

## О ВЛИЯНИИ ВЫХОДА ГОРЮЧИХ ЛЕТУЧИХ КОМПОНЕНТОВ ИЗ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ

А. Ю. Крайнов

Томский государственный университет, 634050 Томск, akrainov@ftf.tsu.ru

Представлена физико-математическая модель самовоспламенения газовзвеси, дисперсная фаза которой гетерогенно реагирует с окислителем газовой фазы и выделяет летучие компоненты, реагирующие с окислителем газовой фазы. Модель учитывает влияние стефановского потока летучих компонентов и газообразных продуктов гетерогенной реакции на тепло- и массообмен частиц с газовой фазой. Выявлены четыре режима самовоспламенения газовзвеси: воспламенение каждой частицы отдельно, без взаимовлияния; воспламенение газовзвеси за счет гетерогенной реакции в режиме самовоспламенения совокупности частиц; самовоспламенение за счет тепловыделения от реакции в газовой фазе выделившихся летучих компонентов; самовоспламенение в условиях взаимовлияния газовой фазы и гетерогенной реакции. Предложен способ определения областей параметров, характеризующих дисперсную фазу, где реализуется тот или иной режим самовоспламенения. Получены аналитические формулы для определения периода самовоспламенения газовзвеси в каждом режиме, и проведено их сравнение с результатами численного счета. Проанализировано влияние стефановского потока на самовоспламенение газовзвеси.

Ключевые слова: газовзвесь, летучие компоненты, стефановский поток, самовоспламенение.

В технологических процессах угледобычи и углепереработки встречаются газовзвеси угольной пыли, находящиеся в различных условиях и отличающиеся дисперсностью, температурой и другими параметрами [1–4]. Уголь обладает свойством выделять адсорбированный в нем метан и другие летучие компоненты при нагревании [1–3]. Летучие компоненты в угле (в зависимости от его сорта) составляют 20 ÷ 70 % массы [3]. Они интенсивно выделяются при горении угля, их выделение играет существенную роль при воспламенении и зажигании газовзвесей. От содержания летучих компонентов в углях зависит способность газовзвесей угольной пыли к взрыву [1]. Их присутствие в окружающем воздухе повышает способность газовзвеси угольной пыли к самовоспламенению, облегчает зажигание газовзвеси различными источниками [3, 4].

Математическому моделированию самовоспламенения газовзвесей посвящено много работ. В [5] предложена двухтемпературная модель самовоспламенения газовзвеси. В работах [6–8] исследуются закономерности самовоспламенения газовзвесей более сложного состава — полидисперсной [6], двухкомпонентной

[7], а также двухкомпонентного аэрозоля, испаряющегося и реагирующего в газовой фазе [8].

В настоящей работе рассматривается математическая модель химического реагирования газовзвеси частиц материала, способного к выделению летучих компонентов. Анализируется газовзвесь, состоящая из мелких равномерно распределенных в газе сферических частиц одинакового радиуса. Газ представляет собой смесь окислителя и инертного газа. Предполагается, что в объеме частиц идет выделение летучих компонентов, скорость их образования зависит от температуры по закону Аррениуса. В [2] в результате обработки экспериментальных данных установлено, что выделение летучих компонентов из объема угольных частиц соответствует реакции первого порядка, определены формально-кинетические параметры этой реакции. Предполагается, что выделение летучих компонентов приводит к изменению плотности частицы и не изменяет ее размера. Выделившиеся летучие через поверхность частицы выходят в окружающий газ, перемешиваются с несущей фазой газовзвеси и могут вступать в реакцию с окислителем. Реакция в газовой фазе предполагается зависящей от температуры по закону Аррениуса и идет по второму порядку. Окислитель также может вступать в гетерогенную реакцию с частицами с образованием газообраз-

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-03009).

ных продуктов реакции, скорость которой описывается зависимостями [9, 10], учитывающими скорость массообмена частицы с окислителем. Гетерогенная реакция приводит к изменению радиуса частиц. В рассматриваемой газозвеси идут три химические реакции, отличающиеся механизмом протекания: выделение летучих, гетерогенная реакция на поверхности частиц, гомогенная реакция второго порядка в газе.

Выделяющиеся летучие компоненты и газообразные продукты гетерогенной реакции образуют стефановский поток от частицы, который изменяет тепло- и массообмен частицы с газом, что влияет на химическое реагирование и, как следствие, на период самовоспламенения. Предполагается, что химическое реагирование развивается в условиях постоянного объема, поэтому термическое и химическое расширение газа не учитывается; теплоемкости продуктов реакции, выделившихся летучих компонентов и несущей газовой фазы различаются несущественно; распределение температуры внутри частиц равномерное.

Математическая модель химического реагирования в рассматриваемой газозвеси строится на основе подходов механики многофазных сред [9] с учетом химических реакций, тепло- и массообмена между фазами и двухтемпературной модели горения газозвеси [5]. Модель состоит из уравнений сохранения массы и энергии газовой фазы, уравнений энергии и изменения массы частиц [7, 8]. В безразмерной форме эта система уравнений имеет следующий вид: уравнение энергии газовой фазы:

$$\bar{\rho}_g \frac{d\theta_g}{d\tau} = \frac{BC}{\chi} \text{Nu}^w (\theta_p - \theta_g) \bar{r}_p + \bar{\rho}_1 \bar{\rho}_2 \exp \frac{\theta_g}{1 + \beta\theta_p} - \left( C\theta_p - \theta_g + \frac{C-1}{\beta} \right) B \frac{d(\bar{\rho}_p \bar{r}_p^3)}{d\tau}; \quad (1)$$

уравнение энергии частицы:

$$\bar{r}_p \frac{d\theta_p}{d\tau} = -\text{Nu}^w \frac{\theta_p - \theta_g}{\chi} \frac{1}{\bar{r}_p \bar{\rho}_p} + \frac{\delta}{\chi \bar{\rho}_p} \Phi(\theta_p) - JQC \frac{\bar{\rho}_p - \bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_p} \exp \frac{E_{31}\theta_p}{1 + \beta\theta_p}; \quad (2)$$

уравнение изменения радиуса частицы:

$$\frac{d\bar{r}_p}{d\tau} = -\frac{\mu CLe}{3\chi} \frac{\text{Nu}_D^0}{\text{Nu}^0} \frac{\text{Nu}_D^w}{\text{Nu}^w} \frac{1}{\bar{\rho}_p} \Phi(\theta_p); \quad (3)$$

уравнение изменения плотности частицы в связи с выходом летучих компонентов:

$$\frac{d\bar{\rho}_p}{d\tau} = -J\gamma \frac{1}{n_1} (\bar{\rho}_p - \bar{\rho}_c) \exp \frac{E_{31}\theta_p}{1 + \beta\theta_p}; \quad (4)$$

уравнение изменения плотности окислителя, потребляемого в реакции в газовой фазе и в гетерогенной реакции:

$$\frac{d\bar{\rho}_1}{d\tau} = -\gamma \bar{\rho}_1 \bar{\rho}_2 \exp \frac{\theta_g}{1 + \beta\theta_p} - n_2 B \frac{\mu CLe}{\chi} \frac{\text{Nu}_D^0}{\text{Nu}^0} \frac{\text{Nu}_D^w}{\text{Nu}^w} \Phi(\theta_p) \bar{r}_p^2; \quad (5)$$

уравнение изменения плотности газового горючего, которое выделяется из частицы и потребляется в реакции в газовой фазе:

$$\frac{d\bar{\rho}_2}{d\tau} = -\frac{n_3}{n_1} \gamma \bar{\rho}_1 \bar{\rho}_2 \exp \frac{\theta_g}{1 + \beta\theta_p} + \frac{n_4}{n_1} \gamma B J \bar{r}_p^3 (\bar{\rho}_p - \bar{\rho}_c) \exp \frac{E_{31}\theta_p}{1 + \beta\theta_p}; \quad (6)$$

уравнение сохранения массы всей смеси в целом:

$$\frac{d}{d\tau} (\bar{\rho}_g + B \bar{\rho}_p \bar{r}_p^3) = 0, \quad \bar{\rho}_g = \bar{\rho}_{in} + \bar{\rho}_1 + \bar{\rho}_2; \quad (7)$$

скорость гетерогенной химической реакции:

$$\Phi(\theta_p) = \frac{\bar{\rho}_1 \exp(E_{21}\theta_p/(1 + \beta\theta_p))}{1 + \bar{r}_p \mu / \text{Nu}^w \exp(E_{21}\theta_p/(1 + \beta\theta_p))}. \quad (8)$$

Начальные условия:

$$\theta_g(0) = \theta_p(0) = 0, \quad \bar{\rho}_g(0) = 1, \quad \bar{\rho}_1(0) = 0,2, \quad \bar{\rho}_2(0) = 0, \quad \bar{\rho}_p(0) = 1, \quad \bar{r}_p(0) = 1. \quad (9)$$

Здесь безразмерные переменные следующие:  $\tau = t/t_*$  — время,  $\theta = E(T - T_0)/RT_0^2$  — температура,  $\bar{\rho}_i = \rho_i/\rho_{g,*}$  — плотность ( $i = 1$  — окислитель,  $2$  — горючее,  $in$  — не реагирующий газ),  $\bar{\rho}_p = \rho_p/\rho_{p,*}$  — плотность конденсированной фазы,  $\bar{r}_p = r_p/r_*$  — радиус частиц. В качестве масштабов переменных приняты:  $t_* = c_g RT_0^2 \exp(E_1/RT_0)/Q_1 k_{0,1} E_1 \rho_{g,0}$  — время,  $T_* = RT_0^2/E_1$  — температура,  $\rho_{g,*} = \rho_{g,0}$  — плотность газовой фазы,  $\rho_{p,*} = \rho_{p,0}$  — плотность конденсированной фазы,  $r_* = r_{p,0}$  — размер частиц. Безразмерные параметры характеризуют:  $B = (4/3)\pi r_{p,0}^3 N \rho_{p,0}/\rho_{g,0}$  — массовую концентрацию дисперсной фазы,  $\chi = c_p \rho_{p,0} r_{p,0}^2 / 3 \lambda_g \text{Nu}^0 t_*$  — размер частиц дисперсной фазы,  $\mu = r_{p,0} k_{0,2} \exp(-E_2/RT_0)/\text{Nu}_D^0 D$  — отношение скорости гетерогенной химической реакции к скорости массообмена,  $\delta =$

$r_{p,0}Q_2E_1\rho_{g,0}k_{0,2}\exp(-E_2/RT_0)/\text{Nu}^0\lambda_gRT_0^2$  — отношение скорости тепловыделения гетерогенной химической реакции к скорости теплообмена,  $J = k_{0,3}\exp(-E_3/RT_0)/(\rho_{g,0}k_{0,1}\exp(-E_1/RT_0))$  — отношение скорости выделения летучих компонентов к скорости химической реакции в газовой фазе,  $C = c_p/c_g$ ,  $P = \rho_{p,0}/\rho_{g,0}$ ,  $Q = Q_3/Q_1$ ,  $\gamma = c_gRT_0^2n_1/Q_1E_1$ ,  $\beta = RT_0/E_1$ ,  $\text{Le} = D/(\lambda/c_g\rho_{g,0})$ ,  $E_{21} = E_2/E_1$ ,  $E_{31} = E_3/E_1$ . Обозначения:  $t$  — время,  $T$  — температура,  $\rho$  — плотность,  $\rho_c$  — плотность нелетучей конденсированной фазы,  $c$  — теплоемкость,  $r$  — радиус частицы,  $N$  — счетная концентрация частиц,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\text{Nu}^0 = \alpha_0r_{p,0}/\lambda_g$ ,  $\text{Nu}_D^0 = \beta_{0,m}r_{p,0}/D$  — тепловое и диффузионное числа Нуссельта, определенные для случая отсутствия стефановского потока с поверхности частиц,  $\alpha$ ,  $\beta_m$ ,  $\lambda$ ,  $D$  — коэффициенты теплообмена, массообмена, теплопроводности, диффузии,  $n_i$  — массовые стехиометрические коэффициенты реакций в газовой фазе,  $Q_i$ ,  $E_i$ ,  $k_{0,i}$  — тепловой эффект, энергия активации и предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса для реакций в газовой фазе,  $i = 1$  — реакция в газовой фазе,  $i = 2$  — гетерогенная реакция,  $i = 3$  — реакция выделения летучих компонентов из конденсированной фазы).

С учетом стефановского потока с поверхности частицы в [9] дано определение числа Нуссельта:

$$\text{Nu}^w = \frac{r_p w_p / a}{\exp(r_p w_p / a) - 1}, \quad (10)$$

где  $w_p$  — скорость вдуваемого потока с поверхности частицы радиусом  $r_p$ ,  $a$  — коэффициент температуропроводности.

Следуя подходу [9] для определения  $\text{Nu}^w$  в предположении независимости плотности газа от температуры, получим определение  $\text{Nu}_D^w$ , учитывающее стефановский поток. Определим коэффициент массоотдачи для частицы, находящейся в газе в предположении, что с ее поверхности идет вдув компонента 1, а окружающий газ состоит из компонентов 1 и 2. Уравнения сохранения массы газа и диффузии компонентов вокруг сферической частицы в стационарном случае имеют вид

$$\frac{d}{dr}(\rho w r^2) = 0, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dr}(\rho_1 w_1 r^2) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d}{dr}(\rho_2 w_2 r^2) = 0. \quad (13)$$

Граничные условия:

$$C_1(\infty) = C_1^\infty, \quad C_2(\infty) = C_2^\infty. \quad (14)$$

На поверхности частицы заданы потоки массы  $j_i$  компонентов 1 и 2:

$$j_1(r_p) = \rho(r_p)w_p C_1(r_p) - \rho(r_p)D \frac{dC_1}{dr} \Big|_{r=r_p} = \rho(r_p)w_p, \quad j_2(r_p) = 0, \quad (15)$$

где предполагается, что поверхность частицы является непроницаемой для компонента 2. Здесь  $\rho_i$  — плотность компонентов,  $C_i$  — концентрации компонентов,  $r$  — радиальная координата,  $w$  — скорость, индекс  $i$  — номер компонента.

Так как рассматривается бинарная диффузия, то в стационарном случае выполняется соотношение

$$\begin{aligned} \rho_1(w_1 - w) &= \rho_2(w_2 - w) = \\ &= -\rho D \frac{dC_1}{dr} = \rho D \frac{dC_2}{dr}. \end{aligned} \quad (16)$$

Выразив из (16) произведения  $\rho_1 w_1$ ,  $\rho_2 w_2$  и подставив их в (12) и (13), получим

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \left( \rho w C_1 - \rho D \frac{dC_1}{dr} \right) \right) = 0, \quad (17)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \left( \rho w C_2 - \rho D \frac{dC_2}{dr} \right) \right) = 0. \quad (18)$$

Интегрируя (17) и (18) в предположении, что  $\rho(r) = \rho(r_p) = \text{const}$  и  $\rho w r^2 = \rho(r_p)w_p r_p^2$  (из (11)), с учетом граничных условий (14), (15) получим распределения концентраций компонентов вокруг частицы:

$$C_1(r) = 1 + (C_1^\infty - 1) \exp(-r_p^2 w_p / r D), \quad (19)$$

$$C_2(r) = C_2^\infty \exp(-r_p^2 w_p / r D). \quad (20)$$

Коэффициент массоотдачи определим из равенства  $-D dC_1/dr|_{r=r_p} = \beta_1(C_1(r_p) - C_1^\infty)$ :

$$\beta_1 = \frac{w_p}{\exp(r_p w_p / D) - 1}, \quad (21)$$

$$\text{Nu}_D^w = \frac{\beta_1 r_p}{D} = \frac{r_p w_p / D}{\exp(r_p w_p / D) - 1}.$$

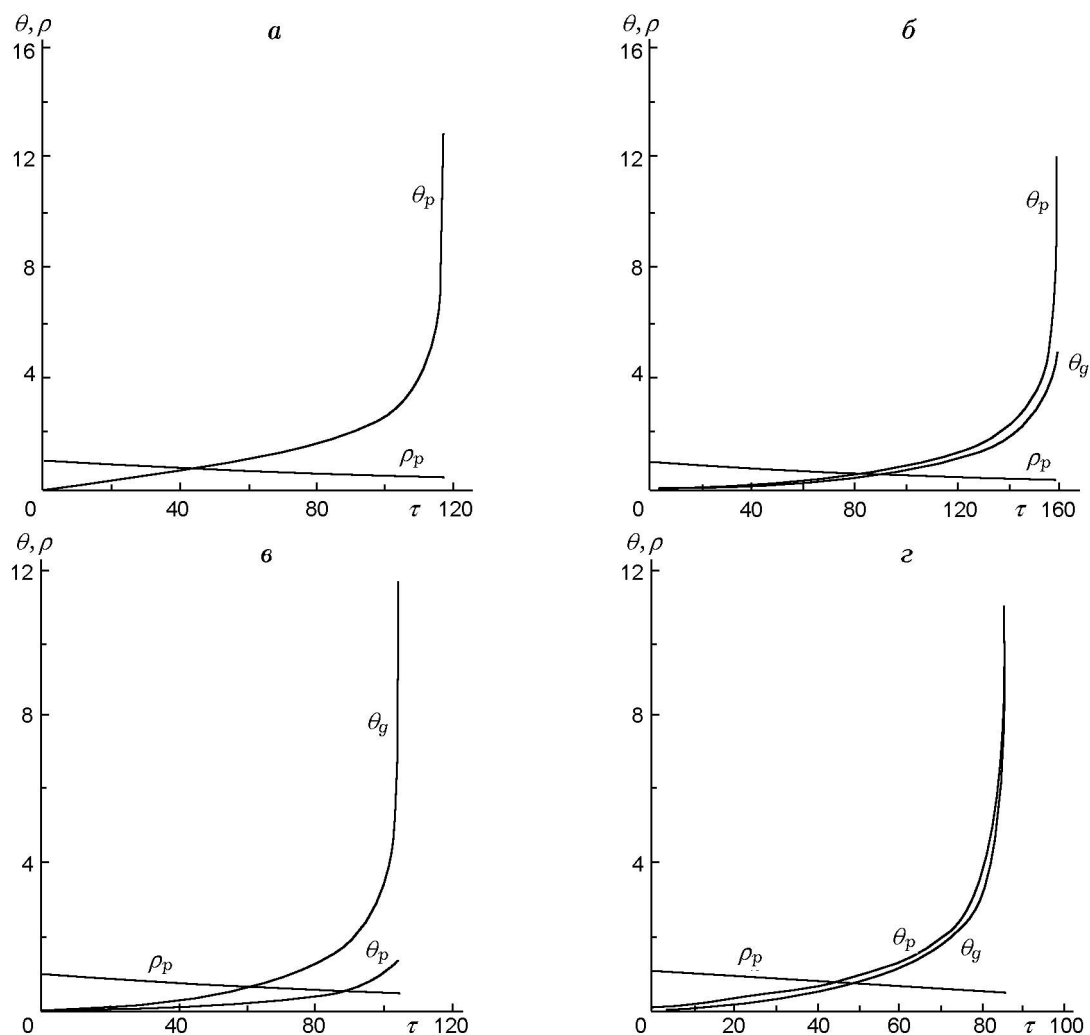


Рис. 1. Зависимости безразмерной температуры частиц и газа при самовоспламенении в различных режимах:

$\gamma = 0,0042$ ,  $\beta = 0,03$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,  $\mu = 0,000083$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $J = 3$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ ; *a* —  $B = 0,00005$ ,  $\chi = 80$ ,  $\delta = 5$ , воспламенение одиночных частиц; *б* —  $B = 0,1$ ,  $\chi = 20$ ,  $\delta = 0,2$ , воспламенение совокупности частиц; *в* —  $B = 0,2$ ,  $\chi = 80$ ,  $\delta = 0,02$ , воспламенение за счет газозафазных реакций; *г* —  $B = 0,2$ ,  $\chi = 5$ ,  $\delta = 0,65$ , воспламенение в условиях взаимовлияния гетерогенной и газозафазной реакций

В безразмерных переменных формулы (10) и (21) принимают вид (в качестве масштаба скорости выбрано отношение  $u_* = r_*/t_*$ ):

$$\begin{aligned} Nu^w &= \frac{3\bar{r}_p W \chi Nu^0 / CP}{\exp(3\bar{r}_p W \chi Nu^0 / CP) - 1}, \\ Nu_D^w &= \frac{3\bar{r}_p W \chi Nu^0 / LeCP}{\exp(3\bar{r}_p W \chi Nu^0 / LeCP) - 1}. \end{aligned} \quad (22)$$

Скорость вдува газа с поверхности определяется из баланса массы газа на поверхности частицы, в безразмерной форме выражение  $W = w_p/u_*$  записывается в виде

$$W = - \frac{d(\bar{\rho}_p \bar{r}_p^3)}{d\tau} \frac{1}{3\bar{\rho}_g \bar{r}_p^2} P. \quad (23)$$

Зависимости (22), (23) были использованы для определения скорости гетерогенной химической реакции и теплообмена частицы с газом в (1)–(8).

Система уравнений (1)–(9) решалась методом Рунге — Кутты — Мерсона с автоматическим выбором шага интегрирования [11]. В процессе расчетов контролировалась выполнимость законов сохранения массы и энергии смеси. Было проведено тестирование числен-

ной методики расчета на решении ряда модельных задач [12], а также сравнением ее результатов с численными и аналитическими результатами работы [7] и приведенными ниже.

Были проведены расчеты динамики развития теплового взрыва при различных соотношениях определяющих параметров задачи. (При выделении летучих компонентов теплота разложения конденсированной фазы ( $Q_3$ ) мала по сравнению с тепловыми эффектами гомогенной ( $Q_1$ ) и гетерогенной ( $Q_2$ ) реакций [1], поэтому при проведении расчетов и получении приближенных аналитических решений принималось  $Q = 0$ .) В результате расчетов выявлены четыре режима воспламенения, отличающиеся характером процесса разогрева и ведущей реакцией, за счет которой происходит разогрев газозвеси. Характерные зависимости температуры газа и частиц для этих режимов представлены на рис. 1. Первый режим характеризуется тем, что происходит воспламенение одиночных частиц, температура газа не изменяется (рис. 1,а). Вторым режимом — известным режимом самовоспламенения совокупности частиц при гетерогенной реакции на их поверхности (рис. 1,б), исследованный в [5]. Третий режим отличается тем, что гетерогенная реакция не влияет на самовоспламенение, оно происходит за счет реакции в газовой фазе, при этом температура газа возрастает значительно, а температура частиц долгое время остается низкой (рис. 1,в). Четвертый режим характеризуется взаимодействием гомогенной и гетерогенной реакций при разогреве газозвеси (рис. 1,г). Существование этих режимов воспламенения обусловлено наличием стефановского потока горючего компонента с поверхности частицы, который изменяет условия тепло- и массообмена частицы с газовой фазой (и, как следствие, условия гетерогенного химического реагирования) и обеспечивает поставку в газовую фазу горючего компонента, реакция с которым вносит свой вклад в химический разогрев всей газозвеси. Наличие этих двух факторов также является причиной отклонения зависимостей  $\tau_{ign}(B)$  от зависимостей, пропорциональных  $1/B$ , характерных для периода самовоспламенения газозвесей без выделения горючих летучих компонентов из дисперсной фазы [5] (рис. 2). Очевидно, что характер этих зависимостей можно объяснить, выявив роль реакции в газовой фазе и стефановского потока от поверхности частиц.

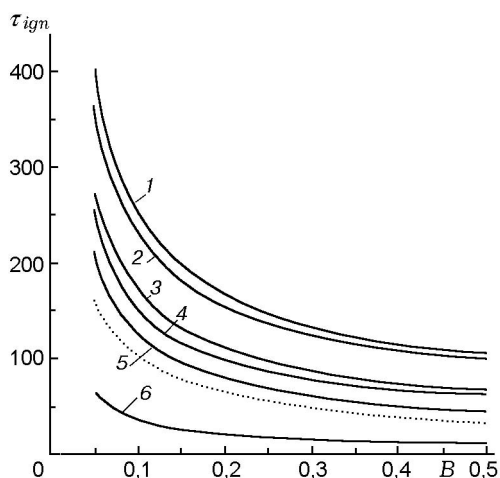


Рис. 2. Зависимость безразмерного периода самовоспламенения газозвеси от массовой концентрации дисперсной фазы:

1 —  $\chi = 20, J = 1$ ; 2 —  $\chi = 5, J = 1$ ; 3 —  $\chi = 1, J = 1$ ; 4 —  $\chi = 20, J = 3$ ; 5 —  $\chi = 1, J = 3$ ; 6 —  $\chi = 0,1, J = 3$ ; пунктирная линия — расчет по формуле (47),  $\chi = 1, J = 3; \gamma = 0,0042, \beta = 0,03, Le = 1, C = 1, E_{21} = 0,67, E_{31} = 0,33, n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1, \mu = 0,000083, \bar{\rho}_c = 0,3, \delta = 0,2, Q = 0, P = 1100$

Выделим области параметров, характеризующих газозвесь, в которых реализуется тот или иной режим самовоспламенения газозвеси.

Вначале определим критические условия самовоспламенения одиночной частицы при наличии стефановского потока с ее поверхности, используя подход Семенова — Франк-Каменецкого [10]. Стационарное реагирование одиночной частицы в газе определяется уравнением (без учета выгорания) [10]

$$Nu^w \theta_p = \delta \bar{\rho}_{1,0} \frac{Nu^w \exp(E_{21} \theta_p)}{Nu^w + \mu \exp(E_{21} \theta_p)}. \quad (24)$$

В случае

$$Nu^w \gg \mu \exp(E_{21} \theta_p) \quad (25)$$

гетерогенная реакция идет в кинетическом режиме. При обратном соотношении, которое реализуется при больших разогревах частиц, гетерогенная реакция идет в диффузионном режиме [10]. При самовоспламенении химический разогрев обычно начинается в кинетическом режиме, поэтому запишем уравнение (24) с учетом (25):

$$Nu^w \theta_p = \delta \bar{\rho}_{1,0} \exp(E_{21} \theta_p). \quad (26)$$

Полагая в первом приближении число  $Nu^w$  не зависящим от температуры, найдем условие, при котором не существует стационарного решения уравнения (26). Продифференцируем (26) по  $\theta_p$ :

$$Nu^w = \delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21} \exp(E_{21} \theta_p), \quad (27)$$

и из (26), (27) найдем критическую температуру, при которой исчезает стационарное решение:

$$\theta_p^* = 1/E_{21}. \quad (28)$$

Соответствующие критические параметры определяются в виде

$$\frac{\delta_*}{Nu_*^w} = \frac{1}{\bar{\rho}_{1,0} E_{21} e}. \quad (29)$$

Из (29) видно, что критические значения  $\delta_*$  при наличии стефановского потока, который приводит к снижению  $Nu^w$ , уменьшаются. Однако стефановский поток уменьшает и диффузионный поток окислителя к поверхности частицы, что может привести к смене механизма химического реагирования, к возникновению диффузионного режима реагирования на этапе предвзрывного разогрева. Определим критические условия самовоспламенения частицы, когда неравенство (25) не выполняется. Следуя [10], из (24) имеем

$$\delta \bar{\rho}_{1,0} = \theta_p (\exp(-E_{21} \theta_p) Nu^w + \mu) = f(\theta_p). \quad (30)$$

Находя функцию  $f'(\theta_p)$  и приравнявая ее к нулю, получаем выражение  $\mu = \exp(-E_{21} \theta_p) (\theta_p E_{21} - 1) Nu^w$ , имеющее максимум при  $\theta_p^* = 2/E_{21}$ . Подставляя  $\theta_p^*$  в (30), запишем

$$\frac{\delta_*}{Nu_*^w} = \frac{4}{\bar{\rho}_{1,0} E_{21} e^2}. \quad (31)$$

Как видно, результаты (29) и (31) отличаются в  $4/e$  раз и для приближенных оценок пригодны оба, однако при  $Nu^w \gg \mu \exp(E_{21} \theta_p)$  более подходит (29). Значение  $Nu^w$  на пределе воспламенения определим в предположении, что летучие компоненты из конденсированной фазы выделяются при температуре  $\theta_p^*$ . Предполагая, что за время самовоспламенения изменение концентрации летучих в к-фазе пренебрежимо мало, из (23) имеем

$$W = \frac{\varphi}{3} (\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c) \exp(E_{31} \theta_p^*) \approx \frac{\varphi}{3} \exp \frac{E_{31}}{E_{21}}, \quad (32)$$

Таблица 1

$\chi$	$\varphi$	$\delta_*^{(34)}$	$\delta_*^{calc}$
1	0,0042	2,736	2,86
5	0,0042	2,70	2,85
5	0,0126	2,61	2,81
5	0	2,745	2,87

где  $\varphi = \gamma J$ . Подставляя (32) в (22), получим

$$Nu^w = \frac{\chi \varphi \exp(E_{31}/E_{21})}{\exp(\chi \varphi \exp(E_{31}/E_{21})) - 1}.$$

Разлагая экспоненту в ряд и ограничиваясь тремя членами, запишем

$$Nu^w = \frac{2}{2 + \chi \varphi \exp(E_{31}/E_{21})}. \quad (33)$$

Тогда из (29) находим

$$\delta_* = \frac{1}{\bar{\rho}_{1,0} E_{21} e} \frac{2}{2 + \chi \varphi \exp(E_{31}/E_{21})}. \quad (34)$$

Как видно из формулы (34), параметр  $\delta_*$  зависит от произведения  $\chi \varphi$ , характеризующего интенсивность выделения летучих компонентов.

Было проведено сравнение вычислений по формуле (34) с численным решением системы уравнений (1)–(9) при малых значениях массовой концентрации частиц. Расчеты проводились при  $B = 0,00005$  (что эквивалентно, например, тому, что при  $r_{p,0} = 10^{-5}$  м и  $\rho_{p,0} = 10^3$  кг/м<sup>3</sup> масса частиц в 1 м<sup>3</sup> газовой смеси составляет  $10^{-5}$  кг и в 1 см<sup>3</sup> находится 10 частиц, расстояние между частицами в 300 раз больше их радиуса), другие параметры имели следующие значения:  $\gamma = 0,0042$ ,  $\beta = 0,03$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,  $\mu = 0,000083$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ . Критические значения  $\delta_*$  определялись путем расчетов  $\theta_p(\tau)$  на пределе воспламенения, когда  $\tau_{ign} \rightarrow \infty$ . Результаты расчетов представлены в табл. 1, где  $\delta_*^{(34)}$  — критические значения параметра  $\delta_*$ , вычисленные по формуле (34), а  $\delta_*^{calc}$  — полученные численно из решения системы уравнений (1)–(9). Из таблицы видно, что с увеличением  $\chi$  значение  $\delta_*$  уменьшается мало. Значения  $\delta_*$ , полученные численно и по формуле (34), отличаются не более чем на 7 %, поэтому формулу (34) можно использовать для быстрой оценки значений  $\delta_*$

Таблица 2

$\chi$	$\varphi$	$\delta$	$\tau_{ign,1}$	$\tau_{ign}^{calc}$
2	0,0042	5	5,0	5,7
10	0,0042	5	25,1	26,1
20	0,0042	5	50,1	50,6
10	0,0126	5	25,1	24,0
20	0,0126	5	50,1	42,2
20	0,0042	20	12,5	8,9

при выделении летучих компонентов из дисперсной фазы газозвеси.

Определим период воспламенения одиночной частицы при  $\delta > \delta_*$ . Учитывая теплообмен частицы с окружающим газом, тепловыделение от гетерогенной реакции и пренебрегая реакцией в газовой фазе, разогрев частицы будем описывать уравнением

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = \text{Nu}^w \frac{\theta_p}{\chi} + \frac{\delta}{\chi} \frac{\bar{\rho}_{1,0} \exp(E_{21}\theta_p)}{1 + \mu/\text{Nu}^w \exp(E_{21}\theta_p)}.$$

Тогда период индукции находится из интеграла

$$\tau_{ign,1} = \frac{\chi}{\delta \bar{\rho}_{1,0}} \int_0^\infty \exp(-E_{21}\theta_p) \times \left(1 - \frac{\text{Nu}^w}{\delta \bar{\rho}_{1,0}} \theta_p \exp(-E_{21}\theta_p)\right)^{-1} d\theta_p.$$

Представляя подынтегральное выражение в виде степенного ряда и ограничиваясь двумя членами разложения, заменяя  $\text{Nu}^w$  средним значением  $\langle \text{Nu}^w \rangle$ , вычисляем интеграл и получаем

$$\tau_{ign,1} = \frac{\chi}{\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}} \left(1 + \frac{\langle \text{Nu}^w \rangle}{4\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}}\right).$$

Взяв в качестве  $\langle \text{Nu}^w \rangle$  значение  $\text{Nu}^w$ , соответствующее критическим параметрам на пределе стационарного режима реагирования (29), окончательно запишем

$$\tau_{ign,1} = \frac{\chi}{\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}} \left(1 + \frac{e}{4}\right). \quad (35)$$

Было проведено сравнение вычислений по формуле (35) с численным счетом системы уравнений (1)–(9). Результаты вычислений при  $\delta > \delta_*$  приведены в табл. 2, где

$\tau_{ign,1}$  — значения безразмерного периода самовоспламенения частицы, вычисленные по формуле (35), а  $\tau_{ign}^{calc}$  — полученные численно из решения системы уравнений (1)–(9). Расчеты выполнены при следующих значениях параметров:  $\gamma = 0,0042$ ,  $\beta = 0,003$ ,  $\text{Le} = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,  $\mu = 0,000083$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ ,  $B = 0,00005$ . Из таблицы видно, что результаты расчетов по формуле (35) удовлетворительно совпадают с результатами численного счета, и эту формулу можно использовать для оценочных расчетов периода воспламенения газозвеси в режиме воспламенения одиночных частиц.

Режим самовоспламенения газозвеси, в котором ведущей является гетерогенная реакция, реализуется в случае малых размеров частиц, когда совокупная поверхность частиц велика и выполняется условие  $\delta < \delta_*$ , где  $\delta_*$  определяется по (34). В этом режиме существует некоторый период квазистационарного разогрева газозвеси до температуры, при которой нарушается квазистационарное реагирование частиц [5]. Вычислим период индукции, полагая, что реакция в газовой фазе несущественна и тепловыделением от нее можно пренебречь; пренебрегаем также выгоранием частиц и влиянием стефановского потока с поверхности частиц, принимая  $\text{Nu}^w = 1$ , что хорошо выполняется при малых значениях  $\chi$  (22). При этих предположениях система уравнений (1)–(9) упрощается и принимает вид, аналогичный [5]:

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = \frac{B}{\chi} (\theta_p - \theta_g),$$

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = -\frac{\theta_p - \theta_g}{\chi} + \frac{\delta}{\chi} \bar{\rho}_{1,0} \exp(E_{21}\theta_p).$$

Следуя [5, 7], получим формулу для периода самовоспламенения совокупности частиц в виде

$$\tau_{ign,2} = \frac{\chi}{B} \left( \frac{1}{\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}} - 1 + \ln(\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}) \right). \quad (36)$$

Эта формула может быть применена к определению периода самовоспламенения газозвеси с выделением летучих компонентов при  $\delta \ll \delta_*$ . Используя (34), последнее неравенство можно записать в виде

$$\chi\varphi \ll \frac{2(1 - \delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21} e)}{\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21} \exp(E_{31}/E_{21} + 1)}. \quad (37)$$

Таблица 3

$\chi$	$\varphi$	$\tau_{ign,2}$	$\tau_{ign}^{calc}$
0,1	0,0042	32,7	38,3
0,3	0,0042	98,1	92,6
0,5	0,0042	163,5	125,4
0,1	0,0126	32,7	35,6
0,3	0,0126	98,0	75,9

Такая запись указывает, что рассматриваемый режим коллективного самовоспламенения совокупности частиц за счет гетерогенной реакции реализуется при невысоких значениях параметра, характеризующего газовыделение, и в случае мелких частиц дисперсной фазы.

Было проведено сравнение вычислений по формуле (36) с результатами численного расчета периода самовоспламенения из решения системы уравнений (1)–(9). Результаты представлены в табл. 3, где  $\tau_{ign,2}$  — значения безразмерного периода самовоспламенения газозвеси, вычисленные по формуле (36), а  $\tau_{ign}^{calc}$  — полученные численно из решения системы уравнений (1)–(9). Расчеты выполнены при  $\gamma = 0,0042$ ,  $\beta = 0,03$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,  $\mu = 0,000083$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ ,  $B = 0,1$ . Видно, что при выполнении неравенства (37) значения периода самовоспламенения, вычисленные по формуле и численно, хорошо совпадают. При увеличении  $\varphi$  и  $\chi$  вычисленное по (36) значение  $\tau_{ign,2}$  становится больше  $\tau_{ign}^{calc}$ , полученного численно, так как в формуле (36) не учитывается теплоприход от реакции выделяющихся из дисперсной фазы летучих компонентов с окислителем газовой фазы, который вносит свой вклад в разогрев газозвеси.

При некотором соотношении параметров газозвеси, из дисперсной фазы которой выделяются летучие компоненты, ее воспламенение происходит за счет реакции в газовой фазе (см. рис. 1, в). Особенностью такого режима воспламенения является то, что весь период индукции температура частиц практически не изменяется из-за большого размера частиц ( $\chi$ ) и сильно-го стэфановского потока, уменьшающего число  $Nu^w$ , и до окончания выделения летучих компонентов реакция в газовой фазе приводит к самовоспламенению. Проведем оценки периода

самовоспламенения при таком режиме. В предположении, что выгорание в газовой фазе и разогрев частиц малы, система уравнений (1)–(9) упрощается:

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = \bar{\rho}_{1,0}\bar{\rho}_2(\tau) \exp(\theta_g), \quad (38)$$

$$\frac{d\bar{\rho}_2}{d\tau} = -B \frac{d\bar{\rho}_p}{d\tau}, \quad (39)$$

$$\frac{d\rho_p}{d\tau} = \varphi(\bar{\rho}_p - \bar{\rho}_c) \exp(E_{31}\theta_p), \quad (40)$$

$$\theta_p = \text{const} = 0, \quad \theta_g(0) = 0, \\ \bar{\rho}_p(0) = 1, \quad \bar{\rho}_2(0) = 0. \quad (41)$$

Интегрируя совместно (39), (40), с учетом (41) имеем

$$\bar{\rho}_p(\tau) = (\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c) \exp(-\varphi\tau) + \bar{\rho}_c. \quad (42)$$

Подставим (42) в (39). Тогда

$$\bar{\rho}_2(\tau) = B(\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c)(1 - \exp(-\varphi\tau)). \quad (43)$$

Подставляя (43) в (38), получаем уравнение для разогрева газа, из которого определяем период самовоспламенения газозвеси:

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = B\bar{\rho}_{1,0}(\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c) \times \\ \times (1 - \exp(-\varphi\tau)) \exp(\theta_g). \quad (44)$$

Разделив переменные в (44) и проинтегрировав, приходим к равенству

$$1 = B\bar{\rho}_{1,0}(\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c) \left( \tau_{ign,3} + \frac{\exp(-\varphi\tau_{ign,3}) - 1}{\varphi} \right).$$

Заменив  $\exp(-\varphi\tau_{ign,3})$  приближенно полиномом второй степени вида  $1 - \varphi\tau_{ign,3} + (\varphi\tau_{ign,3})^2/4$ , получим выражение для периода индукции в явном виде:

$$\tau_{ign,3} = 2(B\varphi\bar{\rho}_{1,0}(\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c))^{-1/2}. \quad (45)$$

Результаты вычисления безразмерного периода самовоспламенения газозвеси по формуле (45) приведены в табл. 4, где для сравнения представлены также значения  $\tau_{ign}^{calc}$ , полученные из решения системы уравнений (1)–(9). Расчеты выполнены при  $\gamma = 0,0042$ ,  $J = 3$  ( $\varphi = 0,0126$ ),  $\beta = 0,03$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,



Таблица 4

$B$	$\chi$	$\tau_{ign,3}$	$\tau_{ign}^{calc}$
0,3	1	87	62
0,3	2	87	72
0,3	5	87	80
0,3	20	87	83
0,2	2	107	89
0,4	1	75	54
0,4	2	75	63

$\mu = 0,000083$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ . Из соотношения (45) видно, что в этом режиме  $\tau_{ign,3} \sim 1/\sqrt{B}$ ,  $\sim 1/\sqrt{\varphi}$  и  $\tau_{ign,3}$  не зависит от  $\chi$ . Как показывает сравнение с численным счетом, формула (45) правильно описывает зависимости  $\tau_{ign}(B)$  и  $\tau_{ign}(\varphi)$ . При небольших значениях  $\chi\varphi$  существует слабая зависимость  $\tau_{ign}$  от  $\chi$  (см. табл. 4), которая исчезает при увеличении  $\chi$ .

Режим самовоспламенения за счет реакций в газовой фазе возможен в случае, когда тепловой эффект гетерогенной реакции невысокий и скорость выделения летучих компонентов большая (при больших значениях  $\varphi\chi$  и малых значениях  $\delta$ ). Кроме того, дисперсная фаза должна иметь достаточное количество летучих компонентов, способных выделиться и прореагировать за время, меньшее времени самовоспламенения, если бы оно происходило только за счет гетерогенной реакции:

$$\tau_{ign,3} \ll \tau_{ign,2}.$$

Подставляя в это неравенство выражения (36) и (45), после несложных преобразований получим

$$B \ll \frac{\chi^2}{4} \left( \frac{1}{\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}} - 1 + \ln(\delta \bar{\rho}_{1,0} E_{21}) \right)^2 \times \varphi \bar{\rho}_{1,0} (\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c) = B_*. \quad (46)$$

Из (46) следует, что при фиксированном значении  $\chi$  и  $\delta < \delta_*$  в случае  $B \ll B_*$  самовоспламенение газозвеси происходит за счет реакций в газовой фазе; если  $B \gg B_*$ , то ведущей при самовоспламенении является гетерогенная реакция. Если  $B \simeq B_*$ , реализуется режим самовоспламенения, в котором скорости тепловыделения от гомогенной в газе и гетерогенной на поверхности частиц реакций сравнимы (см.

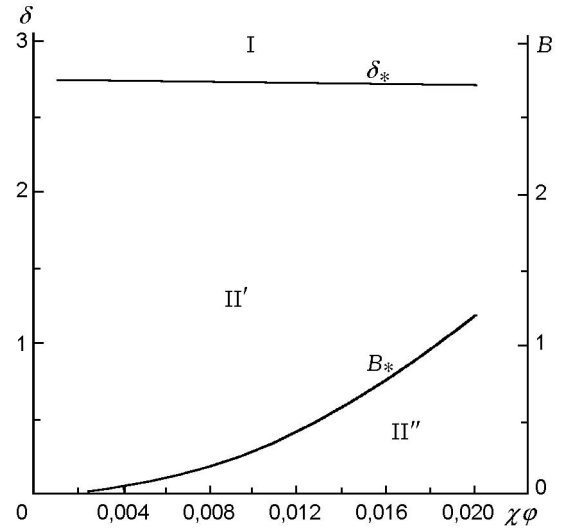


Рис. 3. Области существования различных режимов самовоспламенения газозвеси:

I — область самовоспламенения в режиме воспламенения отдельных частиц, II' — область самовоспламенения за счет гетерогенной реакции, II'' — область самовоспламенения за счет реакции в газовой фазе; линии  $\delta_*(\varphi\chi)$ ,  $B_*(\varphi\chi)$  построены по зависимостям (34) и (46) при  $\gamma = 0,0042$ ,  $J = 3$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $\bar{\rho}_{1,0} = 0,3$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $Q = 0$

рис. 1,2), период индукции вычисляется по формуле

$$\tau_{ign,4} = \left( \frac{1}{\tau_{ign,2}} + \frac{1}{\tau_{ign,3}} \right)^{-1}. \quad (47)$$

Результаты расчета периода индукции по формуле (47) представлены на рис. 2 пунктирной линией. Для выбранных параметров задачи  $B_* = 0,47$ . Видно, что формула (47) дает значения, хорошо совпадающие с результатами численного счета задачи (1)–(9).

Таким образом, в области параметров ( $\chi$ ,  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $B$ ), характеризующих процесс самовоспламенения газозвеси частиц, способных к выделению летучих компонентов, определены области существования выявленных четырех режимов самовоспламенения газозвеси. Эти области схематично представлены на рис. 3. В области I реализуется самовоспламенение газозвеси в режиме воспламенения одиночных частиц, когда  $\delta > \delta_*$ . В области II реализуются режимы самовоспламенения совокупности частиц. Эта область разделена линией  $B_*(\varphi\chi)$  на подобласти II', II''. В подобласти II' реализуется режим самовоспламенения за счет гетерогенной реакции в режиме самовоспламенения

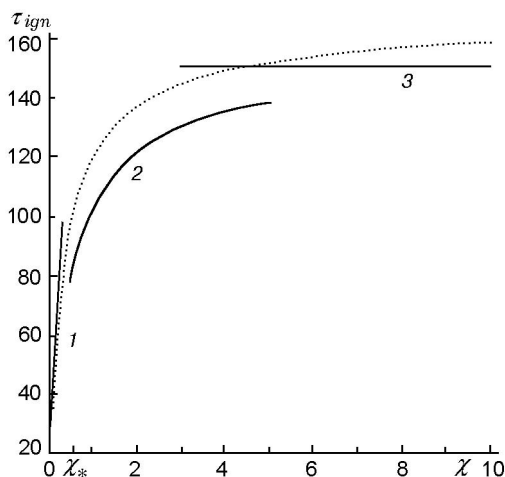


Рис. 4. Зависимость безразмерного периода самовоспламенения газовой смеси от параметра  $\chi$ :

пунктирная линия — численный счет, сплошные линии 1–3 — расчет по формулам (36), (47), (45) соответственно;  $\gamma = 0,0042$ ,  $J = 3$  ( $\varphi = 0,0126$ ),  $\beta = 0,03$ ,  $Le = 1$ ,  $C = 1$ ,  $E_{21} = 0,67$ ,  $E_{31} = 0,33$ ,  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ ,  $\mu = 0,000083$ ,  $\bar{\rho}_c = 0,3$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $Q = 0$ ,  $P = 1100$ ,  $B = 0,1$

совокупности частиц, период самовоспламенения определяется по формуле (36), в подобласти  $\Pi''$  — газофазный режим самовоспламенения, период индукции определяется формулой (45). Вблизи линии  $B_*(\varphi\chi)$  наблюдается взаимодействие гетерогенной и газофазной реакций и период самовоспламенения определяется формулой (47).

Режимы самовоспламенения при выполнении неравенства  $\delta < \delta_*$  определяются значением  $\varphi\chi$ . Если зафиксировать все параметры задачи и менять в широком диапазоне только параметр  $\chi$ , то можно реализовать все режимы самовоспламенения газовой смеси. Значение  $\chi_*$ , при котором произойдет смена режимов самовоспламенения совокупности частиц и самовоспламенения в условиях взаимодействия гетерогенной и газофазной реакций, оценим из равенства  $\tau_{ign,3} = \tau_{ign,2}$ , которое после подстановки (36) и (45) дает значение

$$\chi_* = \frac{2\sqrt{B}}{(1/(\delta\bar{\rho}_{1,0}E_{21}) - 1 + \ln(\delta\bar{\rho}_{1,0}E_{21}))} \times \left( \sqrt{\varphi\bar{\rho}_{1,0}(\bar{\rho}_{p,0} - \bar{\rho}_c)} \right)^{-1}. \quad (48)$$

На рис. 4 представлена зависимость  $\tau_{ign}(\chi)$  в широком диапазоне изменения параметра  $\chi$ , полученная из решения системы уравнений (1)–(9), а также зависимости  $\tau_{ign}(\chi)$ , рассчитанные по формулам (36), (45), (47). При выбранных значениях параметров задачи  $\chi_* = 0,46$ . При  $\chi < \chi_*$  реализуется режим самовоспламенения, когда ведущей является гетерогенная реакция, период самовоспламенения определяется формулой (36). В случае, когда параметр  $\chi$  близок к значению  $\chi_* = 0,46$ , реализуется режим самовоспламенения в условиях взаимодействия гетерогенной и газофазной реакций и период самовоспламенения определяется формулой (47). В случае  $\chi \gg \chi_*$  реализуется режим самовоспламенения за счет газофазных реакций и период самовоспламенения вычисляется по формуле (45). Из рис. 4 видно, что формулы (36), (45), (47) дают хорошее согласие с результатами численного решения задачи.

Для анализа влияния стефановского потока на период самовоспламенения были проведены расчеты для двух типов дисперсной фазы: дисперсная фаза с небольшим тепловым эффектом гетерогенной реакции и дисперсная фаза с большим тепловым эффектом гетерогенной реакции. Для обоих случаев предполагается, что реакция газификации происходит без теплового эффекта; состав выделившихся летучих компонентов одинаков, поэтому реакция в газовой фазе одинакова. Значения безразмерных параметров задачи (1)–(9) выбраны следующими:

$$\gamma = 0,0042, \beta = 0,03, Le = 1, C = 1, \bar{\rho}_c = 0,3, P = 1100, \mu = 0,000083, Q = 0, E_{21} = 0,67, E_{31} = 0,33, J = 5 (\varphi = 0,021),$$

$$(a) B = 0,1, \chi = 20, \delta = 1,$$

$$(б) B = 0,025, \chi = 20, \delta = 3 > \delta_*.$$

В случае (а) при самовоспламенении ведущей является реакция в газовой фазе, температура газа всегда выше температуры частиц, летучие компоненты достаточно быстро газифицируются и к моменту воспламенения все летучие выходят в газовую фазу. Стефановский поток, идущий от частицы, не влияет на период самовоспламенения (с его учетом  $\tau_{ign} = 127,3$ , без учета —  $\tau_{ign} = 127,4$ ). Изменение размера частиц в четыре раза относительно значений, соответствующих группе параметров (а) (тогда  $\chi = 5$ ,  $\delta = 0,5$ ,  $\mu = 0,000042$ ), изменяет период самовоспламенения до значения  $\tau_{ign} = 118,9$ . При расчетах системы (1)–(9) с параметрами (б) установлено, что ведущей при самовоспламенении является реакция на

поверхности частиц, во время всего процесса температура частиц превышает температуру газа. Стефановский поток уменьшает тепловой поток от частиц в газ (значение  $Nu^w$  меньше  $Nu^0$  на 20 ÷ 25 %). С учетом влияния стефановского потока на тепло- и массообмен частиц  $\tau_{ign} = 88$ , без учета —  $\tau_{ign} = 96,5$  (отличие значений  $\approx 10$  %). Период самовоспламенения газозвеси с такими же характеристиками, но без выделения летучих компонентов  $\tau_{ign} = 215$ .

Таким образом, предложена математическая модель химического реагирования и разогрева газозвеси частиц, выделяющих горючие летучие компоненты. Выявлены особенности механизма самовоспламенения такой газозвеси, определены режимы самовоспламенения газозвеси и области параметров, характеризующих свойства газозвеси, где эти режимы реализуются; получены аналитические формулы для определения периода самовоспламенения рассматриваемой газозвеси в каждом из режимов. Показано, что выделение летучих компонентов и их реагирование с окислителем в газовой фазе вносит существенный вклад в процесс разогрева газозвеси, уменьшая период самовоспламенения газозвеси; стефановский поток от частиц влияет на период самовоспламенения в случае, когда гетерогенная реакция вносит сравнимый с реакцией в газовой фазе вклад в разогрев газозвеси.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Померанцев В. В., Шагалова С. Л., Резник В. А., Кушнаренко В. В. Самовозгорание и взрывы пыли натуральных топлив. Л.: Энергия, 1978.
2. Основы практической теории горения: Учебное пособие для вузов / Под ред. В. В. Померанцева. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Корольченко А. Я. Пожаровзрывоопасность промышленной пыли. М.: Химия, 1986.
4. Хзмалян Д. М., Каган Я. А. Теория горения и топочные устройства. М.: Энергия, 1976.
5. Лисицын В. И., Руманов Э. Н., Хайкин Б. И. О периоде индукции при воспламенении совокупности частиц // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 3–9.
6. Атаманова И. В., Дик И. Г., Крайнов А. Ю. Период индукции немонаодисперсной совокупности // Горение гетерогенных и газовых систем: Материалы IX Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. Черногоровка, 1989. С. 75–77.
7. Крайнов А. Ю. О самовоспламенении двухкомпонентной газозвеси // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 6–13.
8. Козлов Е. А., Крайнов А. Ю. Период самовоспламенения двухкомпонентного аэрозоля жидких окислителя и горючего // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 6. С. 15–21.
9. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1, 2.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
11. Хайрэр Э., Нерсетт С., Ваннэр Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
12. Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию 11/III 2001 г.