

РЕЖИМЫ СЖИГАНИЯ ГАЗА В ПОРИСТОМ ТЕЛЕ ТЕПЛОГЕНЕРАТОРА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Ю. А. Чумаков, А. Г. Князева

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634021 Томск, yura014@rambler.ru

Предложена и численно проанализирована стационарная модель фильтрационного сжигания газа с учетом условий на входе в пористое тело и условий теплообмена с газовой фазой, окружающей горелочное устройство, и с теплообменником. Определены области параметров, в которых реализуется режим горения газа с узкой реакционной зоной вблизи внешней поверхности пористого тела. Дана оценка механических напряжений, возникающих в пористом теле вследствие высоких значений градиента температуры и давления газа в порах. Построены зависимости скорости сжигания газа и радиационного потока тепла с поверхности горелки от технологических параметров.

Ключевые слова: пористая горелка, сжигание газа, радиационный поток тепла, термические напряжения.

ВВЕДЕНИЕ

Одно из возможных практических приложений фильтрационного горения непосредственно относится к разработке экологически чистых пористых горелок, работающих на бедных смесях и обеспечивающих экономию газового топлива, практически полное сгорание газа в объеме пористого тела и высокий коэффициент использования тепловой энергии.

Для оптимизации работы существующих горелок и разработки их новых вариантов требуется исследовать возможные режимы горения газа при варьировании технологических параметров (в том числе, геометрических). В экспериментальных исследованиях варьирование параметров в широкой области изменения весьма затруднительно. Поэтому для изучения режимов горения прибегают к математическому моделированию.

В настоящее время известны многочисленные теоретические работы, основанные на различных приближениях и отличающиеся полнотой учета разных физических явлений, сопутствующих фильтрации газа и горению.

В большинстве работ полагают, что газ несжимаем, а давление в нем постоянно. Эти условия позволяют получать аналитические решения задач в форме волн горения [1, 2], распространяющихся с постоянной скоростью, вы-

делять безразмерные комплексы и параметры, удобные для обработки лабораторных экспериментов [3, 4]. В некоторых случаях для анализа явлений, наблюдаемых при фильтрационном горении, удается использовать результаты исследования горения газов в узких каналах [5]. Такие модели ограничены низкими скоростями газа, когда существенны процессы диффузии и теплопроводности.

Другие варианты моделей фильтрационного горения газов и «сжигания» смесей в пористых катализаторах [6, 7] применимы для высоких скоростей фильтрации, когда диффузией и теплопроводностью по сравнению с конвективным переносом можно пренебречь. Условие несжимаемости в этих моделях также принимается.

Существует целый ряд работ, ограниченных либо аналитическим обзором данных эксперимента, описанием физических явлений и формулировкой проблемы [8]; либо отдельными частными расчетами на основе достаточно сложных моделей и алгоритмов [9–11]; либо условиями, реализуемыми в лабораторных экспериментах [12, 13]. Имеются модели, в которых в различных приближениях учитываются термодиффузия, лучистый теплообмен в порах, внутреннее трение, различие коэффициентов диффузии разных компонентов газовой смеси и т. д. [14–22]. Однако для описания работы реальных горелочных устройств имеющиеся модели в чистом виде применить сложно, хотя бы потому, что подавляющую часть време-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-03-98000) и программы «Энергосбережение СО РАН-07».

ни реально существующие горелки работают в стационарном режиме, не имеющем ничего общего со стационарным режимом распространения фронта горения.

Действительно, сделаем простые оценки. Если размер рабочей части (пористое тело) $L = 3$ см, то при удельной теплоемкости твердого каркаса $c_s = 1250$ Дж/(кг·К), плотности $\rho_s = 3750$ кг/м³ и теплопроводности $\lambda_s = 8$ Вт/(м·К) стационарный режим установится через период времени $t = \frac{L^2}{\lambda_s} c_s \rho_s \approx 526$ с ≈ 8.77 мин. В стационарном режиме работы горелочного устройства распределения температуры в газовой фазе и в твердом каркасе, очевидно, не будут соответствовать распределениям температуры в стационарной волне горения.

Основная техническая проблема пористых керамических горелок заключается в разрушении пористого каркаса горелки в процессе горения. В литературе отсутствуют модели фильтрационного горения, которые позволяют оценить напряжения и деформации, возникающие в системе в результате термического расширения (сжатия), влияние давления горящего газа на пористую структуру каркаса и многих других факторов.

В настоящей работе предлагается модель сжигания газа в пористой цилиндрической горелке, геометрия и свойства которой соответствуют описанным в [23].

Цель исследования состоит в определении скорости сжигания газа, радиационного потока тепла с поверхности горелки и характера распределения механических напряжений в пористом теле при различных значениях технологических параметров — размеров горелки, скорости подачи газа, коэффициентов внутреннего и внешнего теплообмена.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О СЖИГАНИИ ГАЗА

Рассмотрим горелку, представляющую собой полый цилиндр, изготовленный из материала с заданной пористостью ε . Внутренний (R_1) и внешний (R_2) радиусы пористого тела горелки заданы (рис. 1). Во внутреннюю область цилиндра поступает горючий газ, который затем перераспределяется с помощью специальных устройств так, чтобы скорость его поступления v_g в пористое тело по всей длине горелки (вдоль цилиндра) была приблизительно одинаковой. Давление газа в порах и

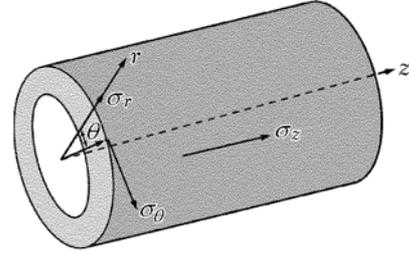


Рис. 1. Распределение компонент тензора напряжения в горелке

его температуру считаем однозначно связанными уравнением состояния. В подобных моделях в литературе часто считают справедливым уравнение состояния идеального газа. Записываем уравнение в виде

$$p = \frac{\rho_g R T_g}{m_r \eta + m_p (1 - \eta)}. \quad (1)$$

С учетом принятых предположений математическая постановка задачи в цилиндрической системе координат включает уравнения теплопроводности для газа и твердого тела, уравнение диффузии в газовой фазе с конвективными слагаемыми и источниками тепла и массы вследствие химической реакции и уравнение неразрывности:

$$c_g \rho_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + v_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) - \frac{\alpha}{\varepsilon} (T_g - T_s) + Q_0 \rho_g k \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{R T_g} \right), \quad (2)$$

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \frac{\alpha}{1 - \varepsilon} (T_g - T_s), \quad (3)$$

$$\rho_g \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + v_g \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D \rho_g r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) - k \rho_g \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{R T_g} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_g) = 0 \quad (5)$$

Здесь T_g — температура газовой смеси, К; T_s — температура пористого каркаса, К; m_r ,

m_p — молярные массы реагента и продукта реакции; η — доля реагента; t — время, с; r — пространственная координата, м; λ_g , λ_s — эффективные коэффициенты теплопроводности газа и твердого тела соответственно, Вт/(м·К); α — коэффициент межфазного (внутреннего) теплообмена, Вт/(К·м²); c_g , c_s — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме и теплоемкость твердого каркаса, Дж/(К·кг); ρ_g , ρ_s — плотности газа и твердого каркаса, кг/м³; Q_0 — тепловой эффект суммарной реакции в газовой фазе, Дж/кг; k — константа скорости, с⁻¹; n — порядок реакции; E_a — энергия активации, Дж/моль; R — универсальная газовая постоянная Дж/(моль·К); D — коэффициент диффузии, м²/с.

Как правило, при исследовании процесса фильтрационного горения определяют скорость горения, давление газа (если оно заранее не известно и не считается постоянным) и температуры фаз в зависимости от скорости подачи газа и условий межфазного теплообмена. В этом случае скорость горения определяют для бесконечно большого объема газа при переходе в систему координат, связанную с движущимся фронтом реакции. С практической точки зрения интерес представляют стационарные режимы сжигания газа в горелочном устройстве конечного размера. Такие режимы реализуются при выходе горелочного устройства на стационарный режим работы. В этом случае определение скорости горения традиционным способом, как и сама скорость распространения фронта, теряют смысл.

Переходя к стационарной модели (т. е. принимая производную по времени равной нулю), из уравнения неразрывности находим

$$\nabla \cdot \rho_g v_g = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \rho_g v_g) = 0, \quad (6)$$

следовательно, $r \rho_g v_g = \text{const}$.

Соответствующая системе (3)–(5) стационарная система уравнений принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\lambda_g r \frac{dT_g}{dr} \right) - c_g \rho_g v_g \frac{dT_g}{dr} - \frac{\alpha}{\varepsilon} (T_g - T_s) + Q_0 \rho_g k \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{RT_g} \right) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\lambda_s r \frac{dT_s}{dr} \right) + \frac{\alpha}{1 - \varepsilon} (T_g - T_s) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r D \rho_g \frac{d\eta}{dr} \right) - \rho_g v_g \frac{d\eta}{dr} - k \rho_g \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{RT_g} \right) = 0. \quad (9)$$

Используя соотношение $\rho_g v_g = \frac{\rho_{g,1} v_{g,1} R_1}{r} = \frac{A R_1}{r}$ (где $\rho_{g,1}$ — начальная плотность газа), следующее из первого интеграла уравнения (6) при условии заданного расхода на входе в пористое тело, вместо (7), (9) получаем:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\lambda_g r \frac{dT_g}{dr} \right) - \frac{c_g R_1 A}{r} \frac{dT_g}{dr} - \frac{\alpha}{\varepsilon} (T_g - T_s) + Q_0 \rho_g k \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{RT_g} \right) = 0, \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(D \rho_g r \frac{d\eta}{dr} \right) - A \frac{R_1}{r} \frac{d\eta}{dr} - k \rho_g \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{RT_g} \right) = 0. \quad (11)$$

В реальном горелочном устройстве [23] внешняя поверхность каркаса прогревается до высоких температур и начинает излучать, чем обеспечивается обмен теплом с теплообменником. Нагрев внешней поверхности ($r = R_2$) может быть связан как с хорошим теплообменом внутри пористого горелочного устройства, так и с теплообменом внешней поверхности пористого тела с газом (продуктами сгорания), который турбулизируется при выходе из рабочего тела, что обеспечивает высокое значение коэффициента внешнего теплообмена. С учетом сказанного граничные условия для системы (8), (10), (11) имеют вид:

$$r = R_1: \quad v_g \rho_g = A \quad (\text{или } p = p_0), \quad (12)$$

$$T_g = T_s = T_0, \quad \eta = 1;$$

$$r = R_2: \quad -\lambda_g \frac{dT_g}{dr} = \alpha_{e,g} (T_g - T_b),$$

$$-\lambda_s \frac{dT_s}{dr} = \alpha_{e,s} (T_s - T_b) + \varepsilon_0 \sigma (T_s^4 - T_b^4) = q_{conv} + q_{rad}, \quad (13)$$

$$\eta = \eta_b,$$

где T_0 — начальная температура; p_0 — начальное давление; T_b — температура газа на выходе из пористого тела (температура горения газа); $\alpha_{e,g}, \alpha_{e,s}$ — коэффициент теплообмена соответственно между газом в горелке и продуктами сгорания и между каркасом и продуктами сгорания ($\alpha_{e,s} \gg \alpha$); η_b — неизрасходованная доля реагента; ε_0 — показатель черноты; σ — постоянная Стефана — Больцмана; T_h — температура теплообменника; $q_{conv} = \alpha_{e,s}(T_s - T_b)$ — конвективный поток; $q_{rad} = \varepsilon_0 \sigma (T_s^4 - T_h^4)$ — поток теплового излучения каркаса. При $\alpha_{e,g} \rightarrow \infty$ имеем $T_g \rightarrow T_b$, что соответствует условию идеального теплового контакта между газом и продуктами сгорания. Это предположение справедливо даже при относительно невысоких температурах ($T_g > 600$ К). При $\alpha_{e,g} = 0$ приходим к традиционным моделям горения, в которых не учитывается взаимодействие с окружающей пористое тело газовой фазой (с продуктами горения).

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Задача решена численно. Дифференциальные уравнения, входящие в систему (8), (10)–(12), аппроксимированы разностными уравнениями; полученная система линейных алгебраических уравнений решалась методом прогонки с итерациями. Итерационный алгоритм осуществляли по следующей схеме: сначала находили распределение температуры и степени превращения (T_g^0, T_s^0, η^0) , используя «пробную» функцию тепловыделения $\varphi(T_g^0, \eta^0)$, затем — приближение (T_g^1, T_s^1, η^1) , рассчитывая функцию тепловыделения с помощью (T_g^1, η^1) . Алгоритм повторяли до тех пор, пока абсолютная ошибка двух приближений по температурам и концентрациям не становилась меньше

$$\varepsilon_i < 10^{-5} \quad (i = 1, 2, 3), \text{ где } \varepsilon_1 = \left| \frac{T_{g,j} - \check{T}_{g,j}}{\check{T}_{g,j}} \right|,$$

$$\varepsilon_2 = \left| \frac{T_{s,j} - \check{T}_{s,j}}{\check{T}_{s,j}} \right|, \quad \varepsilon_3 = \left| \frac{\eta_j - \check{\eta}_j}{\check{\eta}_j} \right|,$$

$j = \frac{m}{4}, \frac{m}{3}, \frac{m}{2}, (m-1)$, m — число узлов.

Скорость сжигания газа определяли следующим образом. Предположим, что во фронте реакции, положение которого $r = r_f$ заранее не известно, выполняется условие непрерывности, что записывается так:

$$\left(\lambda_g \frac{dT_g}{dr} \right)_{r=r_f-0} - \left(\lambda_g \frac{dT_g}{dr} \right)_{r=r_f+0} = Q u_T, \quad (14)$$

где u_T — «скорость горения» или «скорость сжигания» газа, м/с; $Q = Q_0 \rho_g$, Дж/м³. Очевидно, что температура газа справа и слева от $r = r_f$ одинакова. Условно можно принять, что положение фронта реакции $r = r_f$ соответствует координате максимальной температуры или координате максимального тепловыделения в реакции. Массовая скорость сжигания газа, очевидно, получается умножением u_T на плотность газа.

В настоящей работе градиенты температуры слева ($r = r_f - 0$) и справа ($r = r_f + 0$) от максимума температуры определяются численным дифференцированием полученных численно же данных о распределении температуры вдоль радиуса горелки в газовой фазе или численным дифференцированием таблично заданной функции, что одно и то же. Если максимум температуры находится на внешней поверхности горелки, то градиент справа равен нулю.

Умножим уравнение теплопроводности для твердой фазы (8) на $(1 - \varepsilon)$, а уравнение теплопроводности для газа (10) на ε и просуммируем получившиеся уравнения. Тогда, вводя среднюю температуру, в модели сжигания газа в горелке, работающей в стационарном режиме, находим

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\lambda_{eff} r \frac{d\tilde{T}}{dr} \right) - \frac{\varepsilon c_g R_1 A}{r} \frac{d\tilde{T}}{dr} + \varepsilon Q_0 \rho_g k \eta^n \exp \left(-\frac{E_a}{R\tilde{T}} \right) = 0, \quad (15)$$

где $\lambda_{eff} = \lambda_g \varepsilon + \lambda_s (1 - \varepsilon)$. Подобное «осреднение» возможно при условии идеального (бесконечно большого) межфазного теплообмена, когда изменение профиля температуры в газе по любой причине мгновенно сказывается на изменении профиля температуры в твердой фазе.

Положим, что реакция протекает в бесконечно узкой зоне у внешней поверхности горелки, так что химическим тепловыделением в (15) можно пренебречь, но вместо этого принять, что температура внешней поверхности равна температуре продуктов горения. Тогда вместо уравнения (15) получим

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\lambda_{eff} r \frac{d\tilde{T}}{dr} \right) - \frac{B}{r} \frac{d\tilde{T}}{dr} = 0, \quad B = \varepsilon c_g R_1 A,$$

или

$$\frac{d}{dr}(\lambda_{eff} u) - \frac{B}{r} u = 0, \quad u = \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) r.$$

Интегрируя, находим

$$u = C_1 r^{B/\lambda_{eff}},$$

$$\tilde{T} = \frac{\lambda_{eff} C_1}{B} r^{B/\lambda_{eff}} + C_2.$$

Определяя постоянные интегрирования из граничных условий, стационарное распределение температуры запишем в виде:

$$\tilde{T} = T_b - \frac{T_b - T_0}{R_2^{B/\lambda_{eff}} - R_1^{B/\lambda_{eff}}} \times \\ \times \left[R_2^{B/\lambda_{eff}} - r^{B/\lambda_{eff}} \right]. \quad (16)$$

Распределение температуры зависит от геометрических размеров пористого тела и от обобщенного параметра

$$\frac{B}{\lambda_{eff}} = \frac{\varepsilon c_g R_1 \rho_{g,1} v_g}{\varepsilon \lambda_g + (1 - \varepsilon) \lambda_s}.$$

Обобщенный параметр увеличивается при возрастании скорости газа и увеличении эффективного коэффициента теплопроводности. Распределение температуры, рассчитанное по формуле (16), показано на рис. 2. При низкой скорости газа (кривая 1 на рис. 2,а) и высокой теплопроводности каркаса (кривая б на рис. 2,б) профиль температуры в предельном случае идеального межфазного теплообмена практически линеен.

Такое простое решение возможно только при условии, что теплофизические свойства не зависят от температуры и коэффициент внутреннего теплообмена $\alpha \rightarrow \infty$.

Очевидно, что в процессе установления стационарного режима вследствие диффузии и теплопроводности нестационарные профили с первоначально узкими зонами прогрева и изменения концентрации должны стремиться к стационарным профилям, которые находятся из решения стационарной задачи.

В общем случае численно исследована модель (8), (10), (11) с условиями (12), (13). Для решения системы трех дифференциальных уравнений второго порядка имеем шесть граничных условий.

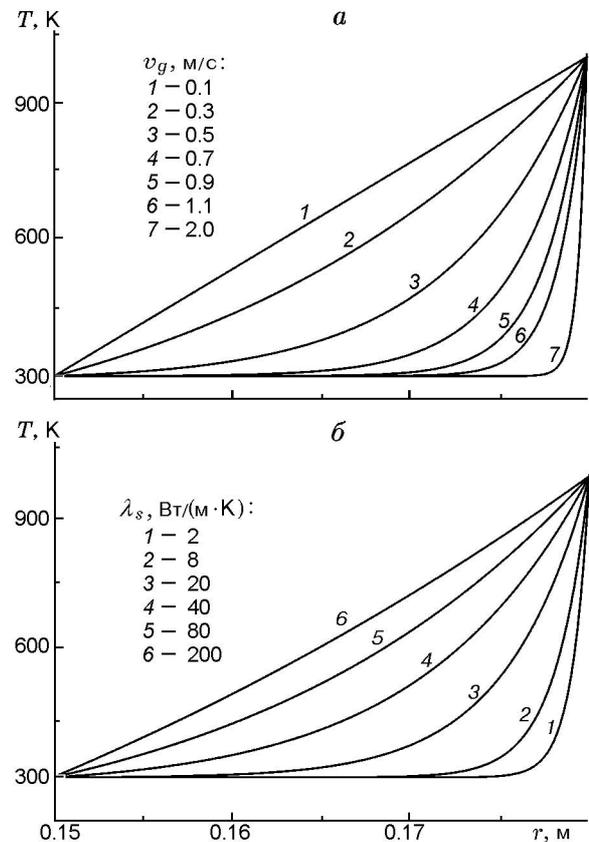


Рис. 2. Расчетная зависимость температуры от пространственной координаты, построенная по формуле (16):

$T_g(R_2) = T_b = 1000$ К, $R_1 = 0.15$ м, $R_2 = 0.18$ м, $\varepsilon = 0.6$; а — $\lambda_s = 8$ Вт/(м·К), б — $v_g = 1$ м/с

При явном выделении зоны реакции могут потребоваться дополнительные граничные условия [18]. В настоящей работе такие варианты модели не анализировались.

При переходе от двухтемпературной к однотемпературной модели с распределенным источником результаты расчетов совпадали с результатами, представленными в [24].

Отклонение результатов, полученных методами правой и левой прогонок, составляет менее 1 %.

Принимая, что твердый каркас изготовлен из $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe} + \text{Cr}$ (Al_2O_3 — 55 %, Fe + Cr — 45 %), а газ представляет собой смесь метана с воздухом (CH_4 — 10 %, воздух — 90 %), в соответствии с данными [25–27] имеем: $c_s = 1250$ Дж/(кг·К), $\rho_s = 3750$ кг/м³, $\rho_{g,1} = 0.717$ кг/м³, $\lambda_s = 8$ Вт/(м·К), $E_a = 129000$ Дж/моль, $Q = 55.05 \cdot 10^6$ Дж/м³, $R_1 = 0.15$ м, $R_2 = 0.18$ м, $k = 5.6 \cdot 10^{-9}$ с, $T_0 = 300$ К,

$T_h = 400$ К; $v_g = 0.05 \div 1$ м/с, $\varepsilon_0 = 0.7$, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-12}$ Вт/(см²·К⁴), $\alpha = 82.1 \div 10^4$ Вт/(м²·К).

В расчетах учитываются зависимости теплоемкости, теплопроводности и коэффициента диффузии газа от температуры:

$$c_g(T) = b_1 + b_2 T_g + b_3 T_g^2 + b_4 T_g^3,$$

$$\lambda_g(T_g) = \lambda_0 \frac{237 + C_1}{T_g + C_1} \left(\frac{T_g}{273} \right)^{3/2},$$

$$D = D_0 \left(\frac{T_g}{273} \right)^a \exp \left(- \frac{S}{T_g} \right),$$

где $b_1 = 17.46$ Дж/(кг·К²), $b_2 = 60.5 \cdot 10^{-3}$, $b_3 = 1.1 \cdot 10^{-6}$, $b_4 = 7.2 \cdot 10^{-9}$, $C_1 = 198$ К, $D_0 = 0.186 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $a = 1.747$, $S = 44.2$ К, $\lambda_0 = 0.0334$ Вт/(м·К) [28].

Заметим, что размеры пористого тела в [23] соответствуют неравенству

$$\frac{R_2 - R_1}{R_2} \ll 1.$$

Исходя из этого, можно принять $v_g \approx \text{const}$ и использовать последнее для упрощения расчетов в соответствующей области изменения параметров модели. В общем случае такое приближение, разумеется, не имеет места.

Это же условие приводит к тому, что в рамках данной модели вследствие сильного влияния граничных условий на распределения температуры в газе и в твердом каркасе далеко не всегда можно говорить о локализации зоны реакции внутри пористого тела, что существенно отличает настоящую работу от [18].

ТЕРМИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ

Для оценки термических напряжений в первом приближении воспользуемся известным аналитическим решением задачи термоупругости о нахождении поля напряжений в длинном цилиндре, свободном от действия внешних сил, в котором задано распределение температуры [29].

В соответствии с представленной выше моделью сжигания газа, температура каркаса не зависит от осевой координаты и угла θ . В цилиндре имеется концентрическое (круглое) отверстие. Тогда в цилиндрической системе

координат компоненты тензора напряжения σ_r , σ_θ , σ_z (см. рис. 1) отличны от нуля. Все три деформации сдвига и касательные напряжения равны нулю в силу симметрии относительно оси и постоянства условий в осевом направлении. Отличные от нуля компоненты тензора напряжений и деформаций связаны друг с другом и с температурой:

$$\varepsilon_r = 3\alpha_T(T_s - T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)),$$

$$\varepsilon_\theta = 3\alpha_T(T_s - T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)), \quad (17)$$

$$\varepsilon_z = 3\alpha_T(T_s - T_0) + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)),$$

где σ_r , σ_θ , σ_z — радиальная, тангенциальная и осевая компоненты тензора напряжений; ε_r , ε_θ , ε_z — радиальная, тангенциальная и осевая компоненты тензора деформации; E — эффективный модуль упругости, Па; ν — эффективный коэффициент Пуассона; α_T — эффективный коэффициент линейного теплового расширения, К⁻¹. Эти характеристики, очевидно, зависят от пористости ε [30].

Решение задачи о равновесии полого цилиндра при заданном распределении температуры имеет вид:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu} \frac{3\alpha_T}{r^2} \left(\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} (T_s - T_0) x dx - \int_{R_1}^r (T_s - T_0) x dx \right),$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu} \frac{3\alpha_T}{r^2} \left(\frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} (T_s - T_0) x dx + \int_{R_1}^r (T_s - T_0) x dx - (T_s - T_0) r^2 \right), \quad (18)$$

$$\sigma_z = \frac{3\alpha_T E}{1-\nu} \left(\frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \times \int_{R_1}^{R_2} (T_s - T_0) x dx - (T_s - T_0) \right).$$

Эти формулы дают максимально возможные термические напряжения в горелочном устройстве, работающем в стационарном режиме.

Возникающие внутри горелочного устройства напряжения и деформации, кроме температуры, зависят от давления газа в порах. В соответствии с [31] оценить характер влияния давления газа можно, обобщая задачу термоупругости, а точнее, заменяя в них $3\alpha_T(T_s - T_0)$ функцией

$$w = 3[\alpha_T(T_s - T_0) - \gamma_T(p - p_0)],$$

где γ_T — коэффициент термического увеличения давления или коэффициент сжатия.

С этим согласуются и представления, развитые в [32, 33]: для упругих компонент тензора напряжений (линейно связанных с деформациями) справедливы соотношения

$$d\sigma_{ij} = 2\mu d\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}[\lambda d\varepsilon_{kk} - K dw],$$

$$dw = 3(\alpha_T dT - \gamma_T dp),$$

где μ , λ — коэффициенты Ламе, δ_{ij} — символ Кронекера, K — изотермический модуль всестороннего сжатия, $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$. В линейной теории имеем

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)},$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

С учетом давления формулы для расчета компонент тензора деформаций (17) преобразуются к виду:

$$\varepsilon_r = w + \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)),$$

$$\varepsilon_\theta = w + \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)),$$

$$\varepsilon_z = w + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)).$$

Аналогичную замену нужно сделать в формулах (18).

Примем, что керамический каркас имеет следующие механические характеристики [30]: $E = 70$ ГПа, $\nu = 0.31$, $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-6}$ К $^{-1}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве примера на рис. 3 представлены пространственные распределения температуры газа и концентрации реагента вдоль радиуса горелки при различных скоростях подачи газа. При малых скоростях v_g область изменения концентраций значительно проникает в глубь горелки (рис. 3, б, кривые 1, 2), а при увеличении скорости v_g зона изменения концентрации реагента и зона реакции за счет конвекции «сдуваются» к внешней поверхности (рис. 3, б, кривая 4). Распределение тепловыделения в химической реакции показано отдельно на рис. 3, а: очевидно, что на кривой име-

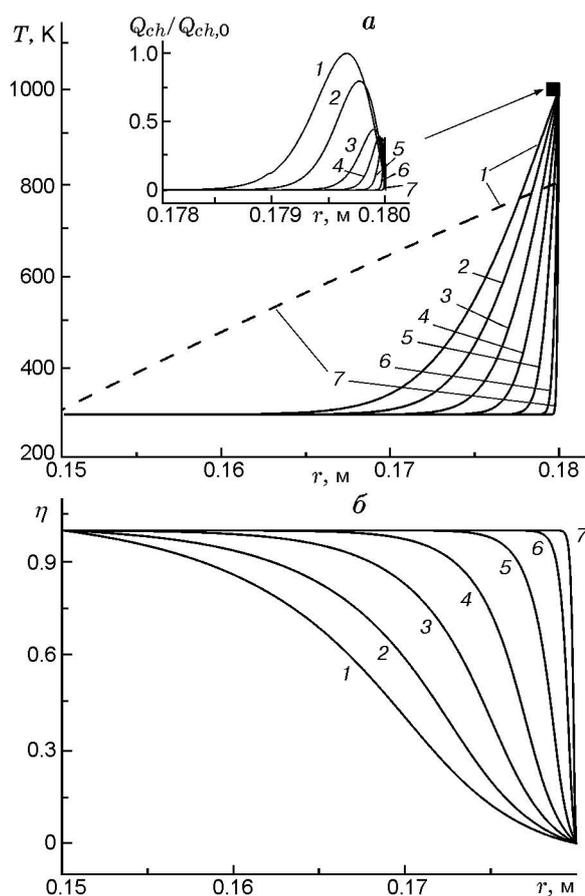


Рис. 3. Распределение температуры газа (сплошные кривые), каркаса (штриховая) (а) и концентрации реагента (б):

$p_0 = 1.03$ атм, $T_b = 1000$ К, $\eta_b = 0$, $\varepsilon = 0.6$, $\alpha = 10$ Вт/(м 2 ·К), $\alpha_{e,s} = 200$ Вт/(м 2 ·К), v_g , м/с: 1 — 0.015, 2 — 0.02, 3 — 0.03, 4 — 0.05, 5 — 0.1, 6 — 0.3, 7 — 1; Q_{ch} — тепловыделение вследствие химической реакции, $Q_{ch,0}$ — тепловыделение вследствие химической реакции при $v_g = 0.015$ м/с

ется максимум, который с уменьшением скорости подачи газа отодвигается от поверхности горелки. В последнем случае тепловыделение от химической реакции локализуется в узкой приповерхностной зоне горелки и в силу плохой теплопроводности газа тепло от реакции не успевает проникнуть во внутреннюю область.

В соответствии с представленными уравнениями давление газа в области, где отсутствует химическая реакция, незначительно уменьшается с увеличением координаты r ; затем там, где происходит химическая реакция, давление возрастает (на рисунке не показано). Распределение температуры в твердом каркасе вследствие его высокой теплопроводности устанавливается практически таким, какое следует из точного аналитического решения задачи теплопроводности для бесконечного цилиндра с заданными температурами на внешней и внутренней поверхностях (16). От скорости подачи реагента при данном наборе параметров температура каркаса не зависит, что связано с низким коэффициентом межфазного теплообмена (чего нельзя сказать о распределении температуры в газовой фазе).

При варьировании параметров модели в широкой области изменения обнаруживается, что распределения температуры газа и концентрации реагента могут иметь вид, совершенно отличный от представленных на этих рисунках. Зона реакции может проникать в глубь горелки, так что реакция завершается на некотором расстоянии от ее внешней поверхности. Это приводит к температурным и концентрационным профилям, типичным для задач фильтрационного горения. Более того, в некоторой области изменения параметров модели, как и в [18], можно говорить о наличии двух стационарных решений: первое соответствует локализации зоны реакции внутри горелки, второе — на поверхности (рис. 4, а). Вследствие низкого межфазного теплообмена температура каркаса, соответствующая различным положениям зоны реакции, одинакова (штриховая кривая на этом рисунке). Таким образом, при варьировании расхода газа на входе в пористое тело мы можем выделить (рис. 4, б) области, где существует единственное решение, два решения и где нет стационарных решений. Так как изучение режимов превращения в широкой области изменения параметров модели не входило в задачи данной работы, иные возможные структуры зоны реакции не представлены.

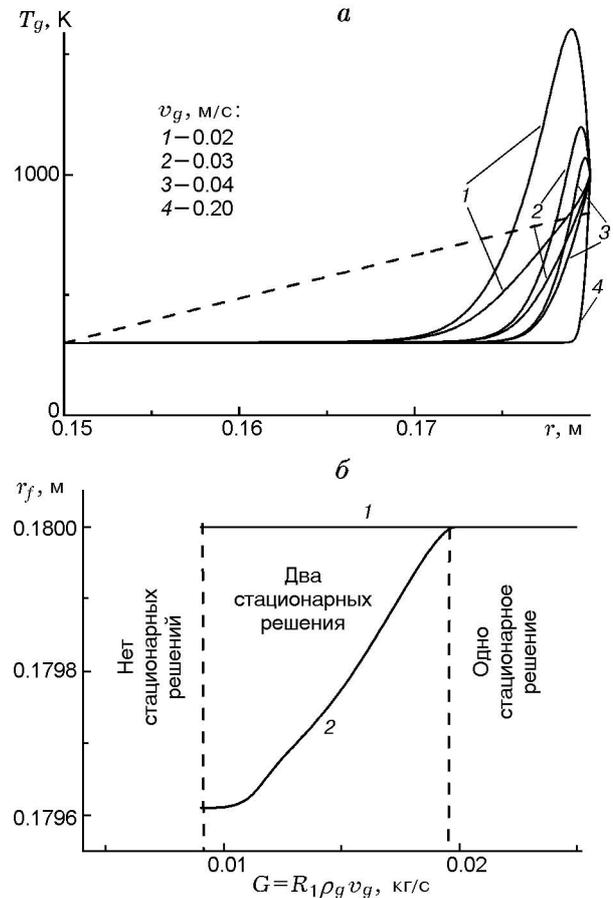


Рис. 4. Распределение температуры газа (сплошные кривые) и каркаса (штриховая) в горелке (а) и диаграмма «координата реакции — расход газа на входе» (б):

$c_s = 1250$ Дж/(кг·К), $\rho_s = 3750$ кг/м³, $\lambda_s = 8$ Вт/(м·К), $\lambda_g = 0.08$ Вт/(м·К) = const, $\varepsilon = 0.6$, $\alpha_{eff} = 200$ Вт/(м²·К)

На рис. 5 приведена зависимость скорости сжигания газа, рассчитанная в соответствии с критерием (14), от скорости подачи газа при варьировании внутреннего и внешнего радиусов горелки. При увеличении скорости подачи газа растет и скорость горения, что связано, очевидно, с увеличением градиента температуры в зоне реакции.

Распределения компонент тензора напряжений, отличных от нуля, вдоль пространственной координаты при изменении внешнего радиуса горелки и условий на внешней поверхности горелки представлены на рис. 6. Как видно из рисунка, напряжения являются сжимающими на внутренней поверхности и растягивающими — на внешней, что при длительной

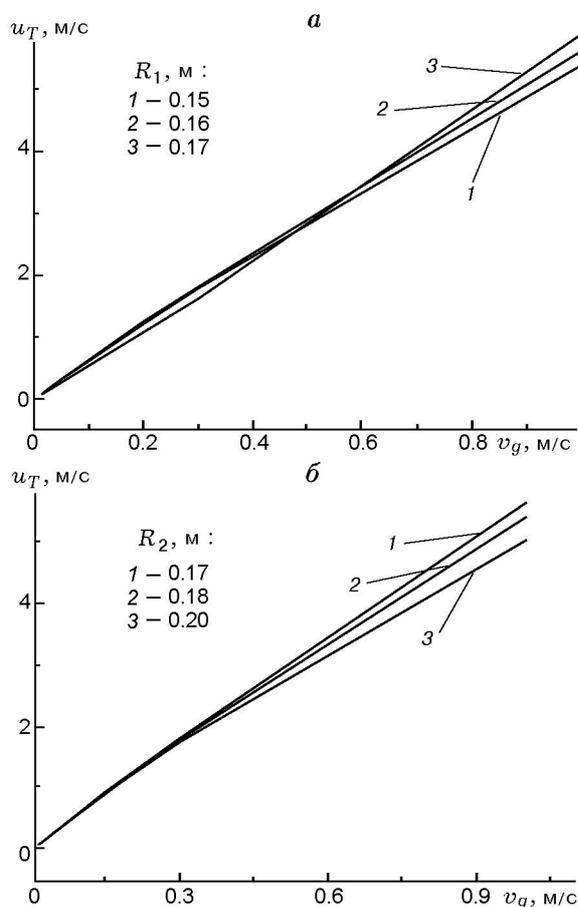


Рис. 5. Зависимость скорости горения от скорости подачи газа при $T_b = 1000$ К, $\eta_b = 0$, $\alpha = 10$ Вт/(м²·К), $\alpha_{e,s} = 200$ Вт/(м²·К), $\varepsilon = 0.6$

работе горелки может привести к появлению трещин на ее внешней поверхности. В оценках использованы приведенные выше свойства оксида алюминия. В общем случае параметры E , ν , α_T зависят от пористости [30], что необходимо учитывать в оценках. Численное исследование показывает, что в этом случае напряжения в твердом каркасе возрастают. Замечено, что уменьшение R_2 приводит к понижению напряжений в системе, что связано со снижением как температуры поверхности, так и температуры всего каркаса в целом (кривые 1 и 7).

Расчеты показывают, что увеличение внешнего радиуса горелки приводит не только к росту напряжений, но и к увеличению деформации в системе (рис. 7), что является следствием теплового расширения каркаса в результате повышения температуры его поверхности. Радиальные деформации растут вдоль

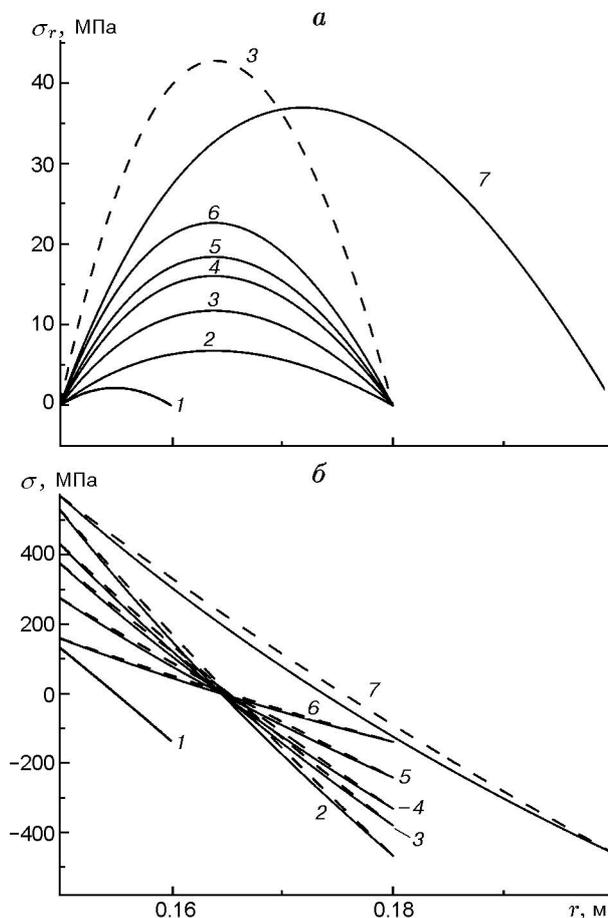


Рис. 6. Распределение радиальных (а), тангенциальных (б, сплошные кривые) и осевых (б, штриховые кривые) компонент тензора напряжений вдоль радиуса горелки:

$T_b = 1000$ К, $p_0 = 1.03$ атм, $\varepsilon = 0.6$, $\eta_b = 0$, $\alpha = 100$ Вт/(м²·К), $v_g = 0.1$ м/с, $R_1 = 15$ см, $\gamma_T = 0$ (на рисунке а для штриховой кривой 3 $\gamma_T = 10$ Па⁻¹); 1 — $R_2 = 16$ см, $\alpha_{e,s} = 160$ Вт/(м²·К); 2 — $R_2 = 18$ см, $\alpha_{e,s} = 50$ Вт/(м²·К); 3 — $R_2 = 18$ см, $\alpha_{e,s} = 100$ Вт/(м²·К); 4 — $R_2 = 18$ см, $\alpha_{e,s} = 150$ Вт/(м²·К); 5 — $R_2 = 18$ см, $\alpha_{e,s} = 200$ Вт/(м²·К); 6 — $R_2 = 18$ см, $\alpha_{e,s} = 300$ Вт/(м²·К); 7 — $R_2 = 20$ см, $\alpha_{e,s} = 160$ Вт/(м²·К)

радиуса горелки (рис. 7, а) и достигают своего максимального значения на ее поверхности. Тепловое расширение каркаса и термические напряжения не влияют на осевые компоненты тензора деформации ε_z , их значения не меняются вдоль осевого направления. Тангенциальные компоненты тензора деформаций (рис. 7, б) уменьшаются в средней части горелки и растут на ее внешней и внутренней поверхностях, их изменение связано с увеличением напряже-

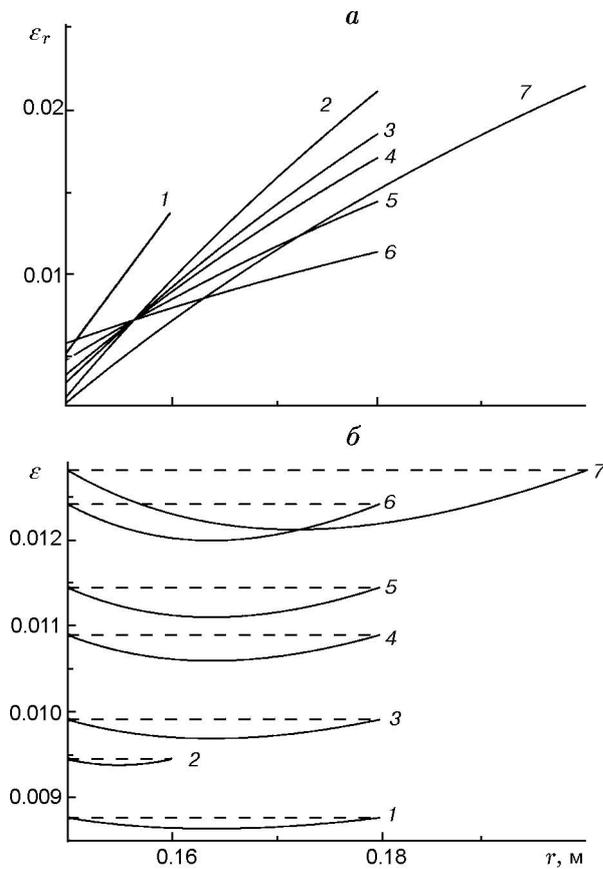


Рис. 7. Распределение радиальных (а), тангенциальных (б, сплошные кривые) и осевых (б, штриховые кривые) компонент тензора деформации вдоль радиуса горелки:

- $T_b = 1000 \text{ K}$, $p_0 = 1.03 \text{ атм}$, $\varepsilon = 0.6$, $\eta_b = 0$,
 $\alpha = 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $v_g = 0.1 \text{ м}/\text{с}$, $R_1 = 15 \text{ см}$;
 1 — $R_2 = 16 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 160 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 2 — $R_2 = 18 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 3 — $R_2 = 18 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 4 — $R_2 = 18 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 150 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 5 — $R_2 = 18 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 200 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 6 — $R_2 = 18 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 300 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$;
 7 — $R_2 = 20 \text{ см}$, $\alpha_{e,s} = 160 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

ний на внешней и внутренней поверхностях горелки.

В значения напряжений вносит вклад и изменение давления газа в зоне реакции. При увеличении параметра γ_T происходит рост всех компонент тензора напряжения вследствие увеличения давления в порах каркаса. Это продемонстрировано на рис. 6, а и 7, а для радиальных напряжений и деформаций (сплошные и штриховые кривые 3).

На термические напряжения оказывают влияние и условия на внешней поверхности, и

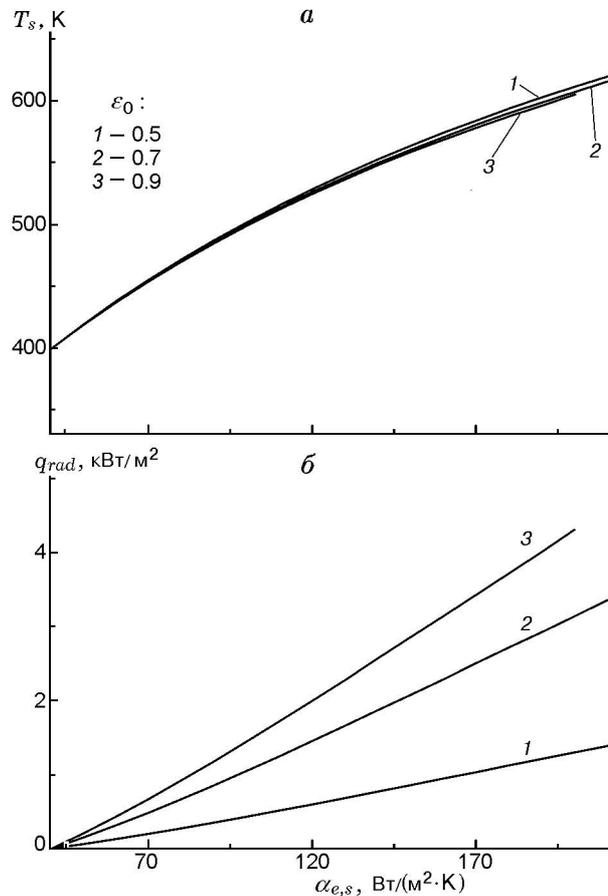


Рис. 8. Зависимость температуры поверхности каркаса и радиационного теплового потока от коэффициента внешнего теплообмена при $T_b = 1000 \text{ K}$, $p_0 = 1.03 \text{ атм}$, $\varepsilon = 0.6$, $\alpha = 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $\eta_b = 0$, $v_g = 0.1 \text{ м}/\text{с}$, $R_1 = 15 \text{ см}$, $R_2 = 18 \text{ см}$

ее свойства. Коэффициент внешнего теплообмена зависит от многих факторов, которые не всегда удается учесть: от характера движения газа (т. е. от значения и направления скорости среды, от распределения скоростей в потоке), от режима движения газа (ламинарного либо турбулентного), от формы и размеров тела, от степени шероховатости поверхности, от температур поверхностей теплоотдающей или тепловоспринимающей среды. Так, увеличение $\alpha_{e,s}$ вызывает рост градиента температуры в окрестности внешней поверхности каркаса, вследствие чего, очевидно, увеличиваются значения всех компонент тензора напряжений. Рост температуры поверхности каркаса и термических напряжений при увеличении коэффициента внешнего теплообмена приводит к

увеличению деформаций в системе рис. 7 (кривые 2–6).

Характер влияния коэффициента внешнего теплообмена на температуру внешней поверхности и величину радиационного потока тепла показан на рис. 8.

Увеличение температуры внешней поверхности каркаса вызывает и рост его теплового излучения (рис. 7, б). Изменить поток тепла излучением можно за счет изменения свойств поверхности. Известно, что степень черноты зависит от свойств поверхности каркаса и является некоторой функцией температуры его (каркаса) поверхности. В расчетах обнаружено, что увеличение ε_0 практически не влияет на температуру поверхности каркаса (рис. 8, а), но заметно увеличивает поток теплового излучения каркаса (рис. 8, б).

Так как увеличение v_g , $\alpha_{e,s}$ и варьирование геометрических размеров горелки приводит как к росту радиационного потока тепла, так и к повышению напряжений, то на практике возникает необходимость выбора оптимальных рабочих параметров горелки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена двухтемпературная модель фильтрационного сжигания газа в пористой горелке. Показано, что распределение температуры в пористом каркасе горелки, работающей в стационарном режиме, существенно отличается от распределения температуры в стационарной волне фильтрационного горения. Интенсивность внутреннего и внешнего конвективного теплообмена оказывает существенное влияние на скорость сжигания газа, температуры поверхности твердого каркаса и радиационного потока. Даны оценки напряжений и деформаций, возникающих вследствие теплового расширения каркаса и влияния давления газа. Их высокие значения и зависимость от геометрических и технологических параметров приводят к необходимости формулировки и исследования задачи оптимизации режима работы горелочного устройства.

Авторы благодарят В. С. Бабкина, обратившего наше внимание на существующие проблемы в области фильтрационного горения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лаевский Ю. М., Бабкин В. С.** Фильтрационное горение // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю. Ш. Матроса. Новосибирск: Наука, 1988. С. 108–145.
2. **Laevsky Yu. M., Babkin V. S.** On theory of travelling hybrid wave // *Combust. Sci. Technol.* 2001. V. 164, N 1. P. 129–144.
3. **Какуткина Н. А.** Некоторые аспекты устойчивости горения газа в пористых средах // *Физика горения и взрыва*. 2005. Т. 41, № 4. С. 39–49.
4. **Коржавин А. А., Бунев В. А., Бабкин В. С., Клименко А. С.** Эффекты селективной диффузии при распространении и гашении пламени в пористой среде // *Физика горения и взрыва*. 2005. Т. 41, № 4. С. 50–59.
5. **Минаев С. С., Бабкин В. С.** Распространение пламени в канале переменного сечения при фильтрации газа // *Физика горения и взрыва*. 2001. Т. 37, № 1. С. 16–24.
6. **Дробышев В. И.** Математическая модель и алгоритм для анализа сферических гибридных волн горения // *Сиб. журн. индустриал. математики*. 2003. Т. 6, № 1. С. 12–15.
7. **Дробышев В. И., Яушева Л. В., Чумакова Н. А., Саженкова Е. В., Носков А. С.** Математическое моделирование реверс-процесса в многослойном каталитическом реакторе // *Сиб. журн. индустриал. математики*. 2005. Т. 8, № 3. С. 48–57.
8. **Oliveira A. A. M., Kaviany M.** Nonequilibrium in the transport of heat and reactants in combustion in porous media // *Progress in Energy and Combust. Sci.* 2001. V. 27, N 5. P. 523–545.
9. **Martynenko V. V., Echingo R., Yoshida R.** Mathematical model of self-sustaining combustion inert porous medium with phase change under complex heat transfer // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1998. V. 41, N 1. P. 117–226.
10. **Henneke M. R., Ellzey J. L.** Modeling of filtration combustion in a packed bed // *Combust. Flame*. 1999. V. 117, N 4. P. 832–840.
11. **Barra A. J., Diepvens G., Ellzey J. L., Henneke M. R.** Numerical study of the effects of material properties on flame stabilization in a porous burner // *Combust. Flame*. 2003. V. 134, N 4. P. 369–379.
12. **Trimis D., Durst F., Pickencker O., Pickencker K.** Porous medium combustion versus combustion systems with free flames // *Advances in Heat Transfer Enhancement and Energy Conservation [C]*. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998. P. 339–345.
13. **Бабкин В. С., Бунев В. А., Какуткина Н. А., Лаевский Ю. М., Намятов И. Г.** Проблема реверс-процесса с газофазной реакцией окисления метана // *Горение и плазмохимия*. 2003. Т. 1, № 4. С. 357–370.
14. **Akkutlu I. Y., Yortsos Y. C.** The dynamics of in-situ combustion fronts in porous media // *Combust. Flame*. 2003. V. 134, N 3. P. 229–247.

15. Barra A. J., Ellzey J. L. Heat recirculation and heat transfer in porous burners // *Combust. Flame*. 2003. V. 137, N 1–2. P. 230–241.
16. Brenner G., Pickenacker K., Pickenacker O., Trimis D., Wawrzinek K., Weber T. Numerical and experimental investigation of matrix-stabilized methane/air combustion in porous inert media // *Combust. Flame*. 2000. V. 123, N 1–2. P. 201–213.
17. Chung-jen Tseng. Effects of hydrogen addition on methane combustion in a porous medium burner // *Intern. J. of Hydrogen Energy*. 2002. V. 27, N 6. P. 699–707.
18. Zhdanok S. A., Dobrego K. V., Futko S. I. Flame localization inside axis symmetric cylindrical and spherical porous media burners // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 1998. V. 41, N 22. P. 3647–3655.
19. Katsunori Hanamura, Kiyoshi Bohda, Yukio Miyairi. A study of super-adiabatic combustion engine // *Energy Conversion and Management*. 1997. V. 38, N 10–13. P. 1259–1266.
20. Dobrego K. V., Kozlov I. M., Bubnovich V. I., Rosas C. E. Dynamics of filtration combustion front perturbation in the tubular porous media burner // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2003. V. 46, N 17. P. 3279–3289.
21. Peters W., Schröder E., Bruch C. Measurements and particle resolved modeling of the thermo- and fluid dynamics of a packed bed // *J. Anal. Appl. Pyrolysis*. 2003. V. 70, N 2. P. 211–231.
22. Shkadinsky K. G., Shkadinskaya G. V., Matkowsky B. J. Filtration combustion in moving media: One and two reaction zone structures // *Combust. Flame*. 1997. V. 110, N 4. P. 441–461.
23. Кирдяшкин А.И., Максимов Ю. М. Инфракрасная горелка на основе пористой керамики // *Энергосбережение и энергоэффек-*
тивность: Материалы докл. VIII междунар. выставки-конгресса. Томск, 2005. С. 24–25.
24. Князева А. Г., Немытов В. П. Численное исследование режимов горения газа в пористой цилиндрической горелке с низкой теплопроводностью каркаса // *Изв. ТПУ*. 2006. Т. 309, № 3. С. 126–130.
25. **Физические** величины: Справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др. / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
26. Иссерлин А. С. Основы сжигания газового топлива: Справочное пособие. Л.: Недра, 1987.
27. Ксандопуло Г. И. Химия пламени. М.: Химия, 1980.
28. Загорученко В. А., Журавлев А. М. Теплофизические свойства газообразного и жидкого метана. М.: Изд-во стандартов, 1969.
29. Тимошенко С. П., Гудер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
30. Кульков С. Н., Буяков С. П., Масловский В. И. Структура, фазовый состав и механические свойства керамик на основе диоксида циркония // *Вест. Томск. гос. ун-та*. 2003. № 13. С. 34–57.
31. Никитенко Н. И. Сопряженные и обратные задачи тепломассопереноса. Киев: Наук. думка, 1988.
32. Седов Л. И. Механика сплошных сред. М.: Наука, 1976. Т. 2.
33. Князева А. Г. Введение в локально-равновесную термодинамику физико-химических превращений в деформируемых средах. Томск, 1996.

*Поступила в редакцию 3/X 2007 г.,
в окончательном варианте — 14/IV 2008 г.*