

УДК 536.421.4:550.3

## ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ МАГМЫ В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛОЗИВНОГО ВУЛКАНИЧЕСКОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ

А. А. Чернов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, 630090 Новосибирск

Рассмотрена задача о затвердевании магмы в процессе эксплозивного вулканического извержения, особенностью которого является выделение из магмы большой массы газа. Это приводит к ее значительному охлаждению и как следствие к затвердеванию. Определена структура затвердевшей магмы, которая представляет собой пористое стекло с кристаллическими включениями.

**Ключевые слова:** вулканическое извержение, затвердевание магмы, декомпрессия, газовыделение, десорбция.

**Введение.** Известно, что вулканические извержения весьма разнообразны. Так, в зависимости от количества растворенного в магме газа, определяемого глубиной залегания очага вулкана, характер извержения может меняться от медленного истечения лавы до катастрофического эксплозивного извержения. Последнее характерно для сильногазонасыщенных магм (с массовой долей растворенного газа (преимущественно воды), превышающей 3 %).

Из-за сложности изучения вулканических извержений в реальных условиях большое значение имеет моделирование этих явлений. При этом необходимо адекватно описывать процесс затвердевания магмы при извержении, так как содержание кристаллической массы в магме существенно влияет на динамику потока лавы и соответственно на характер извержения, а также, очевидно, и на структуру получающегося материала.

Среди работ, в которых изучался процесс затвердевания магмы, следует отметить [1–3]. Основным недостатком этих исследований является то, что кристаллизация в них рассматривается в квазиизотермическом приближении, т. е. считается, что переохлаждение магмы возникает только за счет изменения эффективной температуры плавления, а температура магмы остается постоянной в течение всего процесса. При этом не рассматриваются механизмы, приводящие к охлаждению магмы, а также не учитывается тепло, выделяющееся вследствие увеличения в единице объема кристаллической массы.

В данной работе предпринята попытка моделирования затвердевания магмы с учетом неизотермичности процесса.

**Постановка задачи.** Течение магмы в процессе эксплозивного вулканического извержения характеризуется сильным падением давления (от сотен мегапаскалей до атмосферного) и как следствие выделением большой массы газа. Это связано с тем, что согласно закону Генри равновесная концентрация растворенного в магме газа (преимущественно воды) есть функция давления  $P$ . Для воды данная зависимость имеет следующий вид [4]:

$$C^{eq}(P) = K_H \sqrt{P}.$$

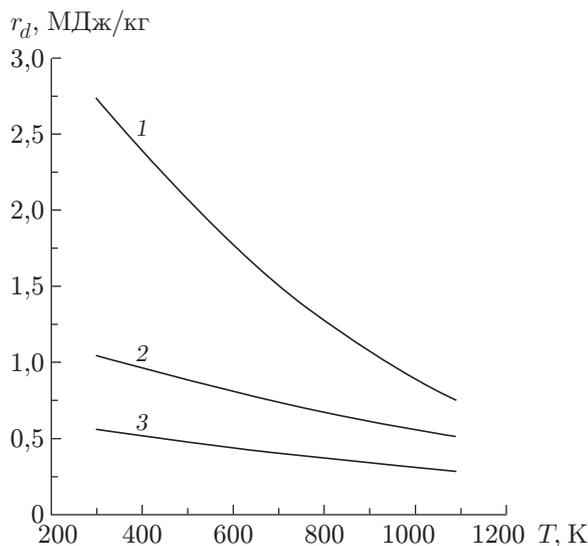


Рис. 1. Зависимость теплоты десорбции воды от температуры:  
 1 —  $P = 0,1$  МПа; 2 —  $P = 50$  МПа; 3 —  $P = 100$  МПа

Здесь  $C^{eq}$  — равновесная массовая концентрация растворенной в магме воды;  $K_H$  — постоянная Генри для воды. При падении давления магма оказывается в пересыщенном состоянии, вследствие чего из нее начинает выделяться газ в виде пузырьков, которые растут за счет диффузии газа из расплава (вплоть до момента времени, когда пересыщение полностью исчезает). В данной работе декомпрессию магмы будем считать мгновенной.

Как известно, диффузионный рост пузырька сопровождается тепловыми эффектами. Численное исследование данного явления в магматических расплавах проведено в работе [5]. Показано, что охлаждение магмы в процессе ее дегазации происходит в основном за счет энергетических затрат на десорбцию газа из расплава в пузырьки. В соответствии с этим оценим величину максимального переохлаждения магмы (относительно начальной температуры)  $r_d \Delta C / c_m$  при выделении из нее всей избыточной массы газа ( $\Delta C = C^{eq}(P_i) - C^{eq}(P_f)$  — пересыщение магмы вследствие мгновенной декомпрессии;  $P_i$ ,  $P_f$  — начальное и конечное давление соответственно;  $r_d$  — удельная теплота десорбции, определяемая согласно [6];  $c_m$  — теплоемкость магмы). Отметим, что теплота десорбции зависит от температуры и давления магмы. Данная зависимость показана на рис. 1. Считая начальное давление магмы равным 170 МПа (что соответствует глубине залегания очага вулкана примерно 7 км и массовой концентрации растворенной в магме воды 0,055), а конечное давление атмосферным, получим, что магма в процессе дегазации может охладиться на 47 К (если не учитывать тепло, выделяющееся в процессе кристаллизации). При попадании магмы в область переохлаждения она начинает кристаллизоваться.

Следует отметить, что к переохлаждению магмы приводит не только ее охлаждение, но и изменение эффективной температуры плавления магмы  $T_{mel}$  в процессе дегазации, которую определим согласно [3]:

$$T_{mel} = T_{liq}(1 - X) + T_{sol}X,$$

$$T_{liq} = 8,33 \cdot 10^4 C^2 - 139,4 \cdot 10^2 C + 1611,75,$$

$$T_{sol} = 5,74 \cdot 10^4 C^2 - 98,72 \cdot 10^2 C + 1281,23.$$

Здесь  $T_{liq}$ ,  $T_{sol}$  — температуры, соответствующие ликвидусу и солидусу;  $C$  — массовая концентрация растворенного в магме газа;  $X$  — объемная доля кристаллической массы.

Помимо кристаллизации магмы возможна также ее аморфизация. Стеклование расплава происходит потому, что в процессе охлаждения его температура становится меньше температуры стеклования. Последнюю обычно определяют как температуру, при которой

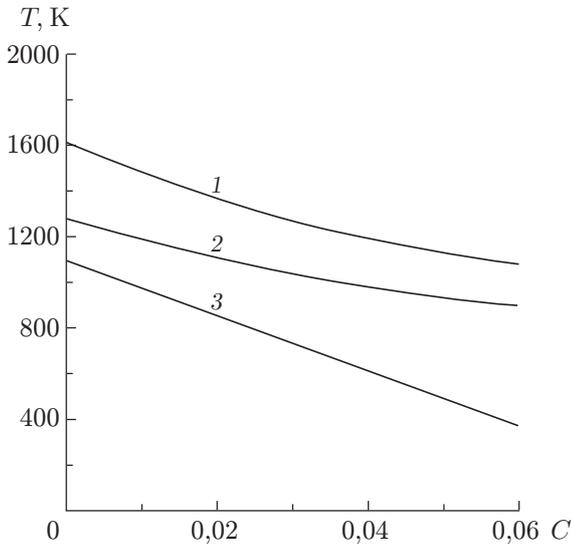


Рис. 2. Зависимости температур, соответствующих ликвидусу (1) и солидусу (2), а также температуры стеклования (3) от массовой концентрации растворенного в магме газа

вязкость расплава становится равной  $10^{12}$  Па·с. Зависимость вязкости магмы от температуры описывается аррениусовской зависимостью [7, 8]

$$\eta = \eta_0 \exp(E_\eta / (k_B T)),$$

где  $E_\eta = E_\eta^0(1 - k_\eta C)$  — энергия активации вязкого течения;  $E_\eta^0$  — энергия активации для “сухого” расплава;  $k_\eta$  — эмпирический коэффициент;  $\eta_0$  — предэкспоненциальный множитель;  $k_B$  — постоянная Больцмана. Таким образом, к увеличению вязкости магмы приводит не только ее охлаждение, но и дегазация (вследствие увеличения энергии активации). На рис. 2 приведены зависимости температуры стеклования магмы, а также температур, соответствующих ликвидусу и солидусу, от массовой концентрации растворенного в магме газа. Расчет температуры стеклования проводился при следующих значениях кинетических параметров магмы:  $E_\eta^0 = 5,06 \cdot 10^{-19}$  Дж/мол.,  $\eta_0 = 10^{-2,5}$  Па·с,  $k_\eta = 11$ .

Оценим тепловые эффекты, сопровождающие рост одиночного пузырька, образовавшегося в начальный момент времени в расплаве при мгновенной нуклеации.

**Решение тепловой задачи в случае роста одиночного пузырька.** Рассмотрим задачу об охлаждении магмы в процессе диффузионного роста одиночного пузырька. Задача сводится к решению краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} = a_m \left( \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad (1)$$

с начальным условием

$$T = T_0 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$-\lambda_m \frac{\partial T}{\partial r} = -\rho_m r_d D \frac{\partial C}{\partial r} \quad \text{при} \quad r = R_b, \quad T \rightarrow T_0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Здесь  $T$  — температура расплава;  $T_0$  — начальная температура расплава (в дальнейшем будем полагать ее равной температуре плавления расплава  $T_{mel}$  в начальный момент времени);  $\rho_m$  — плотность расплава;  $a_m$ ,  $\lambda_m$  — температуропроводность и теплопроводность расплава соответственно;  $D$  — коэффициент диффузии газа в расплаве;  $R_b$  — радиус пузырька. Зависимость скорости расплава вдали от пузырька находится из уравнения неразрывности  $v(r) = v_b R_b^2 / r^2$ , где  $v_b = \dot{R}_b$  — скорость роста пузырька.

Задачу (1)–(3) необходимо дополнить зависимостью радиуса пузырька от времени, которая следует из решения задачи о росте пузырька в пересыщенном растворе.

Данная задача рассмотрена в работах [9, 10], в которых выделено две стадии роста одиночного пузырька. На начальной стадии роста давление в пузырьке поддерживается равным его первоначальному значению (до момента декомпрессии), рост пузырька ограничен силами вязкого напряжения. Постепенно давление в пузырьке падает и в итоге становится равным давлению окружающей среды. Скорость роста пузырька на данной стадии определяется преимущественно диффузией. В этом случае может быть найдено квазистационарное решение задачи

$$R_b(t) = \sqrt{D_{eff}t}, \quad D_{eff} = 2D\rho_m \Delta C/\rho_g, \quad (4)$$

где  $\rho_g$  — плотность газа в пузырьке, определяемая из уравнения состояния идеального газа. Поток газа в пузырек определяется из выражения

$$\left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_{r=R_b} = \frac{\Delta C}{R_b}. \quad (5)$$

Согласно результатам работы [10] время установления квазистационарного профиля концентрации зависит прежде всего от начального газосодержания, которое определяет вязкость магмы. Так, в процессе роста пузырька в сильногазонасыщенной магме ( $\eta < 10^6$  Па·с,  $\Delta P \approx 10^8$  Па) квазистационарный профиль концентрации устанавливается при  $t < 0,01$  с. Иная ситуация возникает при газовыделении в слабогазонасыщенных магмах ( $\eta > 10^8$  Па·с,  $\Delta P \approx 10^6$  Па), когда переход к асимптотическому закону роста пузырька происходит при  $t > 1000$  с.

Как отмечено выше, в данной работе рассматривается случай сильногазонасыщенных магм, для которых практически с начального момента времени справедлив корневой закон роста пузырька (4). В данном случае задача (1)–(3) имеет автомодельное решение.

Введем переменную  $\gamma = \hat{r}/\sqrt{a_m t}$  ( $\hat{r} = r - R_b$  — координата, связанная с фронтом пузырька). Тогда уравнение теплопроводности (1) с учетом (4) и (5) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\theta'' + f(\gamma)\theta' = 0, \quad (6)$$

где  $f(\gamma) = (1/2)[\gamma + \sqrt{Le^*}(1 - Le^*/(\gamma + \sqrt{Le^*})^2)] + 2/(\gamma + \sqrt{Le^*})$ ;  $Le^* = D_{eff}/a_m$  — модифицированное число Льюиса;  $\theta = (T - T_0)/T_0$  — безразмерная температура. Граничные условия (3) запишутся в виде

$$\theta' = \varkappa \quad \text{при} \quad \gamma = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad \gamma \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где  $\varkappa = \rho_m r_d D \Delta C / (\lambda_m T_0 \sqrt{Le^*})$ .

Для  $Le^* \ll 1$ , характерных для рассматриваемой задачи, может быть получено приближенное решение уравнения (6) с учетом граничных условий (7):

$$\theta(\gamma) \simeq -\varkappa Le^* \left( \frac{\exp[-(\gamma + \sqrt{Le^*})^2/4]}{\gamma + \sqrt{Le^*}} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} \frac{\gamma + \sqrt{Le^*}}{2} \right). \quad (8)$$

Из решения (8) следует, что максимальное переохлаждение расплава  $\Delta T = T_0 - T$  достигается на фронте пузырька ( $\gamma = 0$ ) и остается постоянным в течение всего процесса:

$$\Delta T|_{r=R_b} \simeq \rho_m r_d D \Delta C / \lambda_m.$$

В расчетах получаются небольшие значения переохлаждения магмы на фронте пузырька:  $\Delta T|_{r=R_b} \approx 0,15$  К при  $\Delta C \approx 0,055$ . Расчет проводился при следующих значениях

теплофизических и кинетических параметров магмы: плотность  $\rho_m = 2300$  кг/м<sup>3</sup>, температуропроводность  $a_m = 1,47 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с, теплоемкость  $c_m = 1,35 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К), коэффициент диффузии  $D = 2 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/с, постоянная Генри  $K_H = 4,33 \cdot 10^{-6}$  Па<sup>-1/2</sup>, удельная теплота кристаллизации  $L = 1,4 \cdot 10^5$  Дж/кг. Небольшие значения переохлаждения расплава обусловлены тем, что числа Льюиса, характерные для данной задачи, много меньше единицы ( $Le^* = 0,1 \div 0,2$ ). Это означает, что тепловая волна распространяется значительно быстрее, чем диффузионная. Таким образом, рост одиночного пузырька не приводит к существенному переохлаждению расплава, а следовательно, и к его кристаллизации. Поэтому требуется рассмотрение задачи о затвердевании магмы в процессе роста ансамбля газовых пузырьков. Температурное поле во всем объеме расплава можно считать однородным и меняющимся со временем вследствие наличия в расплаве внутренних источников тепла. Решение данной задачи приведено ниже.

**Решение задачи о затвердевании расплава в процессе роста ансамбля газовых пузырьков.** Рассмотрим задачу о затвердевании магмы в процессе роста ансамбля газовых пузырьков. Задача сводится к рассмотрению ограниченного объема магмы с внутренними источниками тепла, определяемыми процессами десорбции газа из расплава в пузырьки и кристаллизации расплава, с использованием кинетической теории фазовых переходов. Запишем уравнение теплопроводности, считая, что температурное поле во всем объеме расплава в каждый момент времени однородно:

$$\rho_m c_m \frac{dT}{dt} = -Q_d + Q_{cr}. \quad (9)$$

Здесь  $T$  — усредненная по объему температура расплава;  $Q_d = r_d J_D$  — количество тепла, затрачиваемое на десорбцию газа в единице объема;  $J_D$  — суммарный диффузионный поток газа из расплава в пузырьки в единице объема;  $Q_{cr} = \rho_m L(dX/dt)$  — количество теплоты, выделяемой в единице объема в процессе кристаллизации растущими центрами новой фазы;  $X = V(t)/V$  — объемная доля кристаллической массы в расплаве;  $V$  — объем образца;  $V(t)$  — объем, занимаемый кристаллической фазой;  $L$  — удельная теплота кристаллизации.

Считая процесс нуклеации пузырьков мгновенным, а их концентрацию в единице объема в течение всего процесса постоянной, запишем выражение для диффузионного потока газа в пузырьки в виде

$$J_D = N_b \frac{dm_b}{dt}, \quad (10)$$

где  $N_b$  — число образовавшихся в процессе нуклеации пузырьков в единице объема (в расчетах число пузырьков в единице объема принимается равным  $10^{13} \div 10^{14}$  м<sup>-3</sup>, что соответствует числу пузырьков в вулканическом стекле и пемзе);  $m_b$  — масса пузырька, определяемая из соотношения

$$\frac{dm_b}{dt} = 4\pi R_b^2 \rho_m D \left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_{r=R_b}.$$

Как и в предыдущих расчетах, будем использовать квазистационарное решение диффузионной задачи о росте одиночного пузырька в пересыщенном растворе (см. (4), (5)). В случае роста ансамбля газовых пузырьков данное решение с высокой точностью справедливо вплоть до момента времени, когда диффузионные слои соседних пузырьков начинают взаимодействовать. Рост пузырьков прекращается после того, как весь избыточный газ, появившийся в расплаве вследствие декомпрессии, выделится в газовую фазу. Легко найти предельный радиус  $R_b^f$  отдельного пузырька:

$$R_b^f = \left( \frac{3}{4\pi N_b} \frac{\rho_m}{\rho_g} \Delta C \right)^{1/3}.$$

Рассмотрим динамику кристаллизации расплава при его охлаждении. Известно, что центры новой фазы появляются в объеме расплава в результате флуктуации, причем их образование возможно как на примесных частицах (гетерогенное зародышеобразование), так и в отсутствие примесей (гомогенная нуклеация). Согласно оценкам, приведенным в работе [11], вклад гомогенной нуклеации в массовую кристаллизацию для достаточно чистых расплавов становится преобладающим лишь при скоростях охлаждения, больших  $10^6$  К/с. Скорость охлаждения магмы в процессе ее дегазации существенно меньше этого значения и составляет  $1 \div 2$  К/с. Кроме того, расчет работы образования критического зародыша при характерном переохлаждении магмы дает большое значение (примерно  $500k_B T$ ), в то время как интенсивному зародышеобразованию соответствуют значения энергетического барьера  $(30 \div 80)k_B T$ . Поэтому при рассмотрении задачи о затвердевании магмы необходимо использовать теорию гетерогенной нуклеации.

Согласно данной теории частота гетерогенного зародышеобразования  $J^{get}$  при нестационарном неизотермическом процессе определяется выражением [11]

$$J^{get}(t) = J_s^{get} \exp\left(-\frac{t_0}{t_e}\right), \quad J_s^{get} = \sum_{i=1}^{N_{cr}} n_i B \exp\left(-\frac{W_* \psi(\varphi_i)}{k_B T}\right). \quad (11)$$

Здесь  $J_s^{get}$  — стационарная частота гетерогенного зародышеобразования, соответствующая установившемуся процессу фазового перехода ( $t_e \gg t_0$ );  $t_0 \simeq n_*^{4/3} (h/(k_B T)) \exp(E_\eta/(k_B T))$  — характерное время установления стационарного зародышеобразования (время запаздывания);  $h$  — постоянная Планка;  $n_*$  — число молекул в критическом зародыше (радиус критического зародыша при гомогенном зарождении определяется выражением  $R_* = 2\sigma_{ls} T_{mel}/(\rho_m L \Delta T)$ ;  $\sigma_{ls}$  — поверхностное натяжение на границе расплав — кристалл; в модели гетерогенного зарождения используется то же значение радиуса кривизны поверхности куполообразного зароды-

ша, что и при гомогенном зарождении); параметр  $t_e = t_0(T) \int_0^t t_0(T)^{-1} dt$  характе-

ризует возраст образца в неизотермическом процессе (в случае изотермического процесса  $t_e = t$ , т. е. характерный возраст образца равен времени наблюдения);  $B = 2d_m (\sigma_{ls}/(k_B T))^{1/2} (k_B T/h) \exp(-E_\eta/(k_B T))$  — кинетический коэффициент;  $d_m$  — характерный диаметр молекулы;  $W_* = 16\pi\sigma_{ls}^3 T_{mel}^2 / (3\rho_m^2 L^2 \Delta T^2)$  — работа образования критического зародыша в гомогенном процессе;  $\psi(\varphi_i) = (1/4)(1 - \cos \varphi_i)^2 (2 + \cos \varphi_i)$ ;  $\varphi_i$  — равновесный угол смачивания поверхности  $i$ -й примесной частицы (вообще говоря, примесные частицы характеризуются различными углами смачивания, угол  $\varphi = \pi$  соответствует случаю гомогенного зародышеобразования);  $n_i$  — число молекул на поверхности  $i$ -й примесной частицы, которые могут стать центрами зарождения (при гомогенной нуклеации обычно полагают, что центром зарождения может стать любая молекула расплава);  $N_{cr}$  — число примесных частиц в единице объема расплава. Следует отметить, что установление стационарного процесса зародышеобразования может быть существенно замедлено из-за большой вязкости магмы (и соответственно большого времени запаздывания), которая к тому же увеличивается в процессе газовой выделения.

Из выражения (11) следует, что априорное описание гетерогенного зародышеобразования значительно затруднено из-за большого числа случайных и малоизученных факторов. В частности, в формуле (11) присутствуют такие сложно определяемые параметры, как поверхностное натяжение на границе расплав — кристалл  $\sigma_{ls}$  (которое в зависимости от состава магмы варьируется от 0,35 до 0,5 Дж/м<sup>2</sup>), угол смачивания поверхности примесной частицы  $\varphi$  и т. п. Необходимо отметить, что с уменьшением угла смачивания

работа образования критического зародыша на поверхности быстро уменьшается, так же как время запаздывания. На практике это приводит к зарождению центров кристаллизации преимущественно на активных примесных частицах. При почти полном смачивании ( $\varphi \rightarrow 0$ ) кристаллизация на поверхности должна начинаться при практически нулевом переохлаждении. В данной работе ограничимся рассмотрением случая гетерогенного зародышеобразования на хорошо смачиваемых примесных частицах. В этом случае процесс нуклеации зародышей кристаллической фазы можно считать мгновенным. При этом зависимость доли закристаллизовавшегося объема от времени определяется выражением [12]

$$X(t) = N_{cr} \frac{4\pi}{3} \left( \int_0^t v_{cr}(\tau) d\tau \right)^3, \quad (12)$$

где  $v_{cr} = \dot{R}_{cr}$  — скорость роста кристалла;  $R_{cr}$  — радиус кристалла;  $N_{cr}$  — число надкритических кристаллических зародышей, образовавшихся на активных примесных частицах в начальный момент времени.

Скорость роста кристалла определим согласно [13, 14]:

$$v_{cr} = d_m \frac{k_B T_f}{h} \exp\left(-\frac{E_\eta}{k_B T_f}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\rho_m L \Delta T_f}{N k_B T_f T_{mel}}\right) \right]. \quad (13)$$

Здесь  $\Delta T_f = T_{mel} - T_f$  — переохлаждение на фронте кристаллизации;  $T_f$  — температура расплава на фронте кристаллизации, которая, вообще говоря, отличается от температуры расплава вдали от него, вследствие того что в процессе роста кристалла выделяется скрытая теплота фазового перехода.

При небольших переохлаждениях выражение (13) может быть представлено в виде

$$v_{cr} = K \Delta T_f, \quad (14)$$

где  $K = d_m \rho_m L \exp(-E_\eta/(k_B T_f))/(N h T_{mel})$  — кинетический коэффициент, характеризующий частоту присоединения молекул из расплава к кристаллу. Величина  $v_{cr}$ , определяемая выражением (14), есть первый член разложения (13) при малых  $\Delta T_f$ . Механизм роста кристалла, подчиняющийся закону (14), называют нормальным.

Остается открытым вопрос, как меняется температура на фронте кристаллизации  $T_f$  с течением времени.

Следуя [15], рассмотрим следующую задачу. Пусть в расплаве, имеющем температуру  $T_\infty < T_{mel}$ , растет сферический кристалл. Температурное поле вокруг кристалла приближенно можно описать стационарным уравнением теплопроводности

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (15)$$

С учетом того, что  $T \rightarrow T_\infty$  при  $r \rightarrow \infty$ , решение уравнения (15) запишется в виде

$$T(r) = T_\infty - (T_\infty - T_f) R_{cr}/r. \quad (16)$$

Граничные условия на поверхности кристалла имеют следующий вид:

— условие теплового баланса

$$\rho_m L v_{cr} = -\lambda_m \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{cr}}; \quad (17)$$

— уравнение (14), описывающее кинетику фазового перехода.

Подставляя в (17) зависимость (16) и исключая из полученной системы неизвестную функцию  $T_f$ , получим уравнение

$$(\rho_m L/\lambda_m) R_{cr} v_{cr} + (1/K) v_{cr} = \Delta T. \quad (18)$$

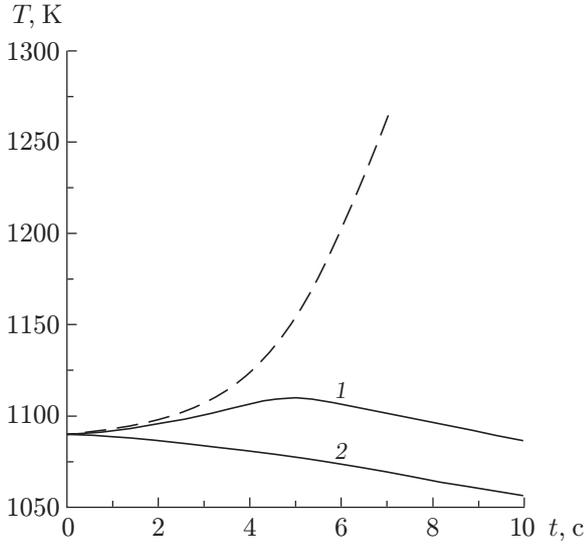


Рис. 3. Зависимость температуры магмы от времени с учетом (1) и без учета (2) кристаллизации при  $N_{cr} = 10^{13} \text{ м}^{-3}$  (штриховая линия — эффективная температура плавления магмы)

Отметим, что правая часть уравнения (18) представляет собой переохлаждение расплава вдали от фронта кристаллизации. В случае  $\Delta T = \text{const}$  уравнение (18) может быть проинтегрировано:

$$\begin{aligned} v_{cr} &= K\Delta T(1 + (2\rho_m LK^2/\lambda)\Delta Tt)^{-1/2}, \\ T_f &= T_{mel} - \Delta T(1 + (2\rho_m LK^2/\lambda)\Delta Tt)^{-1/2}. \end{aligned} \tag{19}$$

Из уравнений (19) следует, что при  $t \ll \lambda_m/(2\rho_m LK^2\Delta T)$  процесс кристаллизации протекает как изотермический ( $T_f = T_\infty$ ) и скорость роста кристалла определяется кинетикой фазового перехода:  $v_{cr} = K\Delta T$ . При больших временах вблизи поверхности растущего центра накапливается тепло, и в конечном счете температура на поверхности кристалла становится равной температуре плавления ( $T_f = T_{mel}$ ). В данном случае доминирующим в процессе кристаллизации становится теплоотвод. Из-за большой вязкости магмы (и как следствие малого значения кинетического коэффициента  $K$ ) время выхода на режим, когда процесс кристаллизации определяется теплоотводом, много больше характерного времени дегазации магмы. Поэтому процесс роста кристалла в магме будем считать изотермическим ( $T_f = T_\infty$ ).

Уравнение (9) совместно с выражениями (10) и (12) полностью определяет динамику кристаллизации магмы, т. е. позволяет найти зависимость объемной доли кристаллической массы от времени.

Проведены расчеты процесса затвердевания сильногазонасыщенной магмы после ее мгновенной декомпрессии. Теплофизические и кинетические параметры магмы, используемые в расчетах, приведены выше. Начальная массовая концентрация растворенной в магме воды полагалась равной 0,055, число пузырьков в единице объема —  $4 \cdot 10^{13}$ , что соответствует числу пузырьков в вулканическом стекле и пемзе. Число надкритических кристаллических зародышей, зависящее прежде всего от структуры магмы (числа активных примесных частиц), варьировалось в пределах от 0 до  $10^{15} \text{ м}^{-3}$ .

На рис. 3 приведена зависимость температуры магмы в процессе ее дегазации от времени с учетом и без учета кристаллизации. Видно, что тепловыделение, обусловленное увеличением кристаллической массы, приводит к существенному изменению динамики охлаждения. Штриховой линией показана эффективная температура плавления магмы. Видно, что ее увеличение вызвано главным образом уменьшением концентрации растворенного в магме газа в процессе ее дегазации.

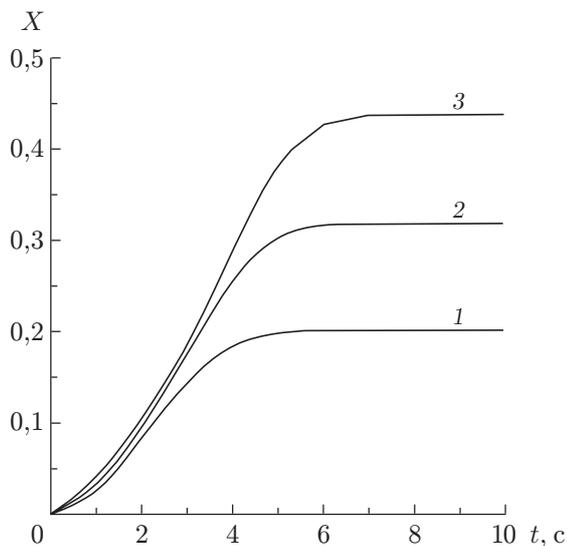


Рис. 4. Зависимость объемной доли кристаллической массы от времени:

1 —  $N_{cr} = 10^{11} \text{ м}^{-3}$ ; 2 —  $N_{cr} = 10^{13} \text{ м}^{-3}$ ; 3 —  $N_{cr} = 10^{15} \text{ м}^{-3}$

На рис. 4 показана зависимость объемной доли кристаллической массы от времени. Видно, что она значительно увеличивается на начальной стадии процесса. Однако скорость роста постепенно уменьшается и в конечном счете становится практически равной нулю. Это связано с тем, что по мере дегазации и охлаждения магмы ее вязкость сильно увеличивается (с  $10^3$  до  $10^{12}$  Па·с) и соответственно существенно уменьшается значение кинетического коэффициента  $K$ , определяющего скорость роста кристаллов. Уже при  $t \approx 6$  с структура магмы напоминает желеобразную жидкость с “замороженными” в ней кристаллитами, объемная доля которых достигает 40 % в зависимости от числа надкритических зародышей в объеме расплава в начальный момент времени. В результате при выделении из магмы практически всей массы газа ее вязкость приближается к значению  $10^{12}$  Па·с, т. е. незакристаллизовавшаяся магма переходит в стеклообразное состояние. При малом числе активных центров кристаллизации магма полностью аморфизуется.

Так же может быть найдена объемная доля пузырьков в конце процесса газовыделения. Согласно проведенным расчетам для рассматриваемых параметров задачи, приведенных выше, она составляет 60 %. Средний диаметр пузырька приблизительно равен 30 мкм.

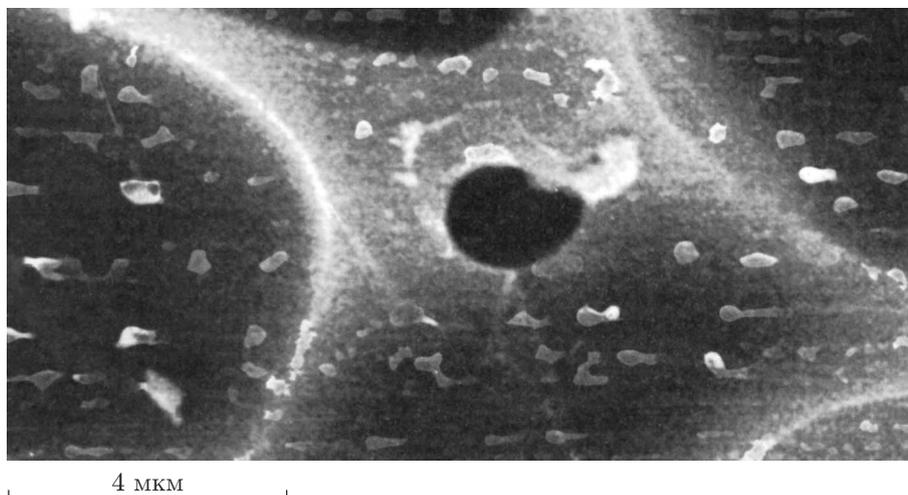


Рис. 5. Структура пемзы

Получившаяся при моделировании структура затвердевшей магмы не только качественно, но и количественно соответствует структуре реальной пемзы (рис. 5).

**Выводы.** Рассмотрена задача о затвердевании магмы в процессе эксплозивного вулканического извержения. Проанализированы тепловые эффекты, сопровождающие рост одиночного пузырька. Найдено автомодельное решение тепловой задачи в случае асимптотического закона роста. Показано, что на фронте пузырька устанавливается переохлаждение, которое остается постоянным в течение всего процесса, однако для характерных параметров рассматриваемой задачи оказывается недостаточным для кристаллизации расплава. Поэтому рассмотрена задача о затвердевании магмы в процессе роста ансамбля газовых пузырьков. Показано, что объемная доля кристаллической массы существенно увеличивается на начальной стадии газовыделения. По мере дегазации магмы ее вязкость сильно возрастает, при этом скорость роста кристаллов значительно уменьшается и в конечном счете становится практически равной нулю, в результате чего рост кристаллической массы прекращается. После выделения практически всей массы газа затвердевшая магма, согласно проведенному анализу, представляет собой стекло, содержащее кристаллиты, объемная доля которых достигает 40 %, и “замороженные” пузырьки диаметром около 30 мкм, объемная доля которых составляет 60 %.

Автор выражает благодарность В. К. Кедринскому за обсуждение работы и полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Hort M.** Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma // *J. Petrol.* 1998. V. 39, N 5. P. 1063–1076.
2. **Melnik O. E., Sparks R. S. J.** Nonlinear dynamics of lava dome extrusion // *Nature.* 1999. V. 402, N 4. P. 37–41.
3. **Мельник О. Э.** Нестационарная модель динамики вулканического извержения с учетом кристаллизации и фильтрации газа через магму // *Докл. РАН.* 2001. Т. 377, № 7. С. 629–633.
4. **Stolper E.** Water in silicate glasses: an infrared spectroscopic study // *Contrib. Mineral. Petrol.* 1982. V. 81. P. 1–17.
5. **Proussevitch A. A., Sahagian D. L.** Dynamics and energetics of bubble growth in magmas: analytical formulation and numerical modeling // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103, N B8. P. 18 223–18 251.
6. **Proussevitch A. A., Sahagian D. L.** Dynamics of coupled diffusive and decompressive bubble growth in magmatic systems // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101, N 8. P. 17 447–17 456.
7. **Persikov E. S., Zharikov V. A., Bukhtiyarov P. G., Pol'skoy S. F.** The effect of volatiles on the properties of magmatic melts // *Europ. J. Mineral.* 1990. V. 2. P. 621–642.
8. **Persikov E. S.** The viscosity of magmatic liquids: experiment, generalized patterns. A model for calculation and prediction. Applications // *Physical chemistry of magmas. V. 9. Advances in physical geochemistry.* N. Y. etc.: Springer-Verlag, 1991. P. 1–40.
9. **Lyakhovsky V., Hurwitz S., Navon O.** Bubble growth in rhyolitic melts: experimental and numerical investigation // *Bull. Volcanol.* 1996. V. 58, N 1. P. 19–32.
10. **Navon O., Chekhir A., Lyakhovsky V.** Bubble growth in highly viscous melts: theory, experiments, and autoexplosivity of dome lavas // *Earth Planet. Sci. Lett.* 1998. V. 160. P. 763–776.
11. **Скрипов В. П., Коверда В. П.** Спонтанная кристаллизация переохлажденных жидкостей. М.: Наука, 1984.

12. **Колмогоров А. Н.** К статистической теории кристаллизации металлов // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1937. Т. 3. С. 355–359.
13. **Uhlmann D. R.** A kinetic treatment of glass formation // J. Non-Cryst. Solids. 1972. V. 7, N 2. P. 337–348.
14. **Davies H. A.** The formation of metallic glasses // Phys. Chem. Glasses. 1976. V. 17, N 5. P. 159–173.
15. **Любов Б. Я.** Теория кристаллизации в больших объемах. М.: Наука, 1975.

*Поступила в редакцию 31/III 2003 г.*

---