

УДК 531.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТАЛЕЙ С УЧЕТОМ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОЛОС ЛЮДЕРСА

Р. Р. Балохонов<sup>\*,\*\*</sup>, В. А. Романова<sup>\*,\*\*</sup>

\* Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634021 Томск

\*\* Томский государственный университет, 634050 Томск

E-mails: rusy@ispms.tsc.ru, varvara@ispms.tsc.ru

Предложена термомеханическая модель, основанная на физических представлениях о движении континуума дислокаций, а также модель зарождения и распространения пластических сдвигов для описания “медленных” течений типа полос Людерса. Проведены двумерные расчеты распространения полос Людерса при различных скоростях и температурах деформирования образца из стали марки HSLA-65 при сжатии. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** численное моделирование, полосы Людерса, релаксационное определяющее уравнение, скоростная и температурная чувствительность.

**Введение.** Построение физико-механических моделей однородной деформации, позволяющих описывать механическое поведение металлов и сплавов при различных скоростях и температурах, является важной задачей современной механики. С физической точки зрения необходимо также развивать подходы, позволяющие моделировать неоднородные течения. Примером существенно неоднородного деформирования является процесс распространения полос локализованной пластической деформации типа полос Чернова — Людерса. В экспериментах обычно наблюдается полоса Людерса в виде макроскопической зоны локализованной пластической деформации, которая формируется вблизи базового макроскопического концентратора напряжений (как правило, вблизи захвата испытательной машины) и распространяется через весь образец с определенной скоростью, характерной для данной марки стали.

Целью работы является построение комбинированной модели механического поведения металлов, включающей релаксационное уравнение с учетом скоростной и температурной чувствительности и описывающей зарождение и распространение полос локализованной пластической деформации.

**Общая система уравнений, начальные и граничные условия.** Для описания деформации материалов будем использовать систему уравнений, включающую законы сохранения массы, количества движения, соотношения для деформаций и определяющие уравнения, характеризующие среду. Механическое поведение исследуемой марки стали моделируется в постановке плоского деформированного состояния. Численное решение строится в переменных Лагранжа методом конечных разностей [1, 2].

В случае плоской деформации ненулевыми являются следующие компоненты тензора скорости деформации:

$$\dot{\epsilon}_{11} = \dot{u}_{1,1}, \quad \dot{\epsilon}_{22} = \dot{u}_{2,2}, \quad \dot{\epsilon}_{12} = (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1})/2$$

( $u_1, u_2$  — компоненты вектора перемещений; точка обозначает производную по времени, запятая в нижнем индексе — производную по координате).

Запишем законы сохранения количества движения в виде

$$\sigma_{11,1} + \sigma_{21,2} = \rho \ddot{u}_1, \quad \sigma_{12,1} + \sigma_{22,2} = \rho \ddot{u}_2.$$

Из уравнения неразрывности следует

$$\dot{V}/V = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}.$$

Здесь  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $V$  — удельный объем;  $\rho$  — плотность.

С учетом разложения тензора напряжений на шаровую и девиаторную составляющие:  $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}$ , тензора скоростей полных деформаций — на упругую и пластическую составляющие:  $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p$ , а также с учетом гипотезы о пластической несжимаемости ( $\dot{\epsilon}_{kk}^p = 0$ ) для давления и компонент тензора девиатора напряжений получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -K\dot{\epsilon}_{kk}, \\ \dot{S}_{11} &= 2\mu\left(\dot{\epsilon}_{11} - \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V} - \dot{\epsilon}_{11}^p\right), \quad \dot{S}_{22} = 2\mu\left(\dot{\epsilon}_{22} - \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V} - \dot{\epsilon}_{22}^p\right), \\ \dot{S}_{12} &= 2\mu(\dot{\epsilon}_{12} - \dot{\epsilon}_{12}^p), \quad \dot{S}_{33} = -(\dot{S}_{11} + \dot{S}_{22}). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $K, \mu$  — модули объемного сжатия и сдвига;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера; по повторяющимся индексам проводится суммирование.

Рассмотрим область  $D(\mathbf{x}, t)$  с границей  $\Gamma(\mathbf{x}, t) = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$ , где  $\mathbf{x}$  — радиус-вектор;  $t$  — время (рис. 1). При  $t = 0$  начальные условия для любого  $\mathbf{x} \in D(\mathbf{x}, 0)$  имеют вид

$$\dot{u}_i(\mathbf{x}) = 0, \quad \sigma_{ij}(\mathbf{x}) = 0, \quad \rho(\mathbf{x}) = \rho^0(\mathbf{x}) \quad (i, j = 1, 2),$$

где  $\rho^0$  — начальная плотность.

В виде граничных условий задавались скорости на части поверхности  $\Gamma_1 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$  и напряжения на  $\Gamma_2$  (рис. 1). На левой и правой поверхностях моделируется одноосное

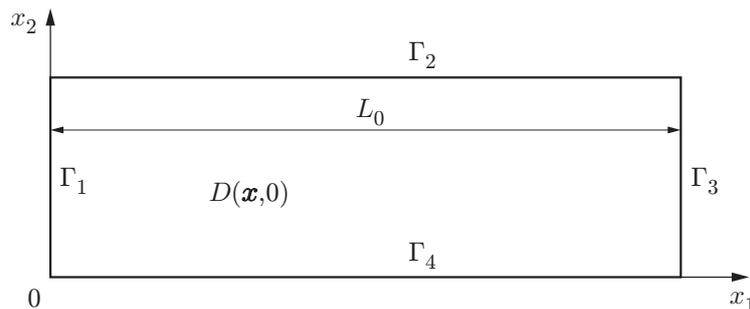


Рис. 1. Расчетная область (4 × 1 см), начальные и граничные условия

сжатие образца в направлении  $x$ , а на нижней и верхней — условия симметрии и свободной поверхности соответственно:

$$\begin{aligned} t \geq 0, \mathbf{x} \in \Gamma_1: & \quad \dot{u}_1(\mathbf{x}, t) = \text{const} = -v, \\ t \geq 0, \mathbf{x} \in \Gamma_3: & \quad \dot{u}_1(\mathbf{x}, t) = \text{const} = v, \\ t \geq 0, \mathbf{x} \in \Gamma_2: & \quad \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}_j = 0, \\ t \geq 0, \mathbf{x} \in \Gamma_4: & \quad \dot{u}_2(\mathbf{x}, t) = 0, \\ t \geq 0, \mathbf{x} \in \Gamma_1 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4: & \quad \sigma_{12}(\mathbf{x}, t) = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $v$  — скорость смещения ( $v > 0$  при внешнем растяжении,  $v < 0$  при внешнем сжатии);  $\mathbf{n}_j$  — нормаль к поверхности  $\Gamma_2$ .

**Релаксационное определяющее уравнение.** Используя закон течения  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} S_{ij}$ , связанный с условием пластичности  $f(\sigma_{\text{и}}, \sigma_0) = 0$ , где  $f$  — поверхность текучести;  $\sigma_0$  — предел упругости;  $\lambda$  — скалярный множитель, тождественно равный нулю в упругой области, можно получить выражения для компонент тензора скоростей пластических сдвигов в виде [3]

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p}{\sigma_{\text{и}}} S_{ij}. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{\text{и}}, \dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p$  — интенсивности напряжений и скоростей пластических деформаций:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{и}} &= (1/\sqrt{2}) \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)}, \\ \dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p &= (\sqrt{2}/3) \sqrt{(\dot{\varepsilon}_{11}^p - \dot{\varepsilon}_{22}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{22}^p - \dot{\varepsilon}_{33}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{33}^p - \dot{\varepsilon}_{11}^p)^2 + 6(\dot{\varepsilon}_{12}^{p2} + \dot{\varepsilon}_{23}^{p2} + \dot{\varepsilon}_{13}^{p2})}. \end{aligned}$$

С учетом (2) определяющие соотношения (1) принимают вид

$$\dot{S}_{ij} = 2\mu \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p}{\sigma_{\text{и}}} S_{ij} \right). \quad (3)$$

Для замыкания системы уравнений необходимо определить величину  $\dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p$  как функцию  $\varepsilon_{\text{и}}^p$  и  $\sigma_{\text{и}}$ .

**Термомеханическая модель.** Для описания реакции материала в широком диапазоне температур ( $T_0 = 77 \div 600$  К) и скоростей деформации ( $\dot{\varepsilon} = 0,1 \div 8000$  с<sup>-1</sup>) будем исходить из предположения о дислокационной природе пластического течения. Кинетические соотношения, основанные на движении дислокаций, широко используются для описания скорости пластической деформации [4–10]. Некоторые теоретические предположения по рассматриваемой проблеме приведены в [7]. Суть модели, предложенной авторами [7] для описания механического поведения стали марки HSLA-65 при одноосном сжатии до степеней деформации  $\varepsilon > 0,6$ , заключается в построении аппроксимационной зависимости напряжений от деформации с учетом температурной и скоростной чувствительности материала.

Следуя работе [7], обозначим через  $\dot{\gamma}^p$  и  $\tau(\dot{\gamma}^p)$  скорость пластической деформации и напряжение в одномерном случае. Величина  $\dot{\gamma}^p$  в [7] принимается в качестве параметра, варьирование которого позволяет строить кривые течения для различных скоростей нагружения. Текущее напряжение  $\tau$  разлагается на термически активируемую составляющую  $\tau_T$ , обусловленную дальнедействующими эффектами, и не зависящую от температуры составляющую  $\tau_a$ , обусловленную наличием близкодействующих барьеров, препятствующих движению дислокаций. Величина  $\tau_a$  не зависит от  $\dot{\gamma}^p$  и может зависеть от плотности дислокаций, размера зерен, формирования субструктур и т. д. Для указанной

марки стали авторы [7] выбрали степенной закон  $\tau_a(\gamma^p)$ . Используя выражение для энергии  $\Delta G$ , необходимой для преодоления барьеров посредством термической активации:

$$\Delta G = G_0[1 - (\tau_T/\tilde{\tau})^d]^q$$

и соотношение [7]

$$\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}_r \exp(-\Delta G/(kT)),$$

получаем

$$\tau = \tau_a + \tau_T = \tau_1(\gamma^p)^n + \tilde{\tau} \left[ 1 - \left( -\frac{kT}{G_0} \ln \frac{\dot{\gamma}^p}{\dot{\gamma}_r} \right)^{1/q} \right]^{1/d}, \quad (4)$$

где  $\tau_1 = 760$  МПа;  $n = 0,15$ ;  $\tilde{\tau} = 1450$  МПа — напряжение, при котором дислокации преодолевают барьер без термической активации;  $G_0 = 0,8$  эВ  $\approx 1,28 \cdot 10^{-19}$  Дж — энергия, достаточная для преодоления барьера только за счет термической активации;  $T$  — температура;  $q = 2$ ,  $d = 2/3$  для многих металлов [7];  $k$  — постоянная Больцмана;  $\dot{\gamma}_r$  — константа, пропорциональная плотности подвижных дислокаций.

Результаты проведенного в [7] расчета кривых течения  $\tau(\gamma^p, \dot{\gamma}^p, T)$  в широком диапазоне скоростей и температур деформирования хорошо согласуются с экспериментальными данными при деформациях  $\varepsilon = 0,1 \div 0,6$  (рис. 2). Однако при  $\varepsilon < 0,1$  погрешность расчетов значительно увеличивается, т. е. формула (4) приводит к завышенным значениям напряжений и неправильно описывает кривую течения (рис. 2). Это может быть обусловлено тем, что величина  $\dot{\gamma}_r = 4 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>, пропорциональная плотности подвижных дислокаций  $N^m$ , в модели [7] является константой, хотя, как известно, на начальных стадиях деформирования  $N^m$  меняется. Кроме того, экспериментальные кривые течения характеризуются наличием верхнего и нижнего пределов текучести (рис. 2), а также плато текучести, что, как правило, в случае сталей свидетельствует о зарождении и распространении полос локализованной пластической деформации типа полос Чернова — Людерса на начальных стадиях течения.

В рамках рассматриваемых задач необходимо с использованием формулы (4) построить обратную зависимость  $\dot{\gamma}^p(\gamma^p, \tau, T) \sim \dot{\varepsilon}_n^p(\varepsilon_n^p, \sigma_n, T)$ .

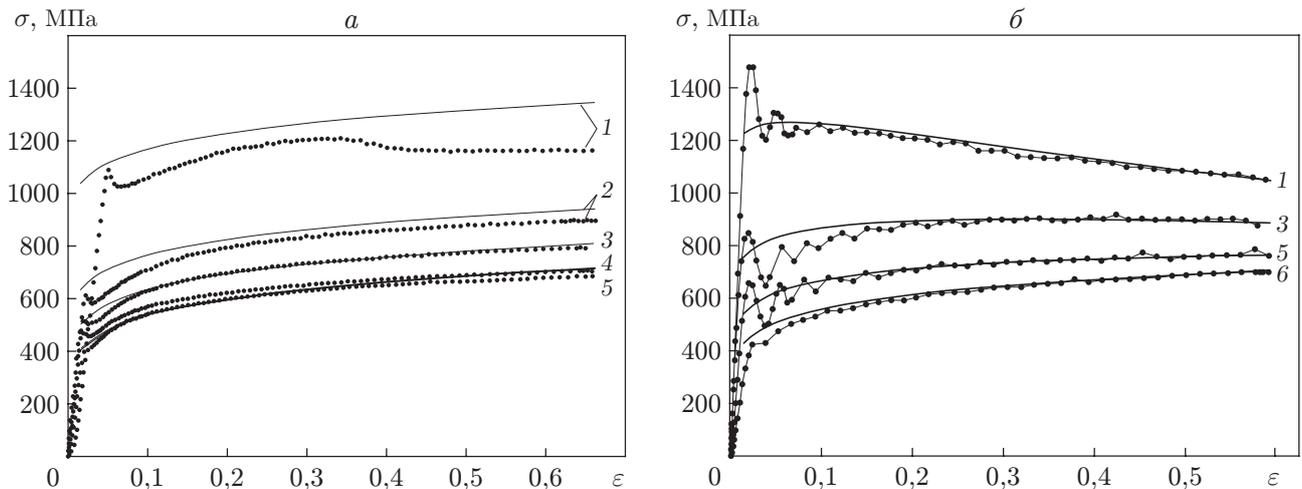


Рис. 2. Экспериментальные (точки) и рассчитанные по модели (4) (линии) зависимости напряжения от деформации для стали марки HSLA-65 [7]:  
 а —  $\dot{\varepsilon} = 0,1$  с<sup>-1</sup>; б —  $\dot{\varepsilon} = 3000$  с<sup>-1</sup>; 1 —  $T_0 = 77$  К; 2 —  $T_0 = 213$  К; 3 —  $T_0 = 296$  К;  
 4 —  $T_0 = 400$  К; 5 —  $T_0 = 500$  К; 6 —  $T_0 = 700$  К

Для учета эволюции дислокационного континуума введем долю подвижных дислокаций  $F(\varepsilon_{\text{и}}^p) = F^* + (1 - F^*) \exp(-B\varepsilon_{\text{и}}^p/(|g|b))$  [11, 12] таким образом, чтобы выполнялось равенство  $\dot{\gamma}_r = \dot{\gamma}_r^* F^*$ . Здесь  $|g| = 0,5$  — ориентационный множитель;  $b \simeq 3,3 \text{ \AA}$  — модуль вектора Бюргерса;  $B = 2/(d_0 N^0)$ ,  $F^* = N^0 d_0 / (N^* d_c)$  — константы, которые можно оценить, используя физические представления о длине свободного пробега дислокаций до моментов их закрепления на примесях [13], например, вблизи границ зерен. Для исследуемой марки стали  $N^* = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $N^0 = 10^9 \text{ см}^{-2}$  — предельная и начальная плотности дислокаций,  $d_0 = 15 \text{ мкм}$  [7] — средний размер зерна,  $d_c = 1 \text{ мкм}$  [12, 13] — средний диаметр дислокационных ячеек, формирующихся в процессе деформирования.

Выражая  $\dot{\gamma}^p$  из (4), заменяя  $\dot{\gamma}_r$  на  $\dot{\gamma}_r^* F(\varepsilon_{\text{и}}^p)$ , а также учитывая, что в случае многомерных течений  $\tau = \sigma_{\text{и}}$ ,  $\dot{\gamma}^p = \dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p$  [7], получаем

$$\dot{\varepsilon}_{\text{и}}^p = \dot{\gamma}_r^* F(\varepsilon_{\text{и}}^p) \exp \left\{ - \frac{G_0}{kT} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{\text{и}} - \tau_a(\varepsilon_{\text{и}}^p)}{\bar{\tau}} \right)^d \right]^q \right\}. \quad (5)$$

Здесь  $T = T_0 + \int_0^{\varepsilon_{\text{и}}^p} \frac{\beta}{\rho_0 C_V} \sigma_{\text{и}} d\varepsilon_{\text{и}}^p$ ;  $T_0$  — начальная температура;  $\beta \simeq 1$  (см., например, [7]);  $\rho_0 =$

$7,8 \text{ г/см}^3$  — плотность;  $C_V = 0,5 \text{ Дж/(г} \cdot \text{К)}$  — удельная теплоемкость. Для того чтобы различать упругую и пластическую деформации, вместо степенного закона [7] для  $\tau_a$  (см. (4)) при двумерном моделировании была выбрана функция  $\tau_a(\varepsilon_{\text{и}}^p) = 713 - 291 \exp(\varepsilon_{\text{и}}^p/0,21842)$ , где  $\tau_a(0) = \sigma_0$ ; величина  $\tau_a$  измеряется в мегапаскалях.

На рис. 3 приведены интегральные кривые течения для различных температур и скоростей деформирования, полученные в двумерных расчетах с использованием модифицированного соотношения (5) ( $\varepsilon = (L - L_0)/L_0$ ;  $L_0, L$  — начальная и текущая длина расчетной области). Напряжение вычислялось как осредненное по области  $D(\mathbf{x}, t)$  значение

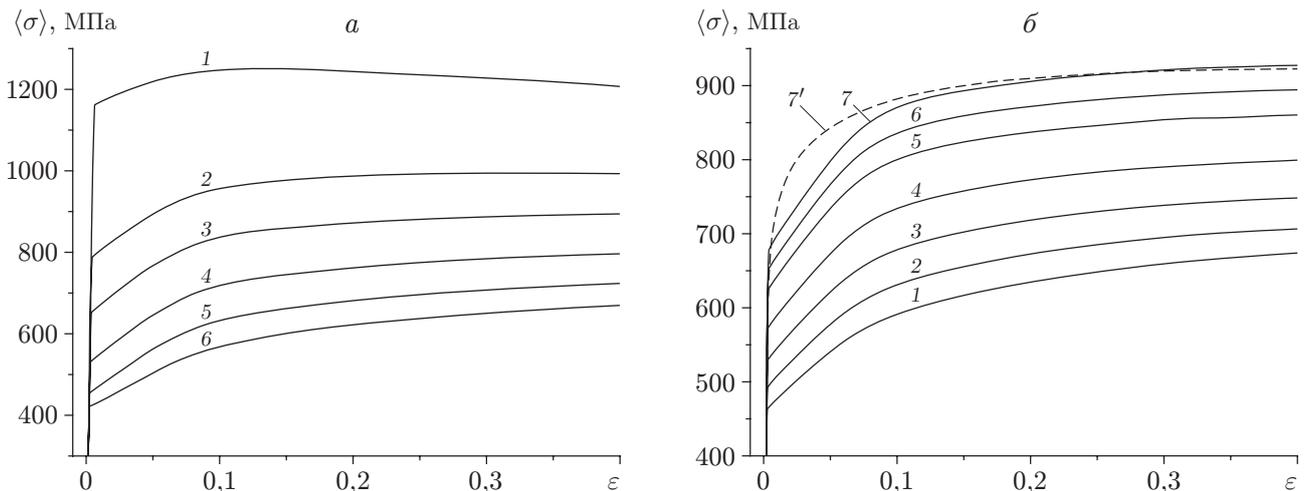


Рис. 3. Зависимости осредненных по объему напряжений от деформаций для стали марки HSLA-65 (расчеты по модели (5) без учета распространения полос Людерса):

*a* —  $\dot{\varepsilon} = 3000 \text{ с}^{-1}$  (1 —  $T_0 = 77 \text{ К}$ ; 2 —  $T_0 = 213 \text{ К}$ ; 3 —  $T_0 = 296 \text{ К}$ ; 4 —  $T_0 = 400 \text{ К}$ ; 5 —  $T_0 = 500 \text{ К}$ ; 6 —  $T_0 = 600 \text{ К}$ ); *б* —  $T_0 = 296 \text{ К}$  (1 —  $\dot{\varepsilon} = 0,1 \text{ с}^{-1}$ ; 2 —  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ с}^{-1}$ ; 3 —  $\dot{\varepsilon} = 10 \text{ с}^{-1}$ ; 4 —  $\dot{\varepsilon} = 100 \text{ с}^{-1}$ ; 5 —  $\dot{\varepsilon} = 1000 \text{ с}^{-1}$ ; 6 —  $\dot{\varepsilon} = 3000 \text{ с}^{-1}$ ; 7 —  $\dot{\varepsilon} = 8000 \text{ с}^{-1}$ ; 7' —  $\dot{\varepsilon} = 8000 \text{ с}^{-1}$  (расчет по модели [7] без введения доли подвижных дислокаций))

интенсивности напряжений

$$\langle \sigma \rangle = \sum_{k=1,N} \sigma_{\text{и}}^k s^k / \sum_{k=1,N} s^k,$$

где  $N$  — число ячеек расчетной сетки;  $s^k$  — локальный объем. Деформация соответствует относительной деформации расчетной области вдоль оси  $x_1$ .

Для сравнения на рис. 3,б штриховой линией ( $T_0 = 296$  К,  $\dot{\varepsilon} = 8000$  с $^{-1}$ ) показана зависимость  $\langle \sigma \rangle(\varepsilon)$ , полученная в серии тестовых двумерных расчетов при различных скоростях и температурах деформирования по первоначально предложенной в [7] модели без введения доли подвижных дислокаций (в этом случае в (5) вместо  $\dot{\gamma}_r^* F(\varepsilon_{\text{и}}^p)$  используется константа  $\dot{\gamma}_r$ ). Данная осредненная кривая и все кривые для других скоростей и температур совпадают с соответствующими кривыми, полученными в [7] по формуле (4).

Сопоставляя результаты расчетов в данной работе (см. рис. 3) с результатами расчетов и экспериментов [7] (см. рис. 2), можно сделать вывод, что при использовании модифицированного соотношения (5) получаются меньшие значения текущего сопротивления деформированию при  $\varepsilon \leq 0,10 \div 0,15$ . Таким образом, это соотношение более точно описывает экспериментальные кривые при небольших степенях деформации.

**Распространение полос Людерса.** Приведенные выше модели пригодны для описания механического поведения металлов и сплавов, когда образец вплоть до разрушения деформируется изотропно и однородно исключительно за счет движения равномерно распределенных дефектов (дислокаций) и формирования субструктур. Однако такая формулировка континуальной механики не позволяет без введения дополнительных допущений описать “медленные” течения типа зарождения и распространения полос локализованной пластической деформации.

Для моделирования развития неоднородной деформации используем комбинированный подход, сочетающий методы континуальной механики и дискретных клеточных автоматов [14]. Этот подход основан на экспериментальных данных, свидетельствующих о том, что пластическая деформация первоначально зарождается на границах раздела неоднородного материала. Классический силовой критерий перехода из упругого состояния в пластическое в любой локальной внутренней области дополняется необходимым условием наличия пластического течения, по крайней мере, в одной из прилегающих к ней областей:

$$\varepsilon_{\text{и}}^p = \varepsilon^*. \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon^*$  — пороговое значение интенсивности пластических деформаций, при достижении которого в соседней локальной области может возникнуть пластическое течение. Значение  $\varepsilon^*$  необходимо определять экспериментально, измеряя локальные значения пластической деформации непосредственно за фронтом полосы Людерса, либо выбирать в процессе численного моделирования таким образом, чтобы значения верхнего и нижнего пределов текучести, а также протяженность плато текучести на кривых течения соответствовали экспериментально наблюдаемым.

В [15] условие (6) объединено с релаксационным определяющим уравнением без явного введения температуры. Проведено численное моделирование распространения полос Людерса в стали марки 20MnMoNi55 при различных скоростях деформирования.

В данной работе используется модель, в которой критерий (6) применяется совместно с релаксационным определяющим уравнением (3), включающим скорость пластического сдвига в виде (5). Проведено численное моделирование распространения полос Людерса в широком диапазоне скоростей деформирования и температур. На рис. 4 представлены начальные участки кривых течения с учетом распространения полос Людерса. Принималось значение параметра  $\varepsilon^* = 0,0008$ . Для сравнения на рис. 4,б штриховой линией ( $T_0 = 296$  К,

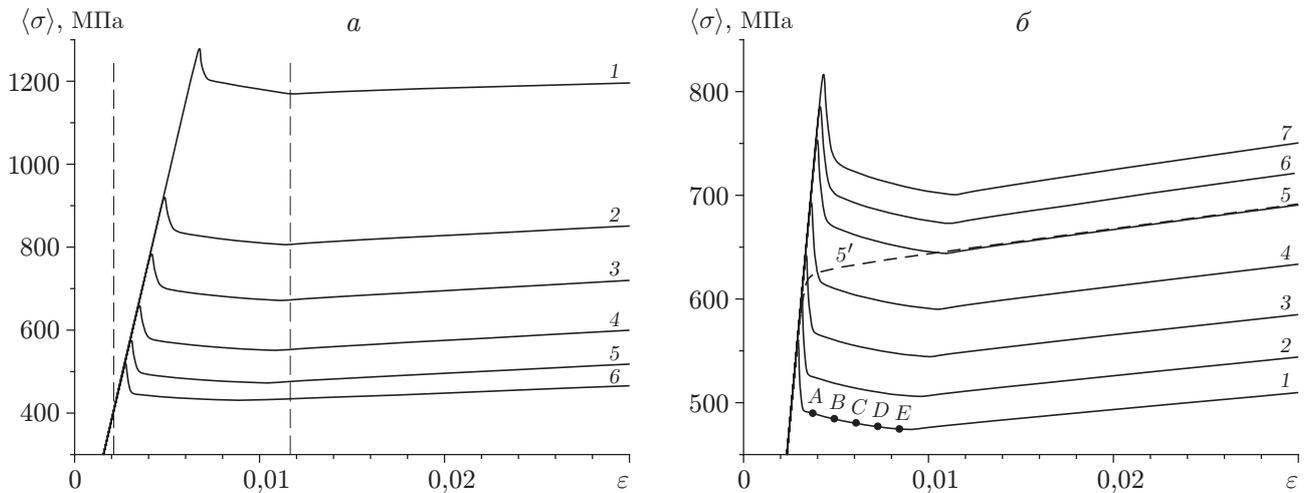


Рис. 4. Начальные участки расчетных кривых течения для стали марки HSLA-65 с учетом соотношения (6):

*a* —  $\dot{\epsilon} = 3000 \text{ c}^{-1}$  (1 —  $T_0 = 77 \text{ K}$ ; 2 —  $T_0 = 213 \text{ K}$ ; 3 —  $T_0 = 296 \text{ K}$ ; 4 —  $T_0 = 400 \text{ K}$ ; 5 —  $T_0 = 500 \text{ K}$ ; 6 —  $T_0 = 600 \text{ K}$ ; область между штриховыми линиями — область зарождения и распространения полосы Людерса); *б* —  $T_0 = 296 \text{ K}$  (1 —  $\dot{\epsilon} = 0,1 \text{ c}^{-1}$ ; 2 —  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ c}^{-1}$ ; 3 —  $\dot{\epsilon} = 10 \text{ c}^{-1}$ ; 4 —  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ c}^{-1}$ ; 5 —  $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ c}^{-1}$ ; 5' —  $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ c}^{-1}$  (расчет без учета неоднородного деформирования); 6 —  $\dot{\epsilon} = 3000 \text{ c}^{-1}$ ; 7 —  $\dot{\epsilon} = 8000 \text{ c}^{-1}$ )

$\dot{\epsilon} = 1000 \text{ c}^{-1}$ ) показан начальный участок расчетной кривой без учета неоднородного деформирования (см. рис. 3, б). Видно, что комбинированная постановка позволяет более точно описать экспериментальные зависимости напряжений от деформаций для стали марки HSLA-65 [7] (см. рис. 2).

Зона пластического течения зарождается вблизи захватов испытательной машины (на границе расчетной области), и по мере увеличения в образце значения  $\epsilon_{\text{н}}^p$  согласно закону (5) возмущение распространяется в виде фронта локализованной пластической деформации (рис. 5). За фронтом происходит накопление пластической деформации, перед фронтом — упругое деформирование. Аналогичное поведение наблюдается в эксперименте. На рис. 5, б показано распространение полосы Людерса в стальной подложке, поверхностно упрочненной методом электронно-лучевой наплавки [16]. Фронт пластической деформации распространяется вдоль боковой грани тестируемого образца, при этом перед фронтом материал не деформируется, деформация сосредоточена в движущемся фронте полосы Людерса. Данный процесс вызывает появление на “макроскопической” кривой течения верхнего и нижнего пределов текучести, а также зоны медленного изменения текущего сопротивления деформированию — плато текучести (см. рис. 4).

На рис. 6 представлено распределение напряжений в момент, соответствующий условиям в точке А на диаграмме нагружения (см. рис. 4). На начальных этапах распространения полосы Людерса объема, вовлеченного в пластическую деформацию, недостаточно для полной релаксации напряжений в области упругости перед фронтом: значение интенсивности напряжений здесь больше текущего значения предела текучести в области пластического течения, причем максимальные значения наблюдаются вблизи фронта. В результате при активном нагружении осредненное по объему значение интенсивности напряжений продолжает расти. По мере расширения области пластической деформации интенсивность напряжений в области упругости уменьшается: фронт полосы Людерса является постоянным источником волн разрежения, в области перед фронтом происходит релаксация напряжений. На осредненной кривой течения (кривая 1 на рис. 4, б) появляется

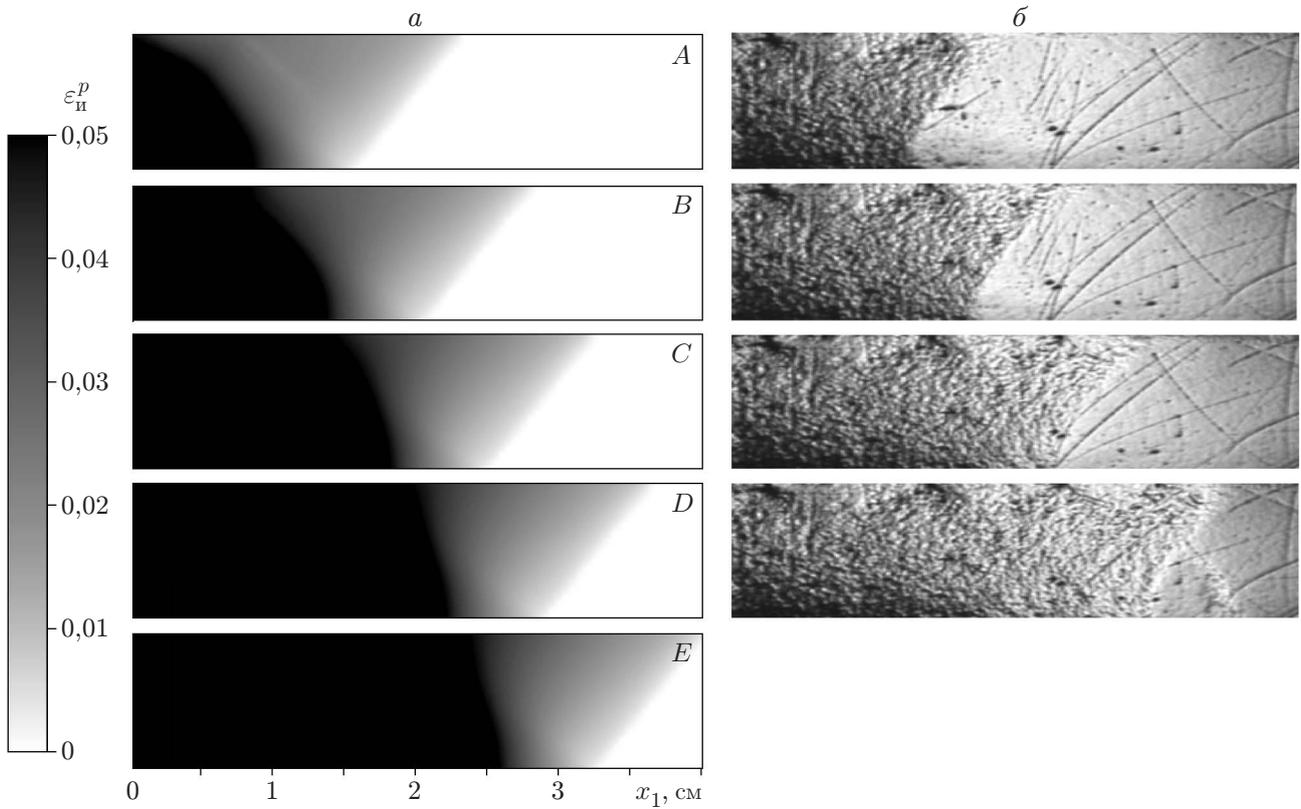


Рис. 5. Распределение интенсивности пластических деформаций  $\varepsilon_{II}^p$  при распространении фронта полосы Людерса:  
*a* — результаты расчета (*A–E* — состояния вещества, соответствующие точкам *A–E* на рис. 4,*б*); *б* — экспериментальные данные [16]

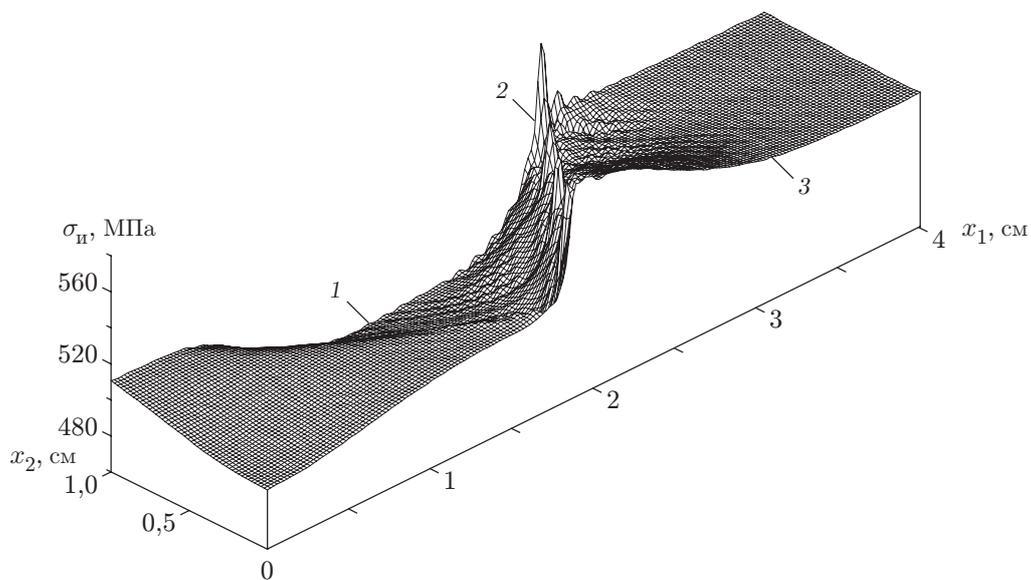


Рис. 6. Распределение интенсивности напряжений при распространении фронта полосы Людерса в момент сжатия, соответствующий точке *A* на рис. 4,*б*:  
 1 — зона пластического течения; 2 — фронт полосы Людерса; 3 — область упругости

участок, на котором значения  $\langle \sigma \rangle$  резко уменьшаются. Данные процессы зарождения и первоначального распространения фронта локализованной пластической деформации определяют формирование “зуба текучести” на макроуровне (см. рис. 4).

При дальнейшем нагружении релаксация напряжений в области упругости (см. рис. 6) замедляется. Одновременно деформационное упрочнение в расширяющейся области пластического течения вносит все более существенный вклад в осредненное по объему напряжение. Вследствие этого на “макроскопической” кривой течения наблюдается плато текучести, характеризующееся медленным изменением текущего сопротивления деформированию (см. рис. 4). На данной стадии относительное удлинение образца происходит в основном за счет пластической деформации зоны, расположенной за фронтом полосы Людерса.

Таким образом, из сравнения результатов экспериментов и расчетов следует, что они хорошо согласуются. Это свидетельствует об адекватности предложенной модели в рассматриваемом диапазоне скоростей и температур деформирования.

**Заключение.** В работе представлены модели пластичности, описывающие скоростную и температурную чувствительность, а также учитывающие возможность неоднородного деформирования при распространении полос Людерса. Данные феноменологические модели являются физически обоснованными, учитывают коллективный вклад дислокационных механизмов и описывают зарождение и распространение полос локализованной деформации. Проведены расчеты упругопластической деформации стальных образцов при сжатии в широком диапазоне температур и скоростей деформирования:  $T_0 = 77 \div 600$  К,  $\dot{\varepsilon} = 0,1 \div 10^4$  с<sup>-1</sup>. Показано, что введение доли подвижных дислокаций и моделирование распространения полос Людерса позволяют более точно описать текущее сопротивление деформированию при  $\varepsilon < 0,1$ , а также формирование “зуба” и плато текучести в соответствии с известными экспериментальными данными.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Уилкинс М.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. О. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
2. **Рихтмайер Р.** Разностные методы решения краевых задач / Р. Рихтмайер, К. Мортон. М.: Мир, 1972.
3. **Теребушко О. И.** Основы теории упругости и пластичности. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.
4. **Гилман Дж. Д.** Микродинамическая теория пластичности // Микропластичность. М.: Металлургия, 1972. С. 18–37.
5. **Kelly J. M., Gillis P. P.** Continuum descriptions of dislocations under stress reversals // J. Appl. Phys. 1974. V. 45, N 3. P. 1091–1096.
6. **Попов Л. Е.** Пластическая деформация сплавов / Л. Е. Попов, В. С. Кобытев, Т. А. Ковалевская. М.: Металлургия, 1984.
7. **Nemat-Nasser S., Guo W.** Thermomechanical response of HSLA-65 steel plates: experiment and modeling // Mech. Materials. 2005. V. 37. P. 379–405.
8. **Molinari A., Ravichandran G.** Constitutive modeling of high-strain-rate deformation in metals based on the evolution of an effective microstructural length // Mech. Materials. 2005. V. 37. P. 737–752.
9. **Abed F. H., Voyiadjis G. Z.** Plastic deformation modeling of AL-6XN stainless steel at low and high strain rates and temperatures using a combination of bcc and fcc mechanisms of metals // Intern. J. Plasticity. 2005. V. 21. P. 1618–1639.

10. **Guo W., Nemat-Nasser S.** Flow stress of Nitronic-50 stainless steel over a wide range of strain rates and temperatures // Mech. Materials. 2006. V. 38. P. 1090–1103.
11. **Макаров П. В.** Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения // Физ. мезомеханика. 1998. Т. 1, № 1. С. 61–81.
12. **Балохонов Р. Р.** Моделирование кривых течения металлов и сплавов с учетом влияния энергии дефекта упаковки // Физ. мезомеханика. 1998. Т. 1, № 2. С. 73–80.
13. **Физическое** металловедение / Под ред. Р. Канна. М.: Мир, 1968.
14. **Макаров П. В., Романова В. А., Балохонов Р. Р.** Моделирование неоднородной пластической деформации с учетом зарождения локализованных пластических сдвигов на границах раздела // Физ. мезомеханика. 2001. Т. 4, № 5. С. 29–39.
15. **Valokhonov R. R., Romanova V. A., Schmauder S., Makarov P. V.** Simulation of meso-macro dynamic behavior using steel as an example // Comput. Material Sci. 2003. V. 28. P. 505–511.
16. **Панин С. В., Дураков В. Г., Прибытков Г. А.** Мезомеханика пластической деформации и разрушения низкоуглеродистой стали с высокопрочным деформируемым покрытием // Физ. мезомеханика. 1998. Т. 1, № 2. С. 51–58.

*Поступила в редакцию 16/XII 2005 г.,  
в окончательном варианте — 10/X 2006 г.*

---