

рассчитываются по известным формулам Уилке

$$\Phi_{\alpha} = A_{\alpha} c_{\alpha}, \quad (3)$$

где $A_{\alpha} = - \frac{l}{P_{\Gamma}} \frac{(1-x_{\alpha})}{\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_{\beta}}{L_{\alpha\beta}}}$; c_{α} — массовая концентрация; $L_{\alpha\beta}$ — числа

Льюиса для бинарной смеси.

Из тех же графиков видно, что приближенные результаты (штриховые линии) отличаются от точных, причем относительное отличие в локальных концентрациях может достигать 20—30%.

Штрихпунктирные кривые на рис. 1, 2 получены в предположении, что все $B_{\alpha} \equiv 0$, т. е.

$$\Phi_{\alpha} = A_{\alpha} x_{\alpha}, \quad (4)$$

что заведомо неверно, но аналогично формулам Уилке. Это тоже позволяет обойтись одними внутренними итерациями. Сравнение, когда вдувается азот, показывает, что эти кривые ближе к точным, чем с использованием соотношений Уилке, а при вдуве гелия, напротив, лучшее совпадение с точным решением получается в первом случае.

Поскольку оба последних подхода неточны, заранее трудно сказать, какую ошибку (и в какую сторону) они дадут. Для грубых расчетов можно использовать любой из них. Однако, как показано выше, получение точного решения, кроме некоторого увеличения машинного времени, тоже не связано с какими-либо дополнительными вычислительными трудностями.

*Институт теоретической
и прикладной механики
СО АН СССР, Новосибирск*

*Поступила в редакцию
16/VI 1975*

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Тирский. Космические исследования, 1964, 4.
2. F. G. Vlotinger. AIAA J., 1970, 8, 2.
3. Д. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р. Берд. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., 1961.
4. Г. А. Тирский. ПММ, 1969, 33, 1.
5. Н. А. Анфимов и др. ИФЗ, 1972, 22, 5.

О СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ С ЧАСТИЦАМИ КРУПНОГО РАЗМЕРА

Э. И. Максимов

В данной работе рассматриваются закономерности горения двухкомпонентных смесей типа дымного пороха, состоящих из газифицирующегося окислителя (KNO_3 , $KClO_4$, NH_4ClO_4 и т. п.) и частиц тугоплавкого горючего (вольфрам, графит и т. п.), не образующих при горении пленки конденсированных продуктов. Предполагается, что ведущая горение реакция имеет место в дисперсной зоне, состоящей из частиц горючего и газообразного окислителя [1]. Если предполагать, что можно провести усреднение, то система уравнений, описывающая горение таких смесей для монодисперсных частиц, будет следующей:

$$n_0O + n_r\Gamma = n_p\Pi; \quad (1)$$

$$d/dx(\lambda dT/dx) - d/dx(cTu_r\rho_r) - d/dx(cT_s u_k Nm) + QNS\omega \cdot M_r n_r / M_0 n_0 = 0; \quad (2)$$

$$d/dx(D\rho_r d\xi/dx) - d/dx(u_r \rho_r \xi) - NS\omega = 0; \quad (3)$$

$$u_0 N_0 m_0 d\eta/dx = NS\omega \cdot M_r n_r / M_0 n_0; \quad (4)$$

$$cmu_k dT_s/dx = QS\omega (M_r n_r / (M_0 n_0)) - 2\lambda/d \cdot S(T_s - T); \quad (5)$$

$$N_0 u_0 = Nu_k; \quad (6)$$

$$u_0(\rho_k + m_0 N_0) = u_k Nm + u_r \rho_r; \quad (7)$$

$$mu_k du_k/dx = 3\pi d(u_r - u_k)\nu\rho_r; \quad (8)$$

$$\omega = 0 \text{ при } T < T_s; \quad \omega = 2D\rho_r/d \cdot \xi \text{ при } T > T_s. \quad (9)$$

Граничные условия: $x \rightarrow \infty \quad d=0, \xi=0, \eta=1,$

$$T = T_k = T_0 + Q/c \cdot m_0 N_0 / (\rho_k + m_0 N_0) - L/c \cdot \rho_k / (\rho_k + m_0 N_0);$$

$$x=0, \quad T = T_p, \quad \lambda dT/dx|_{-0} + Lu_0 \rho_k = \lambda T/dx|_{+0};$$

$$D\rho_r d\xi/dx + u_r \rho_r \xi = u_0 \rho_k, \quad u_k = u_0,$$

где O — газообразный окислитель с относительной весовой концентрацией ξ ; Γ — горючее, Π — газообразные продукты, n_r, n_0, n_p — их стехиометрические коэффициенты; M_r, M_0 — их молекулярные веса; T, T_s, T_0, T_p — температуры газа, частиц, начальная и температура воспламенения частиц соответственно; x — координата; λ — коэффициент теплопроводности; c — теплоемкость газа и частиц (считаются одинаковой); ρ_r, ρ_k, ρ_s — соответственно плотность газа, окислителя в конденсированной фазе, частиц горючего; u_r, u_k — скорость газа и частиц; N и N_0 — концентрация частиц текущая и начальная; $m = 1/6 \cdot \pi \rho_s d^3$ — масса частиц (считаются сферическими) диаметром d ; m_0, d_0 — начальная масса и диаметр частиц; $S = \pi d^2$ — поверхность частиц; D — коэффициент диффузии окислителя; $\eta = (d_0^3 - d^3)/d_0^3$ — глубина превращения; Q — тепловой эффект на 1 г горючего; ν — коэффициент кинематической вязкости газа; L' — теплота газификации окислителя; u_0 — скорость горения. Смесь считается стехиометрической.

Предполагается, что в кинетической области ($T < T_s$) реакцией можно пренебречь, а частицы увлекаются газом под действием силы Стокса [$(u_r - u_k)\rho_r d/\nu\rho_r \ll 1$]. Предполагается, что частиц в объеме газа мало. Поскольку реакция неактивированная, то она может протекать в широком диапазоне температур. Поэтому λ, D, ρ_r нельзя считать постоянными.

Решить систему нелинейных уравнений весьма сложно. Поэтому намечилось два пути решения этой проблемы. В ряде работ [1—3] использовался грубо приближенный метод теплового потока, в котором уравнения (1)—(9) не рассматриваются. Этот метод может дать лишь оценку скорости горения. В других работах [4—7] сделана попытка рассмотрения системы уравнений (1)—(9). Наибольшие успехи достигнуты в работах [4, 5]. В них рассматривалось одно уравнение (2) в предположении, что скорость реакции постоянна и равна скорости на границе воспламенения, а также в предположении, что скорость горения мала, а частицы очень малы и меняются при реагировании. Позднее в [8] удалось полностью решить уравнения (1)—(9) в предположении, что частицы очень малые, т. е. $u_k = u_r$. В данной работе это ограничение снимается. Задача решается в предположении $\rho_k \gg m_0 N_0$ (обычно для стехиометрической смеси $m_0 N_0 / \rho_k \approx 0,1$). Поэтому пренебрегаем

конвективным теплом, переносимым частицами, а также полагаем $\lambda \approx \lambda_r$ (λ_r — коэффициент теплопроводности газа), $u_r \rho_r \approx u_0 \rho_k$. Из (2) и (4) получаем

$$\frac{dT}{d\eta} = \frac{M_0 n_0}{M_r n_r} \frac{u_0^2 m_0 \rho_k c}{\lambda} \frac{N_0}{N} \frac{(T - T'_0) - (T_k - T'_0) \eta}{S \omega}, \quad (10)$$

где $T'_0 \equiv T_0 - L/c$. Концентрация частиц, согласно (6), зависит от скорости их движения. В первом приближении $u_r - u_k \approx u_r$, что справедливо вблизи поверхности, поскольку $u_k \ll u_r$; среднее значение вязкости равно ее значению в момент воспламенения частиц. Полагаем также, что при $t=0$ $u_k = 0$, так как $u_r \gg u_0$. Отсюда

$$u_k = \sqrt{\frac{36 \bar{\nu} u_r \rho_r x}{\rho_s d_0^2}}. \quad (11)$$

Черта сверху означает среднее значение.

Путь разгона получается, принимая $u_k = u_r$:

$$x_1 = \rho_s d_0^2 u_r / 36 \bar{\nu} \rho_r. \quad (12)$$

Точное решение (8) показывает, что на самом деле в точке x_1 u_k меньше u_r на $\sim 15\%$.

В данной работе рассматривается горение частиц, воспламеняющихся внутри области x_1 , но имеющих размер много меньше зоны прогрева. Если зона прогрева равна

$$x_* = (\bar{\lambda} / c \rho_r u_r) \ln (T_* - T'_0 / T_{\text{II}} - T'_0), \quad (13)$$

то диапазон изменения размеров частиц

$$\frac{\lambda}{c^2 \rho_r^2 u_r^2} \ln^2 \frac{T_* - T'_0}{T_{\text{II}} - T'_0} \gg d_0^2 > \frac{36 \lambda \bar{\nu}}{c \rho_s u_r^2} \ln \frac{T_* - T'_0}{T_{\text{II}} - T'_0}. \quad (14)$$

Оценка показывает, что при 1 атм для систем $\text{KClO}_4 + \text{W}$ $1000 \text{ мкм} \gg d > 40 \text{ мкм}$, для 10 атм — $300 \text{ мкм} \gg d > 10 \text{ мкм}$. Полагаем, что концентрация частиц в зоне реакции постоянна и равна концентрации их в момент воспламенения. Ошибки, связанные с этим и с приближенным решением уравнения движения, в значительной степени компенсируют друг друга, поскольку имеют разные знаки. Из (6), (11) и (13) находим

$$N_* = N_0 \frac{u_0 d_0}{6} \sqrt{\frac{c \rho_s}{\bar{\lambda} \bar{\nu} \ln [(T_* - T'_0) / (T_{\text{II}} - T'_0)]}}. \quad (15)$$

Подставляя (15) и (9) в (10), получаем

$$\begin{aligned} v_0(\theta) d\eta/d\theta &= (\theta - \eta) / \xi (1 - \eta)^{-1/3}; \\ 0 &= \theta, \quad \eta = 0, \quad \xi = \xi; \quad \theta = 1, \quad \eta = 1, \quad \xi = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где $0 = (T - T'_0) / (T_k - T'_0)$, $v_0(\theta) = M_0 n_0 / M_r n_r \cdot u_0 d_0 \rho_k \times$
 $\times \sqrt{\rho_s c \bar{\nu} \bar{\lambda} \ln [(T_* - T'_0) / (T_{\text{II}} - T'_0)]} / 2 \lambda D \rho_r$.

Учитываем, что $D \sim T^{3/2} / \rho$, $\lambda \sim T^{1/2}$, $\rho_r \sim \rho / T$, $\bar{\nu} \sim T^{3/2} / \rho$. Поэтому $(\bar{\lambda} \bar{\nu})^{1/2} \sim \bar{T}_{\text{II}}$; в зоне прогрева принимаем $\bar{T}_{\text{II}} \approx (T_* + T_{\text{II}}) / 2$. Выражение $\lambda D \rho_r \sim T$. Поэтому принимаем в зоне реакции $\bar{T}_p \approx (T_k + T_*) / 2$. Отсюда $(\bar{\lambda} \bar{\nu})^{1/2} / \lambda D \rho_r = (\nu_0 / \lambda_0)^{1/2} \cdot 1 / D_0 \rho_{r0} \cdot (T_* + T_{\text{II}}) / (T_k + T_*) \cdot (\rho_0 / \rho)^{1/2}$, где значения D_0 , ρ_{r0} , ν_0 , λ_0 взяты при нормальных условиях ($T_0 = 20^\circ \text{C}$, $\rho_0 = 1 \text{ атм}$).

Следовательно,

$$v_0 = M_0 n_0 / M_r n_r \times \frac{u_0 d_0 \rho_K \sqrt{\rho_s c v_0 \ln [(T_* - T'_0) / (T_{\Pi} - T'_0)] \cdot (T_* + T_{\Pi})}}{2\lambda^{1/2} D_0 \rho_{r0} \cdot (T_r + T_*)} \cdot (\rho_0 / \rho)^{1/2}$$

не зависит от θ и является параметром задачи (16).

Решаем задачу (16), пренебрегая изменением размера частиц, т. е. $(1 - \eta)^{1/3} \approx 1$. Как было показано [7], это дает ошибку не более 15%. Исходя из подобия полей температуры и концентраций (в силу

$D = (\lambda_r / c \rho_r)$, из (2) и (3) находим

$$\xi = B(1 - \theta), \quad (17)$$

где $B = M_0 n_0 / M_r n_r \cdot m_0 N_0 / \rho_K$ (для стехиометрического состава $B = 1$). Подставляем (17) в (16) и путем двух замен ($x = 1 - \eta$ и $z = (1 - \theta) / (1 - \eta)$), получаем

$$z dz / (z^2 + \bar{v}_0 z - \bar{v}_0) = -dx/x; \quad (18)$$

$x = 0, z = 0/0, x = 1, z = 1 - \theta_*$, где $\bar{v}_0 = v_0 / B$. Неопределенность в граничных условиях раскрывается из следующих физических соображений. Вблизи «горячей» границы $d^2 T / dx^2$ убывает гораздо быстрее, чем dT/dx . Тогда из уравнений (2) и (4) следует, что $c(T - T'_0) \approx \theta \eta$, т. е. $\theta \approx \eta$. Отсюда при $x = 0, z = 1$.

Решение (18) имеет вид

$$\bar{v}_0 = B(1 - \theta_*)^2 / \theta_*, \quad (19)$$

а в размерном виде

$$u_0^2 = \frac{4\lambda_0 D_0^2 \rho_{r0}^2 c (\rho / \rho_0) (T_r - T_*)^4 (T_r + T_*)^2}{d_0 \rho_K^2 Q^2 \rho_s v_0 \ln [(T_* - T'_0) / (T_{\Pi} - T'_0)] (T_* - T'_0)^2 (T_* + T_{\Pi})^2}. \quad (19a)$$

Если $d_0 \ll \lambda / c \rho_r u_r (\rho_r / \rho_s)^{1/2}$, то температура воспламенения T_* определяется по Франк-Каменецкому [9], в другом предельном случае — по Хайкину и Руманову [2]. Температуру поверхности T_{Π} необходимо брать из опыта. В этом смысле задача представляется незамкнутой, поскольку $T_{\Pi} = f(u_0)$. Однако зависимость $u_0 = f(T_{\Pi})$ очень слабая. Например, для $T_r = 2500$ К, $T_* = 1500$ К, $T_{\Pi} = 700$ К, $T'_0 = 500$ К увеличение T_{Π} на 100° приводит к изменению скорости горения на 6%. Поскольку реакция газификации солей активированная, то изменение T_{Π} в широком диапазоне u_0 должно быть незначительным. Но в принципе задачу можно замкнуть, если рассмотреть реакцию в конденсированной фазе. Пусть газификация окислителя описывается реакцией нулевого порядка, а газы мгновенно отводятся, тогда

$$d/dx (\lambda_r dT/dx) - u_0 \rho_K c dT/dx - L k_0 \rho_K \exp(-E/RT) = 0, \quad (20)$$

$$u_0 \rho_K d\alpha/dx = k_0 \rho_K \exp(-E/RT). \quad (21)$$

При $x = -\infty, T = T_0, \alpha = 0$; при $x = 0, T = T_{\Pi}, \alpha = 1$. Здесь α — глубина превращения окислителя, λ_r — коэффициент теплопроводности в конденсированной среде, k_0 — предэкспонент, E — энергия активации реакции разложения. Из (20) и (21) можно получить

$$\int_{T_*}^{T_{\Pi}} e^{-E/RT} dT = \frac{u_0^2 \rho_K^2 L}{\lambda_r k_0} \int_0^1 \left[\frac{c(T - T_0)}{L} + \alpha \right] d\alpha. \quad (22)$$

Если положить, что в зоне реакции $T \approx T_{\pi}$ (зона реакции узка), то

$$u_0^2 = \frac{\lambda_{\kappa} k_0 R T_{\pi}^2}{\rho_{\kappa} c E} \cdot \frac{\exp(-E/RT_{\pi})}{T_{\pi} - T_0 + L/2c}. \quad (23)$$

Скорость горения окислителя может зависеть от давления [10, 11], если при разложении образуется ленивая зона. Если реакция в конденсированной фазе экзотермическая ($Q_{\kappa} = -L$), то скорость горения смеси определяется уравнениями (19а) и (23) (ведущий процесс в дисперсной зоне), либо одним уравнением (23) (ведущий процесс в конденсированной зоне), тогда $T_{\pi} = T_0 + (Q_{\kappa}/c)$. В последнем случае, если считать, что в кинетической области $\omega = 0$, частицы вообще не будут вспыхивать, так как будет отсутствовать причина их нагревания. Поэтому при недостаточной температуре источника зажигания может случиться, что будет гореть только конденсированная фаза. Смена ведущей стадии, как и для зон с активной реакцией [12], определяется равенством скоростей горения при $T_{\pi} = T_0 + (Q_{\kappa}/c)$ и должна быть весьма резкой. Если частицы горючего расплавляются в конденсированной фазе, то в уравнение (19а) необходимо подставить размер агломерированных частиц.

Отделение института
химической физики
АН СССР, Черногловка

Поступила в редакцию
3/VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Лейпунский. ЖФХ, 1960, 34, 1.
2. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. Докл. АН СССР, 1971, 201, 1.
3. В. М. Захаров, Л. А. Клячко. Докл. ФГВ, 1972, 8, 1.
4. Б. В. Новожилов. Докл. АН СССР, 1960, 131, 1400.
5. Б. В. Новожилов. ЖФХ, 1962, 36, 1803.
6. Ф. А. Вильямс. Теория горения. М., «Наука», 1971.
7. Р. И. Нигматули, П. В. Ванштейн. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
8. В. И. Юхвид, Э. И. Максимов, С. И. Матвеев.— В сб.: IV Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву (в печати).
9. А. Д. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике, М., «Наука», 1967.
10. Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1964, 157, 412.
11. Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов. НГПГВ, 1966, 2, 1.
12. О. Б. Якушева, Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1965, 1, 3.

ВЛИЯНИЕ СТАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ НА КРИТИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР ДЕТОНАЦИИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВВ

Р. Х. Курбангалина, Л. И. Патронова

Известно [1—3], что заключение конденсированного ВВ в прочную массивную оболочку приводит к заметному уменьшению величины критического диаметра устойчивой детонации. Но ни в одной из имеющихся работ не было получено количественного соотношения между величиной критического диаметра d_c в свободном от оболочки (или в слабой оболочке) заряде и величиной критического диаметра d_m в металлической оболочке. Поскольку этот вопрос имеет большое практическое и научное значение, в данной работе было продолжено экспериментальное исследование, начатое ранее другими авторами, с целью получения