

УДК 533.72

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ МОЛЕКУЛЯРНОГО ГАЗА НА ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

А. В. Латышев, В. Н. Попов*, А. А. Юшканов

Московский государственный областной университет, 107005 Москва

* Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 163002 Архангельск

E-mails: avlatyshev@comail.ru, popov.vasily@pomorsu.ru, yushkanov@mtu-net.ru

Представлены результаты, полученные с использованием точных аналитических методов в задаче о скольжении молекулярного газа вдоль твердой сферической поверхности. В качестве основного уравнения использовано обобщение БГК-модели кинетического уравнения Больцмана на случай учета вращательных степеней свободы. Показана зависимость найденных коэффициентов скольжения от числа Прандтля и температуры газа. Для ряда молекулярных газов приведены графики зависимостей коэффициентов скольжения от температуры.

Ключевые слова: разреженный газ, коэффициент скольжения, аэрозольные частицы.

Введение. Опубликованные к настоящему времени результаты исследований, связанных с постановкой граничных условий на обтекаемых разреженным газом поверхностях, касаются главным образом простых одноатомных газов. Исключение составляют работы [1–6], в которых рассматривались граничные задачи многоатомных газов и показано, что учет внутренней структуры молекул газа вносит существенные поправки в количественные характеристики, отражающие взаимодействие газа с поверхностью.

Цель представленной работы — вычисление коэффициентов скольжения молекулярного газа вдоль поверхности сферической аэрозольной частицы малого радиуса кривизны ($\text{Kn} = \lambda/R' \ll 0,02$, где Kn — число Кнудсена; R' — радиус аэрозольной частицы; λ — средняя длина свободного пробега молекул газа).

В качестве основного уравнения используется обобщение БГК-модели кинетического уравнения Больцмана, учитывающее вращательные степени свободы молекул газа [1]:

$$C_r \frac{\partial Y}{\partial r} + Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) + k \left[C_\theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} + \frac{C_\varphi}{\sin \theta} \frac{\partial Y}{\partial \varphi} + (C_\theta^2 + C_\varphi^2) \frac{\partial Y}{\partial C_r} + (C_\varphi^2 \text{ctg} \theta - C_r C_\theta) \frac{\partial Y}{\partial C_\theta} - \right. \\ \left. - (C_\varphi C_\theta \text{ctg} \theta + C_r C_\varphi) \frac{\partial Y}{\partial C_\varphi} \right] = \int K(\mathbf{C}, \nu, \mathbf{C}', \nu') Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}', \nu') d\Omega.$$

Здесь $l = 2$, $d\Omega = 2\pi^{-3/2} \exp(-C^2 - \nu^2) \nu d\nu d^3C$ для двухатомного газа; $l = 5/2$, $d\Omega = \pi^{-3} \exp(-C^2 - \nu^2) \nu d\nu d^3C$ для многоатомного газа (число атомов в молекуле $N \geq 3$);

$$K(\mathbf{C}, \nu, \mathbf{C}', \nu') = 1 + 2\mathbf{C}\mathbf{C}' + (C^2 + \nu^2 - l - 1/2)(C'^2 + \nu'^2 - l - 1/2)/(l + 1/2);$$

$k = 4\text{Kn}/(3\sqrt{\pi}\text{Pr})$, $\mathbf{r} = 3\sqrt{\pi}\text{Pr}/(4\lambda)\mathbf{r}'$ при описании изотермического скольжения; при описании теплового скольжения $k = 2\text{Kn}/(\sqrt{\pi}\text{Pr})$; $\mathbf{r} = \sqrt{\pi}\text{Pr}/(2\lambda)\mathbf{r}'$; \mathbf{r}' — размерный радиус-вектор; $\lambda = \nu_g \sqrt{\pi m/(2k_B T_w)}$; ν_g — кинематическая вязкость газа; Pr — число Прандтля; $\mathbf{C} = \mathbf{v} \sqrt{m/(2k_B T_w)}$; $\nu = \omega \sqrt{J/(2k_B T_w)}$; \mathbf{v} и ω — поступательная и вращательная скорости молекул газа; T_w — температура поверхности частицы; k_B — постоянная Больцмана; m , J — масса и момент инерции молекулы газа.

При выводе этого уравнения полагалось, что описание вращательных степеней свободы соответствует классическим представлениям, а колебательные степени свободы молекул “заморожены”, $|T/T_w - 1| \ll 1$, $\lambda|\nabla \ln T| \ll 1$, $U' \sqrt{m/(2k_B T_w)} \ll 1$. Уравнение записано в сферической системе координат, начало которой совпадает с центром кривизны поверхности аэрозольной частицы; функция $Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ учитывает отклонение функции распределения в слое Кнудсена от функции распределения в объеме газа

$$f(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega) = f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)[1 + Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)].$$

Для двухатомного газа

$$f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega) = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \frac{J}{k_B T} \exp \left[- \frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2k_B T} - \frac{J\omega^2}{2k_B T} \right],$$

для многоатомного

$$f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega) = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \frac{(J_1 J_2 J_3)^{1/2}}{(2\pi k_B T)^{3/2}} \exp \left[- \frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2k_B T} - \frac{1}{2k_B T} \sum_{i=1}^3 J_i \omega_i^2 \right].$$

Здесь J_i ($i = 1, 2, 3$) — компоненты момента инерции молекул газа. В качестве граничного условия на поверхности частицы использована модель диффузного отражения. Выбор модели граничного условия обусловлен тем, что для большинства технических (т. е. не обработанных специальным образом) поверхностей, к числу которых относятся и поверхности аэрозольных частиц, коэффициент диффузности близок к единице. Поэтому использование более сложных моделей граничных условий (например, зеркально-диффузной) не привнесло бы в искомые коэффициенты скольжения существенных поправок, но в то же время значительно усложнило бы решение задачи.

1. Постановка задачи. Вывод основных уравнений. Рассмотрим сферическую аэрозольную частицу, взвешенную в потоке разреженного молекулярного газа. Свяжем с центром кривизны поверхности сферическую систему координат, полярная ось которой направлена вдоль градиента температуры вдали от поверхности.

Предположим, что вдали от поверхности задан постоянный градиент температуры ∇T . Вследствие неоднородности распределения температуры в объеме газа, на поверхности частицы величины $\partial T/\partial r$ и $\partial T/\partial \theta$ будут отличными от нуля. Первая из них приводит к скачку температуры на поверхности частицы, а вторая — к тепловому скольжению газа вдоль ее поверхности. Предположим также, что нормальная к поверхности компонента градиента температуры не постоянна, а медленно изменяется вдоль поверхности частицы. Таким образом, в задаче отлична от нуля величина $\partial^2 T/\partial r \partial \theta$, что приводит к дополнительному скольжению газа вдоль поверхности частицы (так называемому тепловому скольжению второго порядка). Предположим далее, что касательная к поверхности составляющая массовой скорости газового потока не постоянна, а медленно изменяется вдоль направления нормали к поверхности. Неравномерность распределения массовой скорости вызывает скольжение газа вдоль поверхности, называемое изотермическим скольжением.

Следуя [7], $Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ ищем в виде разложения по параметру k :

$$Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) = kY_1(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) + k^2Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) + \dots \quad (1.1)$$

Подставляя (1.1) в основное уравнение и приравнивая слагаемые при одинаковых степенях k , приходим к следующим уравнениям для нахождения функций $Y_1(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ и $Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$:

$$C_r \frac{\partial Y_1}{\partial r} + Y_1(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) = \int K(\mathbf{C}, \nu; \mathbf{C}', \nu') Y_1(\mathbf{r}, \mathbf{C}', \nu') d\Omega; \quad (1.2)$$

$$C_r \frac{\partial Y_2}{\partial r} + Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) = \int K(\mathbf{C}, \nu; \mathbf{C}', \nu') Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}', \nu') d\Omega - \\ - \left[(C_\theta^2 + C_\varphi^2) \frac{\partial Y_1}{\partial C_r} + (C_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta - C_r C_\theta) \frac{\partial Y_1}{\partial C_\theta} - (C_\varphi C_\theta \operatorname{ctg} \theta + C_r C_\varphi) \frac{\partial Y_1}{\partial C_\varphi} \right] - C_\theta \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}. \quad (1.3)$$

Уравнение (1.2) описывает скольжение газа вдоль твердой плоской поверхности, а (1.3) учитывает поправку к скорости скольжения, обусловленную кривизной поверхности.

Решение уравнений (1.2) и (1.3) ищем в виде

$$Y_1(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) = C_\theta \varphi_1(x, C_r) + C_\theta (C_\theta^2 + C_\varphi^2 + \nu^2 - l - 1) \varphi_2(x, C_r) + \\ + \varphi_3(x, C_r) + \gamma (C^2 + \nu^2 - l - 1/2) \varphi_4(x, C_r); \quad (1.4)$$

$$Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) = C_\theta \psi_1(x, C_r) + C_\theta (\nu^2 - l + 1) \psi_2(x, C_r), \quad (1.5)$$

где $x = r - R$; $\gamma^2 = 1/(l + 1/2)$ [6].

Разложение (1.4) представляет собой обобщение на случай молекулярного газа расщепления стационарного БГК-уравнения в задачах скольжения и температурного скачка одноатомного газа на границе твердой плоской поверхности, приведенного в [8]. Функции $\varphi_1(x, C_r)$ и $\varphi_2(x, C_r)$ описывают тепловое и изотермическое скольжения, а $\varphi_3(x, C_r)$ и $\varphi_4(x, C_r)$ — температурный скачок. Для молекулярных газов $\varphi_3(x, C_r)$ и $\varphi_4(x, C_r)$ построены в [6]. Разложение (1.5) позволяет выделить в явном виде зависимость $Y_2(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ от ν и учитывает, что в задачах скольжения функция распределения пропорциональна касательной к обтекаемой поверхности компоненте массовой скорости газа C_τ . Для сферической поверхности C_τ совпадает с C_θ .

Подставляя (1.4) и (1.5) в (1.2) и (1.3) с учетом ортогональности (в смысле скалярного произведения) многочленов, входящих в разложения (1.4) и (1.5), приходим к следующей системе уравнений для нахождения $\varphi_i(x, \mu)$ и $\psi_i(x, \mu)$ ($i = 1, 2$):

$$\mu \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \varphi_1(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\tau^2) \varphi_1(x, \tau) d\tau; \quad (1.6)$$

$$\mu \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \varphi_2(x, \mu) = 0; \quad (1.7)$$

$$\mu \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + \psi_1(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\tau^2) \psi_1(x, \tau) d\tau + \mu \varphi_1(x, \mu) - 2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu} + \\ + 2\mu \varphi_2(x, \mu) - 4 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \mu} - [\varphi_3(x, \mu) + \gamma(\mu^2 + 1/2) \varphi_4(x, \mu)]; \quad (1.8)$$

$$\mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \psi_2(x, \mu) = 4\mu \varphi_2(x, \mu) - 2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \mu}. \quad (1.9)$$

Здесь $\mu = C_r$, а под ортогональностью функций $f(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ и $g(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ понимается равенство нулю интеграла $\int f(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) g(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) d\Omega$.

Рассмотрим теперь вопрос о граничных условиях к уравнениям (1.6)–(1.9). С учетом приведенного выше выражения для $f(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)$ и соотношений (1.1), (1.4) и (1.5) находим граничные условия вдали от поверхности частицы:

$$\varphi_1(\infty, \mu) = \varphi_2(\infty, \mu) = \psi_1(\infty, \mu) = \psi_2(\infty, \mu) = 0. \quad (1.10)$$

Для построения граничных условий на поверхности частицы выпишем предварительно в явном виде функцию распределения в объеме газа. Будем искать ее в виде

$$f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega) = f_0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)[1 + \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)], \quad (1.11)$$

где $f_0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)$ — абсолютный максвеллиан с параметрами, заданными на поверхности частицы.

При построении $f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)$ учтем, что согласно асимптотической теории течения разреженного газа вблизи твердой поверхности при малых значениях чисел Кнудсена [7] массовая скорость, температура и давление газа разлагаются на две составляющие: гидродинамическую и кинетическую. Гидродинамические составляющие разложений удовлетворяют системе уравнений Стокса и имеют масштаб порядка характерного размера обтекаемого тела (в данном случае это радиус частицы). Кинетические составляющие играют заметную роль лишь в тонком слое газа, непосредственно прилегающем к обтекаемой поверхности толщиной порядка средней длины свободного пробега молекул газа (слое Кнудсена), и имеют характерный масштаб порядка средней длины свободного пробега молекул газа.

С учетом сказанного для построения $f^0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)$ перейдем к новому масштабу в конфигурационном пространстве. Переопределим безразмерную координату так, чтобы размерный радиус-вектор был равен $\mathbf{r}' = R'\mathbf{r}$ (новую безразмерную координату снова обозначим через \mathbf{r}). Тогда уравнение для нахождения $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)$ запишется в виде

$$\begin{aligned} C_r \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \left[C_\theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{C_\varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + (C_\theta^2 + C_\varphi^2) \frac{\partial \Psi}{\partial C_r} + \right. \\ \left. + (C_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta - C_r C_\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial C_\theta} - (C_\varphi C_\theta \operatorname{ctg} \theta + C_r C_\varphi) \frac{\partial \Psi}{\partial C_\varphi} \right] = \\ = k^{-1} \left[\pi^{-3/2} \int \int \int \exp(-C'^2) K(\mathbf{C}, \mathbf{C}') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}') d\mathbf{C}' - \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}) \right]. \quad (1.12) \end{aligned}$$

Учитывая, что отношение правой части уравнения (1.12) к левой имеет порядок Kn^{-1} , для построения решения этого уравнения можно использовать метод последовательных приближений. Представим $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C})$ в виде разложения по степеням k

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}) = \psi^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) + k\psi^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) + k^2\psi^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) + \dots \quad (1.13)$$

Учитывая (1.13), разложим в ряд по степеням k гидродинамические составляющие касательной к поверхности компоненты массовой скорости, температуры и давления газа:

$$\begin{aligned} U_\theta &= U_\theta^{(0)} + kU_\theta^{(1)} + k^2U_\theta^{(2)} + \dots, \\ T &= T_0(1 + \tau^{(0)} + k\tau^{(1)} + k^2\tau^{(2)} + \dots), \\ p &= p_0(1 + p^{(0)} + kp^{(1)} + k^2p^{(2)} + \dots). \end{aligned} \quad (1.14)$$

Здесь p_0 — давление в невозмущенной части потока газа вдали от поверхности частицы.

Подставляя (1.13) в (1.12) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях k , приходим к системе рекуррентных соотношений для определения $\psi^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{C})$, $n = 0, 1, 2$:

$$\psi^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) = p^{(0)} + 2C_r U_r^{(0)} + 2C_\theta U_\theta^{(0)} + (C^2 + \nu^2 - l - 1/2)\tau^{(0)}; \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \psi^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) = p^{(n)} + 2C_r U_r^{(n)} + 2C_\theta U_\theta^{(n)} + (C^2 + \nu^2 - l - 1/2)\tau^{(n)} - \mathbf{C} \nabla \psi^{(n-1)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}) - \\ - \frac{1}{r} \left[(C_\theta^2 + C_\varphi^2) \frac{\partial \psi^{(n-1)}}{\partial C_r} + (C_\varphi^2 \operatorname{ctg} \theta - C_r C_\theta) \frac{\partial \psi^{(n-1)}}{\partial C_\theta} - (C_\varphi C_\theta \operatorname{ctg} \theta + C_r C_\varphi) \frac{\partial \psi^{(n-1)}}{\partial C_\varphi} \right]. \quad (1.16) \end{aligned}$$

Выражения (1.15), (1.16) определяют в барнеттовском приближении функцию распределения (1.11) в объеме газа. С учетом (1.11) выражение для $f(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)$ перепишем в виде

$$f(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega) = f_0(\mathbf{r}', \mathbf{v}, \omega)[1 + \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu) + Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)]. \quad (1.17)$$

Отсюда, учитывая, что $U_r^{(0)}|_S = U_\theta^{(0)}|_S = 0$, в случае диффузного отражения молекул газа поверхностью имеем

$$Y(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)|_S = -\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)|_S. \quad (1.18)$$

Подставляя в (1.18) разложения (1.1) и (1.13) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях k , находим

$$Y_i(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)|_S = -\psi^{(i)}(\mathbf{r}, \mathbf{C}, \nu)|_S, \quad i = 1, 2. \quad (1.19)$$

С учетом (1.4), (1.5) и (1.19) граничные условия на поверхности частицы записываем в виде ($\mu > 0$)

$$\varphi_1(0, \mu) = -2U_\theta^{(1)} + 2\mu S_{r\theta}^{(0)} + \left(\mu^2 - \frac{1}{2}\right) \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial \theta}; \quad (1.20)$$

$$\psi_1(0, \mu) = -2U_\theta^{(2)} - 2\mu \left(\mu^2 - \frac{1}{2}\right) \frac{\partial^2 \tau^{(0)}}{\partial r \partial \theta},$$

$$\varphi_2(0, \mu) = \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial \theta}, \quad \psi_2(0, \mu) = 0, \quad S_{r\theta}^{(i)} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta^{(i)}}{\partial r} - \frac{U_\theta^{(i)}}{r}. \quad (1.21)$$

Так как искомые компоненты $U_\theta^{(i)}|_S$ ($i = 1, 2$) в разложении массовой скорости газа на поверхности частицы в ряд по параметру k входят только в граничные условия (1.10), (1.21), то в дальнейшем можно ограничиться решением уравнений (1.6), (1.9) с граничными условиями (1.10), (1.20), (1.21).

Таким образом, задача о вычислении скорости скольжения молекулярного газа вдоль поверхности сферической аэрозольной частицы сводится к решению уравнений (1.6), (1.9) с граничными условиями (1.10)–(1.21).

2. Основные результаты. Система уравнений (1.6), (1.9) с граничными условиями (1.10), (1.20), (1.21) решена с использованием метода элементарных решений (метода Кейза) [8]. Учитывая уравнения (1.14) и результаты, полученные в [9–12], искомую скорость скольжения разреженного газа вдоль сферической поверхности запишем в виде

$$U_\theta|_S = k \left[k_1 S_{r\theta}^{(0)} + k_2 \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial \theta} \right] + k^2 \left[k_3 S_{r\theta}^{(0)} + k_4 \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial \theta} + k_5 \frac{\partial^2 \tau^{(0)}}{\partial r \partial \theta} \right] + \dots \quad (2.1)$$

Здесь

$$k_1 = -Q_1 = 1,016\,19, \quad k_2 = -(Q_2 - 1/2)/2 = 0,383\,16, \quad k_3 = -1,$$

$$k_4 = Q_3 + Q_1 Q_2 = -0,533\,90, \quad k_5 = [(Q_2 - 1/2)\varepsilon_T + Q_1 - 2Q_3 - \varepsilon_n]/2 + Q_3 - Q_1/2,$$

$Q_1 = -1,016\,19$, $Q_2 = -1,266\,3$, $Q_3 = -1,820\,7$ — интегралы Лойалки [13]. Для двухатомных газов $\varepsilon_T = 1,216\,8$, $\varepsilon_n = -0,671\,6$, $k_5 = -0,725\,8$, для многоатомных $\varepsilon_T = 1,191\,4$, $\varepsilon_n = -0,652\,5$, $k_5 = -0,738\,8$.

Переходя в (2.1) к размерным величинам и записывая в виде, принятом в кинетической теории разреженного газа, находим

$$U'_\theta|_S = C_m^{(0)}(1 - C_m^{(1)} \text{Kn})\lambda \frac{\partial U'_\theta}{\partial r'} \Big|_\infty + K_{TS}^{(0)}(1 - \beta' \text{Kn})\nu_g \frac{\partial \ln T}{\partial \theta} \Big|_\infty - K_{TS}^{(0)}\beta_R \nu_g \text{Kn} \frac{\partial^2 \ln T}{\partial r' \partial \theta}. \quad (2.2)$$

Здесь $C_m^{(0)} = 0,7645 \text{ Pr}^{-1}$, $K_{TS}^{(0)} = 0,7662 \text{ Pr}^{-1}$, $C_m^{(1)} = 0,7403 \text{ Pr}^{-1}$, $\beta' = 1,5723 \text{ Pr}^{-1}$, $\beta_R = 2,1374 \text{ Pr}^{-1}$ для двухатомных газов и $\beta_R = 2,1757 \text{ Pr}^{-1}$ для многоатомных.

Соотношение (2.2) определяет скорость скольжения молекулярного газа вдоль сферической поверхности малого радиуса кривизны. Из (2.2) следует, что учет вращательных степеней свободы молекул газа приводит к зависимости коэффициентов скольжения от числа Прандтля. Так как значения числа Прандтля для различных газов варьируются в достаточно широких пределах (например, $\text{Pr} = 1,01$ для водяного пара при 100°C , $0,93$ для аммиака, $0,85$ для двуокиси серы, $0,64$ для хлора), то учет такого рода зависимости вносит существенные поправки в скорость скольжения газа вдоль обтекаемой поверхности. В случае одноатомного газа подобного рода зависимость отсутствует.

Учет вращательных степеней свободы молекул газа приводит к зависимости коэффициентов скольжения от температуры газа. Последнее обусловлено температурными зави-

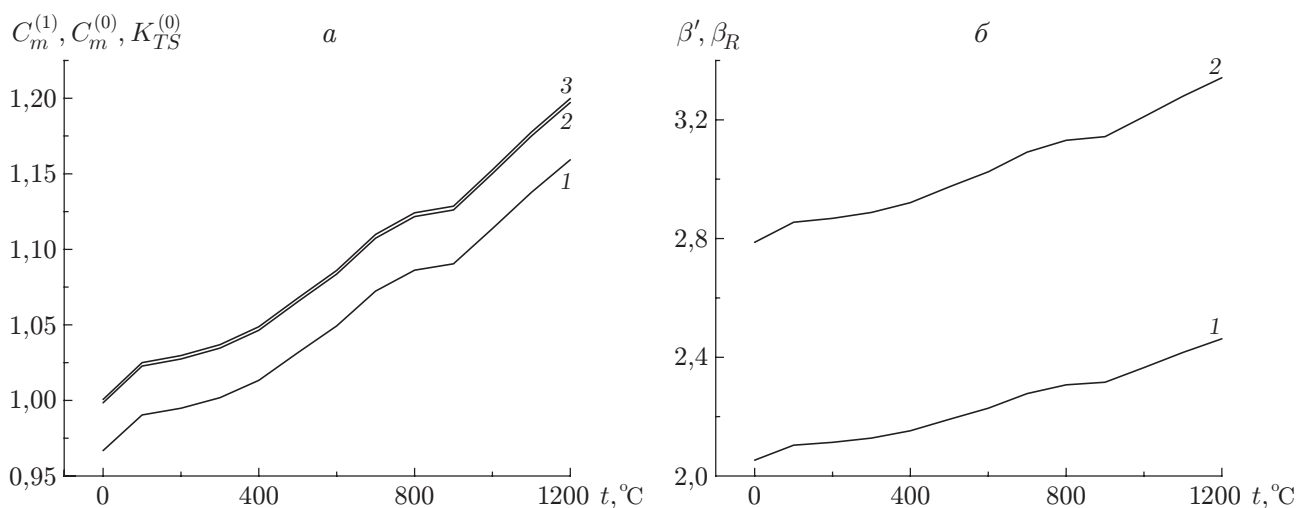


Рис. 1. Зависимости коэффициентов скольжения от температуры для CO_2 :
 а: 1 — $C_m^{(1)}$, 2 — $C_m^{(0)}$, 3 — $K_{TS}^{(0)}$; б: 1 — β' , 2 — β_R

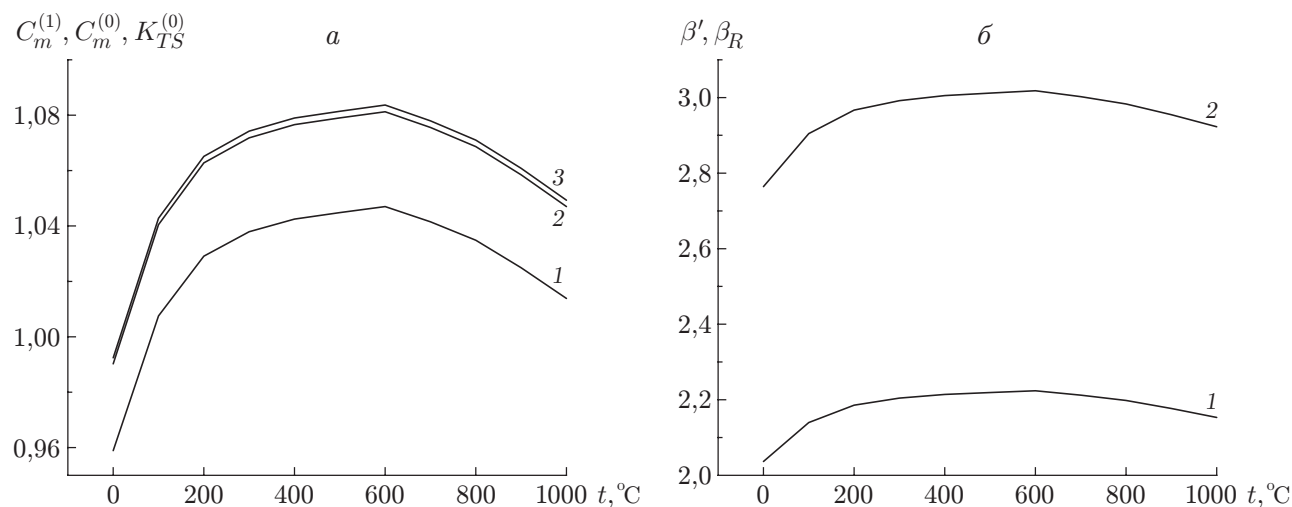


Рис. 2. Зависимости коэффициентов скольжения от температуры для O_2 :
 а: 1 — $C_m^{(1)}$, 2 — $C_m^{(0)}$, 3 — $K_{TS}^{(0)}$; б: 1 — β' , 2 — β_R

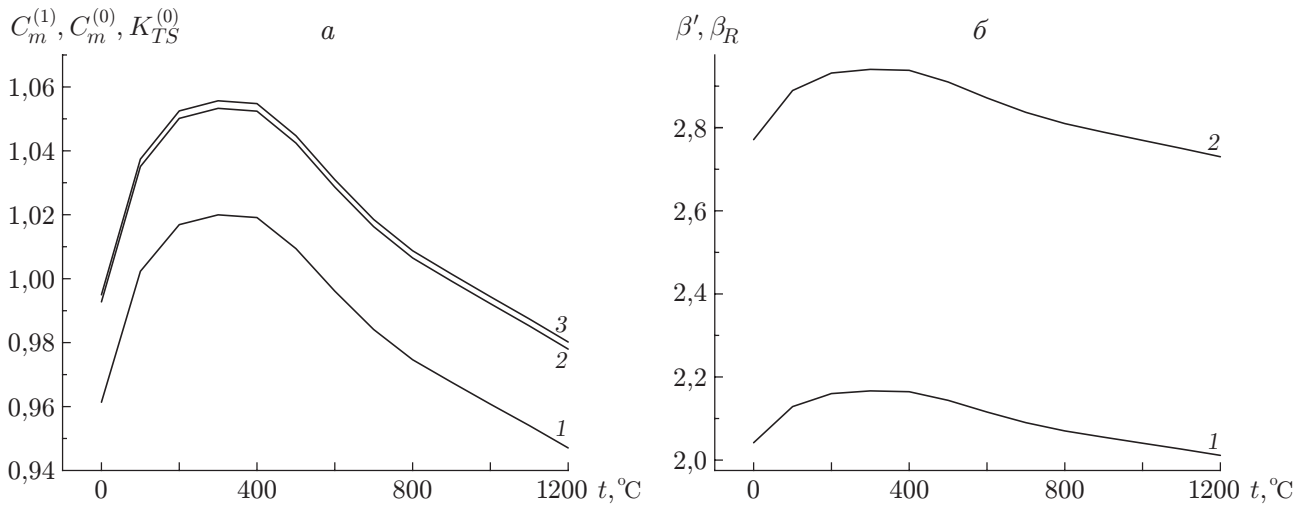


Рис. 3. Зависимости коэффициентов скольжения от температуры для N_2 :
 а: 1 — $C_m^{(1)}$, 2 — $C_m^{(0)}$, 3 — $K_{TS}^{(0)}$; б: 1 — β' , 2 — β_R

симостями таких теплофизических характеристик газа, как его удельная теплоемкость при постоянном давлении c_p , динамическая вязкость η и коэффициент теплопроводности κ . При этом учитывается, что $Pr = c_p \eta / \kappa$ [14]. Необходимо отметить, что зависимость коэффициентов скольжения от температуры газа весьма существенна. Так, в диапазоне температур $t = 0 \div 1200$ °C значения коэффициентов скольжения для углекислого газа изменяются на 16,6 %, для водяного пара в интервале $t = 100 \div 700$ °C — на 15,9 %, для двуокиси серы при изменении температуры от 0 до 1000 °C — на 15,6 %.

Зависимости коэффициентов скольжения, входящих в выражение (2.2), от температуры приведены на рис. 1–3. Видно, что зависимость коэффициентов скольжения от температуры носит достаточно сложный характер и, как это следует из полученных в работе выражений для коэффициентов скольжения, полностью определяется зависимостью числа Прандтля газа от температуры.

Заключение. Итак, в работе вычислена скорость скольжения молекулярного газа вдоль поверхности сферической аэрозольной частицы малого радиуса кривизны. Показана существенная зависимость коэффициентов скольжения от значения числа Прандтля и температуры газа.

Полученные в работе результаты могут быть использованы, в частности, для расчета скорости осаждения аэрозольных частиц в различного рода фильтрах и каналах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Латышев А. В., Юшканов А. А. Аналитическое решение задачи о скачке температуры в газе с вращательными степенями свободы // Теорет. и мат. физика. 1993. Т. 95, № 3. С. 530–540.
2. Латышев А. В., Юшканов А. А. Скачок температуры и слабое испарение в молекулярных газах // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1998. Т. 114, вып. 3. С. 956–971.
3. Латышев А. В., Юшканов А. А. Задача Смолуховского в полиатомных газах // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 17. С. 85–90.
4. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. Temperature jump and weak evaporation in polyatomic gas // Mathematical models of non-linear excitations, transfer, dynamics, and control in condensed systems and other media. N. Y. etc: Acad. Press, 1999. P. 3–16.

5. **Латышев А. В., Юшканов А. А.** Аналитическое вычисление параметров молекулярного газа на поверхности в задаче Смолуховского // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 3. С. 91–100.
6. **Латышев А. В., Юшканов А. А.** Задача Смолуховского для молекулярных газов с учетом коэффициентов аккомодации поступательной и вращательной энергии молекул // Прикл. математика и механика. 2002. Т. 66, вып. 5. С. 845–854.
7. **Sone Y.** Asymptotic theory of flow of rarefied gas over a smooth boundary. 2 // Rarefied gas dynamics: Proc. of the 7th Intern. symp, Pisa, June 29 — July 3, 1970. Pisa: Editrice Technico Scientifica, 1971. V. 2. P. 737–749.
8. **Черчиньяни К.** Математические методы в кинетической теории газов. М.: Мир, 1973.
9. **Латышев А. В., Попов В. Н., Юшканов А. А.** Применение метода Кейза в задаче о тепловом скольжении разреженного газа вдоль твердой сферической поверхности // Сиб. журн. индустр. математики. 2002. Т. 5, № 3. С. 103–114.
10. **Латышев А. В., Попов В. Н., Юшканов А. А.** О влиянии свойств искривленной поверхности на значение коэффициента изотермического скольжения // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2003. № 6. С. 111–116.
11. **Латышев А. В., Попов В. Н., Юшканов А. А.** Вычисление скорости скольжения разреженного газа, обусловленного неравномерностью распределения температуры в слое Кнудсена // Сиб. журн. индустр. математики. 2003. Т. 6, № 1. С. 60–71.
12. **Попов В. Н.** Постановка граничных условий на обтекаемых разреженным газом искривленных поверхностях // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, вып. 14. С. 87–94.
13. **Loyalka S. K.** The Q_n and F_n integrals for the BGK model // Trans. Theory Statist. Phys. 1975. V. 4. P. 55–65.
14. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.

*Поступила в редакцию 23/VII 2004 г.,
в окончательном варианте — 10/III 2005 г.*
