УДК 533.7:532.546

ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АККОМОДАЦИИ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

М. Ю. Плотников

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск E-mail: plotnikov@itp.nsc.ru

Методом прямого статистического моделирования исследовано сверхзвуковое обтекание цилиндра в широком диапазоне значений степени разреженности: от режимов, близких к сплошному, до свободномолекулярного обтекания. Исследовано влияние коэффициента аккомодации на течение вблизи цилиндра и теплообмен между обтекающим газом и цилиндром.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, обтекание цилиндра, теплообмен, прямое статистическое моделирование, коэффициент аккомодации.

Исследование особенностей сверхзвукового обтекания цилиндра потоком разреженного газа проводится начиная с середины XX в. [1, 2]. В последнее время развитие численных методов газовой динамики, а также вычислительной техники существенно расширило возможности решения этой задачи. В [3, 4] исследовано обтекание цилиндра с использованием уравнений Навье — Стокса. В [5] проведена апробация модели переменных мягких сфер для расчета обтекания цилиндра азотом с помощью метода прямого статистического моделирования [6]. В [7] изучено влияние внутренних степеней свободы молекул на распределение параметров потока и теплопередачу при обтекании цилиндра гиперзвуковым потоком разреженного газа. В [8] на основе метода прямого статистического моделирования проведено исследование особенностей обтекания цилиндра бинарной смесью газов.

Данная работа является продолжением работы [9], в которой численно обоснована методика определения коэффициента аккомодации при сверхзвуковом свободномолекулярном обтекании тонкопроволочного датчика [10, 11]. Методика основана на изучении тепловых потоков при свободномолекулярном обтекании проволочки, поэтому возникает вопрос о подборе режимов, при которых теплообмен между газом и цилиндром близок к теплообмену в свободномолекулярном режиме. В [9] получены данные о влиянии степени разреженности на структуру течения и теплообмен.

Основная цель настоящей работы — исследование поперечного обтекания цилиндра бесконечной длины сверхзвуковым потоком разреженного газа для получения данных о влиянии коэффициента аккомодации на структуру течения и теплообмен. В последние годы дополнительным стимулом к проведению исследования является развитие газоди-

64

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 06-01-00292, 06-01-08000), Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (грант № НШ-5101.2006.1) и в рамках Интеграционного проекта Президиума РАН № 8.11.

намического метода напыления тонких пленок в вакууме [12–14] и возникшая вследствие этого необходимость детального изучения областей существенной неравновесности вблизи напыляемых поверхностей различной конфигурации.

1. Постановка задачи и решение методом прямого статистического моделирования. Используется прямоугольная система координат (X, Y, Z), в которой ось Xнаправлена вдоль невозмущенного потока, оси Y и Z перпендикулярны течению, причем ось Z совпадает с осью цилиндра.

Рассматривается стационарное обтекание бесконечного цилиндра диаметром d плоскопараллельным сверхзвуковым потоком одноатомного газа. Плоский источник расположен в сечении $x = x_s < 0$. Вниз по потоку на некотором расстоянии $x = x_e$ газ полностью поглощается. В силу симметрии задачи перейдем к следующей постановке: плоскость y = 0предполагается зеркальной, на плоскости $y = y_e$ заданы граничные условия, соответствующие невозмущенному потоку. Если частица возвращается на плоскость источника, то происходит ее поглощение.

На плоскости источника для потока газа заданы следующие граничные условия: поступательная температура T_s , скорость V_s , числовая плотность n_s . Температура поверхности цилиндра T_w принята постоянной. Для описания закона взаимодействия частиц использовалась модель переменных мягких сфер с параметрами, соответствующими гелию [6]. Для описания взаимодействия частиц с поверхностью цилиндра использовалась модель зеркально-диффузного отражения с коэффициентом аккомодации энергии α . Предполагалось, что с вероятностью α частицы диффузно отражаются от поверхности с энергией, соответствующей температуре цилиндра, а с вероятностью $1-\alpha$ частицы отражаются зеркально. Для характеристики степени разреженности использовалось число Кнудсена Kn = L/d (L — длина свободного пробега, определяемая по плотности n_s и температур ре T_s). Для приведения задачи к безразмерному виду в качестве характерных величин примем температуру T_s , плотность n_s , длину свободного пробега L и наиболее вероятную тепловую скорость частиц при температуре T_s . Определяющими параметрами задачи являются число Маха M_s , отношение температур T_w/T_s , число Кнудсена Кn и коэффициент аккомодации энергии α .

Размер расчетной области (в частности, положение плоскостей $x = x_e$ и $y = y_e$) оказывает влияние на результаты. Найдены значения x_e и y_e , начиная с которых течение вблизи цилиндра практически не зависит от размера расчетной области.

В ходе вычислений определялись макропараметры потока: плотность, число Маха, компоненты скорости и температуры в различных направлениях (V_x , T_x — вдоль потока, V_y , T_y , V_z , T_z — перпендикулярно потоку), общая температура $T = (T_x + T_y + T_z)/3$, тепловой поток Q между газом и цилиндром и коэффициент сопротивления цилиндра C_x .

При моделировании на каждом временном шаге использовалось от $3 \cdot 10^5$ до $1,5 \cdot 10^6$ частиц. Стационарное решение находилось с использованием большого количества повторений. Точность расчетов контролировалась путем использования различных шагов сетки и временных интервалов алгоритма прямого статистического моделирования. Решение считалось точным, если дальнейшее уменьшение шага сетки и временного интервала не приводило к выходящему за пределы статистической погрешности изменению вычисляемых параметров. Параметры алгоритма подбирались таким образом, чтобы стохастическая погрешность вычисления макропараметров течения (за исключением области непосредственно за цилиндром) и коэффициента сопротивления не превышала 1 %. В области течения за цилиндром из-за малой плотности потока стохастическая погрешность составляла приблизительно 10 %. Стохастическая погрешность вычисления теплового потока не превышала 0,005. 2. Результаты численных экспериментов. Численные эксперименты проводились для следующего набора параметров: $0,01 \leq \text{Kn} \leq \infty$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $0,317 \leq T_w/T_s \leq 26,700$, $M_s = 2.9$; 5,6. В ряде случаев полученные данные целесообразно представлять с использованием температуры, отнесенной к температуре торможения T_0 . Для чисел Маха $M_s = 2.9$; 5,6 температура торможения равна $3,8T_s$ и $11,45T_s$ соответственно. Важной характеристикой задачи является температура восстановления T_r . Для рассматриваемых чисел Маха в свободномолекулярном режиме температура восстановления равна $4,74T_s$ и $14,3T_s$ соответственно [2]. При числах Маха $M_s = 2.9$; 5,6 основная доля полного теплосодержания (74 и более 91 % соответственно) в струе преобразуется в кинетическую энергию направленного движения, поэтому качественные выводы могут быть справедливы и при бо́льших числах Маха.

2.1. Распределение макропараметров потока. Типичная картина, наблюдаемая при поперечном обтекании цилиндра сверхзвуковым разреженным потоком, имеет следующие особенности. Вокруг цилиндра формируется область возмущенного течения, характеризуемая сильной неравновесностью. Перед цилиндром имеется область существенного увеличения плотности, а за цилиндром — область разрежения. В окрестности цилиндра наблюдается значительное увеличение температуры. За цилиндром находится дозвуковая область течения, быстро переходящая в сверхзвуковую. В [9] приведены распределения макропараметров потока вдоль оси симметрии при различных значениях числа Кнудсена. Анализ распределения параметров вдоль оси симметрии позволяет сделать важные выводы. Температурная анизотропия свидетельствует о существенной поступательной неравновесности вблизи цилиндра. При Kn = 5 изменение параметров близко к их изменению в случае свободномолекулярного обтекания. С уменьшением Kn столкновения между налетающими и отраженными молекулами приводят к уменьшению T_x и росту T_y , T_z . При Kn = 0,1 в распределении T_x имеется два максимума, что может свидетельствовать о начале формирования отошедшей ударной волны. Вблизи поверхности цилиндра формируется пограничный слой, в котором распределение макропараметров течения существенно зависит от отношения T_w/T_0 . Отмечается рост плотности и понижение общей температуры перед цилиндром, а также увеличение размера области возмущенного течения (выраженного в локальных длинах свободного пробега) с уменьшением числа Кнудсена. При Kn $\leq 0,1$ формируется отраженная ударная волна.

На рис. 1, *a*-*в* приведено распределение макропараметров потока при $\alpha = 0$; 0,5; 1,0 соответственно. В распределении T_x перед цилиндром виден четко выраженный пик, а за ним — достаточно протяженная практически равновесная область течения. При увеличении коэффициента аккомодации (рис. 1,*6*,*6*) увеличивается доля отраженных "горячих" частиц, что приводит к изменению характеристик течения в пограничном слое. Следует отметить, что распределение параметров на рис. 1,*a* (случай зеркального отражения) и распределение, полученное при тех же числах Маха и Кнудсена и $T_w/T_0 = 1$ в случае диффузного отражения частиц, достаточно близки. По-видимому, это объясняется отсутствием энергообмена с поверхностью цилиндра в первом случае ($\alpha = 0$) и малым энергообменом во втором случае. Изменение макропараметров при M_s = 5,6 качественно аналогично показанному на рис. 1.

2.2. Свободномолекулярный режим. В случае свободномолекулярного течения известны аналитические выражения для коэффициента сопротивления C_x^{∞} , теплового потока q^{∞} и температуры восстановления T_r^{∞} [1, 2]:

$$C_x^{\infty} = \frac{\sqrt{\pi}}{3S} \left(4 - \alpha\right) \left[\left(S^2 + \frac{3}{2}\right) I_0 + \left(S^2 + \frac{1}{2}\right) I_1 \right] \exp\left(-\frac{S^2}{2}\right) + \alpha \frac{\pi^{3/2}}{4S} \sqrt{\frac{T_w}{T_s}};$$
(1)

$$q^{\infty} = (T_r^{\infty} - T_w) k \alpha n_s \sqrt{2RT_s} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{S^2}{2}\right) [I_0 + S^2(I_0 + I_1)];$$
(2)





Рис. 1. Распределение плотности n (1), скорости V_x (2) и температур T_x (3), T_y (4), T_z (5) по направлениям вдоль плоскости симметрии при $M_s = 2,9$, $Kn = 0,01, T_w/T_0 = 7/3$: $a - \alpha = 0; \ 6 - \alpha = 0,5; \ 6 - \alpha = 1$

$$T_r^{\infty} = T_s \left(\frac{S^2}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4 + 4S^2(1 + I_1/I_0)}\right).$$
(3)

Здесь $I_0 \equiv I_0(S^2/2), I_1 \equiv I_1(S^2/2)$ — модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка; $S = \sqrt{5/6} M_s$; k — постоянная Больцмана; тепловой поток q^{∞} отнесен к единице площади поверхности цилиндра.

В данной работе коэффициент сопротивления и тепловой поток вычислялись на основе суммирования импульса и кинетической энергии частиц, столкнувшихся с поверхностью цилиндра. В качестве тестового был реализован бесстолкновительный режим обтекания цилиндра. Полученные значения коэффициента сопротивления и теплового потока хорошо согласуются с результатами расчетов по уравнениям (1), (2).

2.3. Коэффициент сопротивления. На рис. 2 приведены результаты расчетов коэффициента сопротивления в зависимости от коэффициента аккомодации α . Из формулы (1) следует, что при свободномолекулярном обтекании цилиндра коэффициент сопротивления линейно зависит от α . Анализ данных, приведенных на рис. 2, позволяет сделать вывод, что для других режимов зависимость коэффициента сопротивления от α также близка к



Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления C_x от коэффициента аккомодации α при различных значениях числа Кнудсена: сплошные линии — $M_s = 2.9$; штриховые — $M_s = 5.6$; 1, 2 — $Kn = \infty$; 3, 4 — Kn = 1; 5, 6 — Kn = 0.1; 7, 8 — Kn = 0.01

Рис. 3. Зависимость теплового потока от отношения температур T_w/T_0 при $M_s = 2.9$:

 $1{-}4-\alpha=1;\,1',\,2',\,4'-\alpha=0{,}5;\,1'',\,4''-\alpha=0{,}1;\,1,\,1',\,1''-{\rm Kn}=0{,}01;\,2,\,2'-{\rm Kn}=1;\,3-{\rm Kn}=10;\,4,\,4',\,4''-{\rm Kn}=\infty$

линейной. Некоторая нелинейность кривых наблюдается при $\alpha < 0,25$. С уменьшением числа Кнудсена нелинейность зависимостей возрастает.

2.4. Тепловой поток. Из формулы (2) следует, что при свободномолекулярном обтекании цилиндра тепловой поток линейно зависит от коэффициента аккомодации. Обозначим через Q удельный тепловой поток, вычисленный на основе суммирования кинетической энергии частиц, столкнувшихся с поверхностью цилиндра за единицу времени, и отнесенный к единице площади поверхности цилиндра. На рис. 3 представлена зависимость теплового потока Q от отношения температур T_w/T_0 при различных значениях числа Кнудсена и $\alpha = 1,0; 0,5; 0,1 (M_s = 2,9)$. Полученные данные показывают, что с увеличением отношения температур T_w/T_0 тепловой поток уменьшается практически линейно. Естественно, что при уменьшении α угол наклона кривых уменьшается.

На рис. 4 приведены зависимости теплового потока Q от α при различных значениях Kn. Из анализа полученных данных следует, что использование линейного приближения возможно лишь при незначительном изменении α . С увеличением числа Маха невозмущенного потока нелинейность возрастает.

2.5. Температура восстановления. Важной характеристикой обтекания тела потоком газа является температура восстановления T_r (см., например, [1, 2]). При свободномолекулярном поперечном обтекании цилиндра значения T_r определяются аналитической зависимостью (3). Этот параметр используется в теории термоанемометров [15]. В выражение для коэффициента чувствительности термоанемометра входит относительная температура восстановления $\eta = T_r/T_0$. В режиме сплошной среды (Kn \rightarrow 0) $\eta \approx 0.96$ [15], а в свободномолекулярном режиме η зависит от числа Маха и количества внутренних степеней свободы молекул обтекающего газа.



Рис. 4. Зависимость теплового потока Q от коэффициента аккомодации α при $T_w/T_0 = 7/3$ и различных значениях числа Кнудсена: сплошные линии — $M_s = 2.9$; штриховые — $M_s = 5.6$; 1 — Kn = 0.01; 2 — Kn = 0.1; 3 — Kn = 1; 4 — Kn = ∞

Рис. 5. Зависимость относительной температуры восстановления от числа Кнудсена:

1— М
_ $s=2,9,\,\alpha=1;\,2$ — М
_ $s=2,9,\,\alpha=0,5;\,3$ — М
_ $s=5,6,\,\alpha=1;\,4$ — данные [16] для случая обтекания цилиндра потоком двухатомного газа (М
_s=5,9)

Для определения температуры восстановления в переходном режиме использовались зависимости $Q(T_w/T_0)$ (см. рис. 3). Видно, что полученные зависимости близки к линейным. Для каждой такой зависимости на температурной шкале определена точка, в которой тепловой поток равен нулю. Значения в этих точках приняты в качестве температуры восстановления. Для ряда определенных таким образом температур восстановления проведены тестовые расчеты, которые показали, что тепловой поток для данных соотношений температур T_w/T_0 близок к нулю.

На рис. 5 приведена зависимость относительной температуры восстановления от числа Кнудсена, а также данные, полученные в [16] с использованием программного комплекса "SMILE", для случая обтекания цилиндра потоком двухатомного газа (азота) с числом Маха $M_s = 5,9$. При Kn = 0,01 результаты расчетов хорошо согласуются с данными, полученными в случае континуумного обтекания, а при Kn > 40 — с данными для случая свободномолекулярного обтекания. Видно, что при Kn > 10 число Маха и коэффициент аккомодации слабо влияют на температуру восстановления. Значительно большее влияние оказывает многоатомность газа. При малых числах Кнудсена наибольшее влияние оказывает коэффициент аккомодации. При этом влияние числа Маха (в исследуемом диапазоне) и многоатомности незначительно, что согласуется с выводами работ [2, 17].

Для более детального анализа влияния коэффициента аккомодации на температуру восстановления на рис. 6 представлена зависимость $\eta(\alpha)$ при $M_s = 2.9$; 5,6 (Kn = 0,01; 1,00). Как известно, в случае свободномолекулярного обтекания цилиндра температура восстановления не зависит от коэффициента аккомодации. При учете столкновений частиц с увеличением значения α температура восстановления уменьшается, причем более существенно — по мере уменьшения числа Кнудсена.



Рис. 6. Зависимость $\eta(\alpha)$: 1, 2 — M_s = 2,9; 3, 4 — M_s = 5,6; 1, 3 — Kn = 0,01; 2, 4 — Kn = 1 Рис. 7. Зависимость η^* от числа Кнудсена: 1 — M_s = 2,9, α = 1; 2 — M_s = 2,9, α = 0,5; 3 — M_s = 5,6, α = 1; 4 — двухатомный газ (M_s = 5,9) [16]; 5 — расчет по формуле (4)

На рис. 7 представлена зависимость $\eta^*(Kn)$, где $\eta^* \equiv (\eta - \eta_c)/(\eta^\infty - \eta_c); \eta^\infty$ — относительная температура восстановления в случае свободномолекулярного обтекания; параметр η_c определяется эмпирической формулой для случая континуумного обтекания цилиндра [17]:

$$\eta_c = 1 - 0.05 \frac{\mathrm{M}^{3.5}}{1.175 + \mathrm{M}^{3.5}}.$$

На рис. 7 приведена также эмпирическая зависимость

$$\eta^* \equiv \frac{\eta - \eta_c}{\eta^\infty - \eta_c} = \frac{\mathrm{Kn}^{1,193}}{0,493 + \mathrm{Kn}^{1,193}},\tag{4}$$

предложенная в работе [17] по результатам обработки данных большого количества экспериментов, проведенных при $\gamma = 1,4, M > 0,4.$

Заключение. Анализ задачи, проведенный на основе прямого статистического моделирования, позволил выделить следующие важные особенности формирования течения вблизи поверхности цилиндра.

На характер распределения макропараметров течения вдоль оси симметрии наибольшее влияние оказывает степень разреженности течения. При Kn ≤ 0,1 формируется отошедшая ударная волна. При дальнейшем уменьшении значений Kn за отошедшей ударной волной образуются область линейного изменения параметров и пограничный слой, зависящий от температурного фактора и коэффициента аккомодации.

Протяженность области существенного изменения макропараметров потока перед цилиндром (выраженная в длинах свободного пробега) увеличивается с уменьшением числа Кнудсена и уменьшается с увеличением числа Маха и с уменьшением значения α .

Коэффициент сопротивления C_x уменьшается при уменьшении коэффициента аккомодации.

При конечных значениях числа Кнудсена и различных числах Маха и коэффициентов аккомодации тепловой поток уменьшается практически линейно с увеличением отношения

температур T_w/T_0 . С уменьшением числа Кнудсена влияние температурного фактора на тепловой поток уменьшается.

Использование линейного приближения для описания зависимостей $C_x(\alpha)$ и $Q(\alpha)$ возможно лишь при незначительных изменениях α .

При больших значениях Kn число Маха и коэффициент аккомодации слабо влияют на температуру восстановления. Значительно большее влияние оказывает многоатомность газа.

При малых числах Кнудсена существенное влияние на температуру восстановления оказывает коэффициент аккомодации. Влияние числа Маха (в исследуемом диапазоне) и многоатомности при малых числах Кнудсена незначительно.

С увеличением значения α температура восстановления уменьшается, причем наиболее существенно — при уменьшении числа Кнудсена.

Автор выражает благодарность А. К. Реброву и А. А. Морозову за полезные обсуждения результатов представленной работы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
- Кошмаров Ю. А. Прикладная динамика разреженного газа / Ю. А. Кошмаров, Ю. А. Рыжов. М.: Машиностроение, 1977.
- 3. Башкин В. А., Егоров И. В., Егорова М. В., Иванов Д. В. Обтекание кругового цилиндра с изотермической поверхностью сверхзвуковым потоком газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 1. С. 165–172.
- 4. Горшков А. Б. Теплообмен при сверхзвуковом обтекании сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 1. С. 156–164.
- Koura K., Takahira M. Monte Carlo simulation of hypersonic rarefied nitrogen flow around a circular cylinder // Proc. of the 19th Intern. symp. on rarefied gas dynamics / Ed. by J. Harvey, G. Lord. Oxford: Univ. Press, 1995. V. 2. P. 1236–1242.
- Bird G. A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
- 7. Горелов С. Л., Русаков С. В. Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 4. С. 131–144.
- Плотников М. Ю., Ребров А. К. Прямое статистическое моделирование поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком бинарной смеси разреженных газов // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 5. С. 53–59.
- Плотников М. Ю. Прямое статистическое моделирование поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком разреженного газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 3. С. 154–162.
- Rebrov A. K., Morozov A. A., Plotnikov M. Yu., et al. Determination of accommodation coefficients of translational and internal energy using a thin wire in free-molecular flow // Rev. Sci. Instrum. 2003. V. 74, N 2. P. 1103–1106.
- 11. Ребров А. К., Морозов А. А., Плотников М. Ю. и др. Аккомодация поступательной и вращательной энергии газа при свободномолекулярном обтекании тонкой проволоки // Журн. эксперим. и теорет. физики. 2003. Т. 124, № 4. С. 820–828.
- 12. Ребров А. К., Тимошенко Н. И., Шишкин А. В. Осаждение тонких тефлоноподобных пленок из сверхзвуковой струи C₂F₄ в вакууме // Докл. РАН. 2004. Т. 399, № 6. С. 766–769.
- 13. Rebrov A. K., Sharafudinov R. S., Shishkin A. V., Timoshenko N. I. Free C₂F₄ jet deposition of thin PTFE-like films // Plasma Process Polym. 2005. V. 2, N 6. P. 464–471.

- 14. **Мальцев Р. В., Ребров А. К.** Газодинамические коллайдеры: численное моделирование // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 3. С. 142–151.
- 15. **Лебига В. А.** Термоанемометрия сжимаемых потоков. Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. техн. ун-та, 1997.
- 16. Шевырин А. А. Анализ особенностей течения разреженного газа в переходном режиме: Дис.... магистра. Новосибирск, 2003.
- Dewey C. F. A correlation of convective heat transfer and recovery temperature data for cylinders in compressible flow // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1965. V. 8, N 2. P. 245–252.

Поступила в редакцию 18/V 2007 г., в окончательном варианте — 25/VI 2007 г.