 10$ ,  $Re = U_0 H/\nu^0 = 1269$  и различных радиусах представлены на рис. 3.

Анализ известных численных решений и экспериментальных данных для воздушно-центробежных классификаторов сводится в основном к изучению полей осредненной скорости в междисковом пространстве, поскольку именно в этой зоне происходит процесс разделения исходной фракции порошка на мелкую и крупную фракции. Как правило, в этих исследованиях предполагается, что на входе в междисковое пространство (сечение В–В на рис. 2) компоненты радиальной и окружной скоростей меняются незначительно. Численные исследования, проведенные в настоящей работе с использованием разработанной математической модели для более общей геометрической области, включающей периферийную зону (от сечения А–А до сечения В–В), показали существенную неоднородность распределения радиальной, окружной и аксиальной компонент скорости в сечении В–В, а также влияние этой неоднородности на последующую динамику закрученного турбулентного течения непосредственно в зоне сепарации (рис. 4). На рис. 4 показан профиль окружной компоненты скорости во входном сечении В–В (см. рис. 2) при постоянном расходе жидкости  $Re = 3733$  и различных параметрах закрутки  $Rg$ ,  $Rn$ .

На рис. 5 представлены поля окружной компоненты скорости в исследуемой области. На рис. 5,а показаны изолинии окружной компоненты скорости при отсутствии вращения ротора ( $Rn = 0$ ), на рис. 5,б — при существенной угловой скорости вращения дисковых элементов ( $Rn = 12,85$ , что соответствует примерно 6000 об/мин). Из анализа рис. 5 следует, что в междисковом пространстве, где происходит разделение порошка на мелкую и крупную фракции, окружная компонента скорости может существенно увеличиваться.

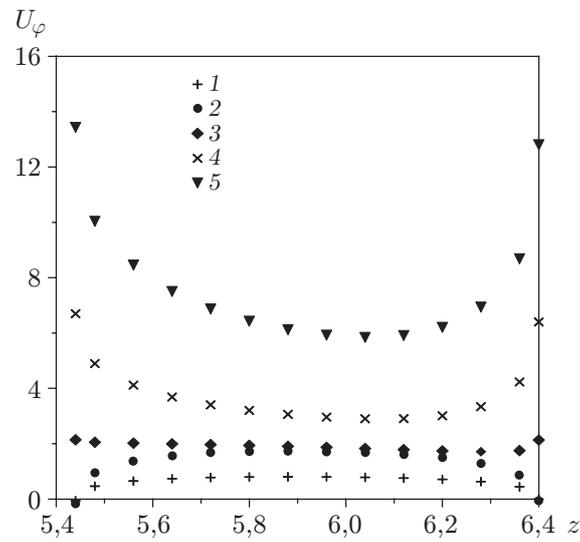


Рис. 4. Зависимость окружной компоненты скорости от координаты  $z$  в сечении В–В при  $Re = 3733$  и различных параметрах закрутки:  
 1 —  $Rn = 0, Rg = 4,05$ ; 2 —  $Rn = 0, Rg = 5,43$ ; 3 —  $Rn = 2,14, Rg = 4,05$ ; 4 —  $Rn = 6,42, Rg = 4,05$ ; 5 —  $Rn = 12,85, Rg = 4,05$

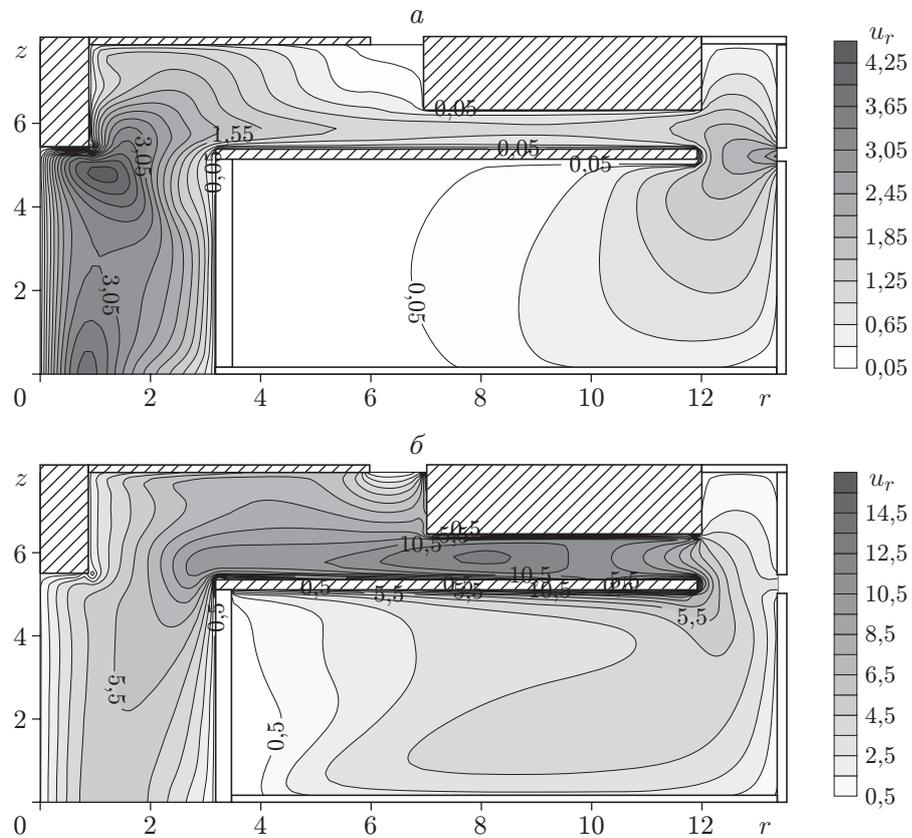


Рис. 5. Изолинии окружной компоненты скорости при  $Re = 3733$  и различных параметрах течения:  
 а —  $Rn = 0, Rg = 4,05$ ; б —  $Rn = 12,85, Rg = 4,05$

Очевидно, что появляется возможность, с одной стороны, управлять уменьшением граничного размера частиц, с другой — получать более равномерные поля вектора скорости в сепарационной зоне воздушно-центробежного классификатора.

**Заключение.** Разработана математическая модель расчета гидродинамики закрученного турбулентного течения, возникающего в воздушно-центробежном аппарате. Выявлены основные закономерности такого течения и показано, что периферийная область оказывает существенное влияние на аэродинамику в сепарационной зоне центробежного аппарата. Представленная математическая модель позволяет не только изучить сложную картину закрученного турбулентного течения, что способствует разработке новых перспективных способов классификации порошков, но и оптимизировать режимные и геометрические параметры существующих установок.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Мизонов В. Е.** Аэродинамическая классификация порошков / В. Е. Мизонов, С. Г. Ушаков. М.: Химия, 1989.
2. **Росляк А. Т.** Пневматические методы и аппараты порошковой технологии / А. Т. Росляк, Ю. А. Бирюков, В. Н. Пачин. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1990.
3. **А. с. 1196040 СССР, МКИ В 07 В 7/083.** Способ классификации высокодисперсных материалов и устройство для его осуществления / А. Т. Росляк, П. Н. Зятиков, В. К. Никольчиков, Ю. А. Бирюков. Опубл. 07.12.85, Бюл. № 45.
4. **Петунин А. М.** Методы и техника измерений параметров газового потока. М.: Машиностроение, 1972.
5. **Wilcox D. C.** Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA J. 1988. V. 26, N 11. P. 1299–1310.
6. **Chorin A. J.** Numerical solution of Navier — Stokes equation // Math. Comput. 1968. V. 22. P. 745–762.
7. **Пейре Р.** Вычислительные методы в задачах механики жидкости / Р. Пейре, Т. Д. Тейлор. Л.: Гидрометеиздат, 1986.
8. **Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
9. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т. 1.
10. **Шваб А. В., Брендаков В. Н.** Численное моделирование закрученного течения на основе трехпараметрической модели турбулентности // Изв. вузов. Физика. 2004. № 10. С. 120–123.
11. **Singh A., Vyas B. D., Powle U. S.** Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1999. N 20. P. 395–401.

*Поступила в редакцию 19/II 2009 г.,  
в окончательном варианте — 4/V 2009 г.*