УДК 539.374

## ПРЕДСКАЗАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТРЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

С. Е. Александров, Е. А. Лямина

Институт проблем механики РАН, 119526 Москва E-mails: sergeyaleksandrov@yahoo.com, lyamina@mail.northnet.ru

Показано, что применение критерия разрушения, содержащего характерный линейный размер области течения, позволяет развить теорию разрушения вблизи поверхностей максимального трения в процессах обработки металлов давлением, учитывающую неограниченную эквивалентную скорость деформации, возникающей вблизи таких поверхностей. При формулировке критерия рассмотрена модель идеально жесткопластического тела. Отмечается, что подход может быть обобщен на более сложные модели пластических сред.

Ключевые слова: разрушение, трение, сингулярность, пластичность.

В процессах обработки металлов давлением разрушение часто происходит вблизи поверхности трения. Следует отметить, что условия деформирования материала в тонком слое вблизи поверхности трения значительно отличаются от условий деформирования в основном объеме материала. Это подтверждается формированием слоя материала с особыми свойствами вблизи поверхности трения [1–3]. Теоретической основой для описания такого распределения свойств материала может служить сингулярное поведение поля скорости вблизи поверхности максимального трения (поверхности, где удельные силы трения равны пределу текучести при чистом сдвиге) [4]. В работе [4] установлено, что в случае модели идеально жесткопластического материала эквивалентная скорость деформации  $\xi_{eq} = \sqrt{2/3} \, (\xi_{ij} \xi_{ij})^{1/2}$  обратно пропорциональна расстоянию до поверхности трения, и введен коэффициент интенсивности скорости деформации (коэффициент при главном члене в разложении эквивалентной скорости деформации вблизи поверхности трения). С использованием коэффициента интенсивности скорости деформации в [5] предложен подход к оценке толщины слоя интенсивных деформаций вблизи поверхностей трения. Эквивалентная скорость деформации входит также в большинство эмпирических критериев разрушения, применяемых для предсказания разрушения в процессах обработки металлов давлением [6-8]. Однако непосредственное применение этих локальных критериев разрушения невозможно, так как при бесконечной эквивалентной скорости деформации на поверхности трения они предсказывают разрушение при любых условиях процесса. Применение концепции, основанной на использовании аналогично [5] коэффициента интенсивности скорости деформации для оценки толщины слоя интенсивных деформаций, также представляется необоснованным, так как рассматриваемый процесс разрушения обусловлен накоплением

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-01-00153), Международного научного фонда INTAS (код проекта 04-83-2723) и фонда "Ведущие научные школы России" (грант № НШ 1849.2003.1).

повреждений и зависит от гидростатического напряжения. Более целесообразно использование нелокальных критериев разрушения, содержащих характерный линейный размер области течения. Один из таких критериев, предложенный в [9] для описания разрушения вблизи кончика трещины, обобщает известный локальный критерий в предположении, что последний должен выполняться в некоторой конечной области вблизи кончика трещины. Аналогичный прием может быть использован для описания разрушения вблизи поверхностей трения в процессах обработки металлов давлением в предположении, что некоторый локальный критерий разрушения выполняется в некоторой области вблизи поверхности трения. В частности, один из наиболее широко применяемых локальных критериев разрушения основан на использовании диаграммы пластичности и определяется уравнениями

$$\varepsilon_{eq}^{f} = \Phi(\beta_{a\nu}), \qquad \beta_{a\nu} = \frac{1}{\varepsilon_{eq}} \int_{0}^{c} \beta \xi_{eq} \, dt,$$
(1)

где  $\varepsilon_{eq}$  — эквивалентная деформация;  $d\varepsilon_{eq}/dt = \xi_{eq}$ ;  $\varepsilon_{eq}^{f}$  — эквивалентная деформация при разрушении;  $\beta = 3\sigma/\sigma_{eq}$ ;  $\sigma$  — среднее напряжение;  $\sigma_{eq} = \sqrt{3/2}(s_{ij}s_{ij})^{1/2}$  — эквивалентное напряжение;  $s_{ij}$  — компоненты девиатора напряжения; t — время. Функция  $\Phi(\beta_{a\nu})$  определяется из эксперимента, а интегрирование в (1) выполняется для материальной точки. Так как на поверхности трения  $\xi_{eq} \to \infty$ , то в материальных точках, движущихся вдоль этой поверхности,  $\varepsilon_{eq} \to \infty$  и для типичных функций  $\Phi(\beta_{a\nu})$  в начале процесса деформирования выполняется условие  $\varepsilon_{eq} > \varepsilon_{eq}^{f}$ , что означает мгновенное разрушение независимо от других условий деформирования. Однако следует отметить, что иногда вводятся функции  $\Phi(\beta_{a\nu})$ , которые в определенном диапазоне значений  $\beta_{a\nu}$  не предсказывают разрушение ни при каком уровне эквивалентной деформации. (В данной работе этот случай не рассматривается.)

Нелокальный критерий разрушения может быть введен в предположении, что при разрушении в некоторой области заданного размера  $\varepsilon_{eq} \ge \varepsilon_{eq}^{f}$ . Будем считать, что это неравенство выполняется при  $s \le s_c$  (s — расстояние от поверхности трения до рассматриваемой точки). Тогда, несмотря на условие  $\varepsilon_{eq} \to \infty$  при  $s \to 0$ , возникновение разрушения будет зависеть от условий процесса. В настоящее время экспериментальные данные для определения величины  $s_c$  отсутствуют. Однако известно, что толщина слоя интенсивных деформаций вблизи поверхности трения приближенно равна 1/10 характерного линейного размера области течения [3], поэтому в первом приближении можно принять, что величина  $s_c$  также равна 1/10 характерного линейного размера области течения.

Во многих случаях приближенный анализ процессов волочения и выдавливания основан на решении задачи о радиальном течении пластической массы в бесконечном плоском или осесимметричном канале (см., например, [10–12]). В частности, для идеально жесткопластического материала такие решения получены в [10, 13]. В настоящей работе решение [10] использовано для определения условий возникновения разрушения при волочении осесимметричного прута.

В сферической системе координат  $r\theta\varphi$  напряжения определяются соотношениями

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{rr} - \sqrt{3} \, k \cos\gamma = -kb \ln \frac{r}{r_0} - 3k \int_0^\theta \sin\gamma \, d\theta, \qquad \sigma_{r\theta} = k \sin\gamma. \tag{2}$$

Здесь k — предел текучести при чистом сдвиге;  $b, r_0$  — постоянные, которые находятся из краевых условий;  $\gamma(\theta)$  — функция, определяемая из уравнения

$$\cos\gamma \frac{d\gamma}{d\theta} + \sin\gamma \operatorname{ctg}\theta + 2\sqrt{3}\,\cos\gamma = b. \tag{3}$$



Рис. 1. Геометрическая схема процесса вытяжки

Так как на оси симметрии  $\sigma_{r\theta} = 0$ , а на стенке канала  $\theta = \alpha$  (рис. 1) и выполняется условие максимального трения  $\sigma_{r\theta} = k$ , то из (2) следует, что решение уравнения (3) должно удовлетворять условиям

$$\gamma = 0 \qquad \text{при} \quad \theta = 0; \tag{4}$$

$$\gamma = \pi/2$$
 при  $\theta = \alpha.$  (5)

Решение уравнения (3) и условия (4), (5) определяют функцию  $\gamma(\theta)$  и зависимость b от  $\alpha$ , найденные численно. Зная  $\gamma(\theta)$ , с использованием (2) можно определить  $r_0$  из условия, что горизонтальное усилие при r = R (рис. 1) равно нулю. Это условие соответствует процессу волочения без обратного натяжения и имеет вид

$$\int_{0}^{\alpha} (\sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) \sin \theta \, d\theta = 0.$$
(6)

(Величина  $r_0$  для заданных параметров процесса найдена численно.) Так как в случае идеально пластического материала, подчиняющегося условию текучести Мизеса,  $\sigma_{eq} = \sigma_Y = \sqrt{3} k$ , то параметр  $\beta$  находится из (2) в виде

$$\beta = \frac{\cos\gamma}{3} - \frac{b}{\sqrt{3}} \ln \frac{r}{r_0} - \sqrt{3} \int_0^\theta \sin\gamma \, d\theta.$$
(7)

Таким образом, с учетом решений уравнений (3), (6) параметр  $\beta$  является известной функцией переменных  $\theta$  и r при заданных геометрических параметрах процесса.

Радиальная скорость определяется выражением [10]

$$u = -\frac{B}{r^2} \exp\left(-2\sqrt{3}\int_0^\theta \operatorname{tg} \gamma \, d\theta\right),\tag{8}$$

где B — постоянная, которая может быть определена при заданной скорости жесткой области выше поверхности r = R (рис. 1). Однако величина B не оказывает влияния на рассматриваемый процесс разрушения. Так как течение установившееся и компонента u является единственной отличной от нуля компонентой скорости, то

$$\varepsilon_{eq} = -\int_{r}^{R} \xi_{eq} \, \frac{dr}{u}.\tag{9}$$

Используя (8), получим выражение  $\xi_{eq}/u$  в виде

$$\frac{\xi_{seq}}{u} = -\frac{2}{r\cos\gamma}.$$
(10)

Подставляя (10) в (9), найдем

$$\varepsilon_{eq} = \frac{2}{\cos\gamma} \ln \frac{R}{r}.$$
(11)

Из соотношения (11) и условия (5) следует, что при приближении к поверхности трения  $\varepsilon_{eq} \to \infty$ . Подставляя (7), (10), (11) в уравнение (1) и интегрируя его, можно найти распределение величины  $\beta_{a\nu}$ . Согласно экспериментальным данным [3] для алюминиевого сплава величина  $s_c$  приближенно равна 1/10 характерного линейного размера области течения, поэтому в рассматриваемом случае примем  $s_c = r\alpha/10$ . Тогда, используя сформулированный критерий разрушения при указанном значении  $s_c$ , заданную функцию  $\Phi(\beta_{a\nu})$  и полагая, что

$$\varepsilon_{eq} = \Phi(\beta_{a\nu}) \tag{12}$$

при  $\theta = 9\alpha/10, r = R_0$ , можно определить параметры процесса, при которых наступает разрушение.

Для стали (химический состав: С — 0,32–0,39 %; Si — 0,15–0,35 %; Mn — 0,5–0,8 %) функция  $\Phi(\beta_{a\nu})$  имеет вид [14]

$$\Phi(\beta_{a\nu}) = 0.639 - 0.568\beta_{a\nu} + 0.138\beta_{a\nu}^2.$$
<sup>(13)</sup>



Рис. 2. Зависимость отношения радиусов входного и выходного сечений прута, при которых наступает разрушение, от угла раствора матрицы  $\alpha$ 

С использованием полученного численного решения, а также соотношений (12) и (13) определена зависимость критической величины  $q = \rho/\rho_0 = R/R_0$ , при которой наступает разрушение, от угла  $\alpha$ , представленная на рис. 2 ( $\rho$ ,  $\rho_0$  — радиусы прута на входе и выходе из матрицы соответственно (см. рис. 1)). Величина радиусов  $\rho$  и  $\rho_0$  не влияет на процесс разрушения при выбранных решении и критерии разрушения. Это является следствием того, что величина  $s_c$  зависит от характерного линейного размера области течения.

В работе рассмотрен идеальный жесткопластический материал. Однако необходимость использования предложенного подхода (или другого нелокального критерия разрушения) может возникать и в случае более сложных моделей материалов. В теории упрочняющегося пластического тела широко используются зависимости эквивалентного напряжения от эквивалентной деформации, содержащие напряжение насыщения (см., например, [15]). Как следует из решения частных задач [16], при применении таких зависимостей эквивалентная скорость деформации может стремиться к бесконечности на поверхности максимального трения. Вблизи поверхностей максимального трения сингулярные поля скорости возникают при использовании некоторых моделей пластического анизотропного материала (см., например, [17]). Известны также модели вязкопластичности и сверхпластичности, содержащие напряжение насыщения [18, 19]. Вероятно, в таких случаях эквивалентная скорость деформации может стремиться к бесконечности на поверхности максимального трения.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Губкин С. И. Пластическая деформация металлов. М.: Металлургиздат, 1961. Т. 3.
- Kim Y.-T., Ikeda K. Flow behavior of the billet surface layer in porthole die extrusion of aluminium // Metallurg. Mater. Trans. 2000. V. 31A, N 6. P. 1635–1643.
- 3. Aukrust T., LaZghab S. Thin shear boundary layers in flow of hot aluminium // Intern. J. Plast. 2000. V. 16, N 1. P. 59–71.
- Alexandrov S., Richmond O. Singular plastic flow fields near surfaces of maximum friction stress // Intern. J. Non-Linear Mech. 2001. V. 36, N 1. P. 1–11.
- 5. Александров С. Е., Гольдштейн Р. В., Лямина Е. А. Развитие концепции коэффициента интенсивности скорости деформации в теории пластичности // Докл. РАН. 2003. Т. 389, № 2. С. 180–183.
- 6. Колмогоров В. Л. Пластичность и разрушение. М.: Металлургия, 1977.
- 7. Atkins A. G. Fracture in forming // J. Mater. Process. Technol. 1996. V. 56. P. 609–618.
- Shabara M. A., El-Domiaty A. A., Kandil M. A. Validity assessment of ductile fracture criteria in cold forming // J. Mater. Engng Perform. 1996. V. 5. P. 478–488.
- Norris D. M., Reaugh J. E., Moran B., Quinones D. F. A plastic-strain, mean-stress criterion for ductile fracture // Trans. ASME. J. Engng Mater. Technol. 1978. V. 100, N 3. P. 279–286.
- Shield R. T. Plastic flow in a converging conical channel // J. Phys. Mech. Solids. 1955. V. 3, N 4. P. 246–258.
- Cristescu N. Plastic flow through conical converging dies, using a viscoplastic constitutive equation // Intern. J. Mech. Sci. 1975. V. 17. P. 425–433.
- Durban D., Mear M. E. Asymptotic solution for extrusion of sintered powder metals // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1991. V. 58, N 2. P. 582–584.
- 13. Соколовский В. В. Плоское и осесимметричное равновесие пластической массы между жесткими стенками // Прикл. математика и механика. 1950. Т. 14. С. 75–92.

- 14. Александров С. Е., Вилотич Д., Гольдштейн Р. В., Чиканова Н. Н. К определению диаграммы пластичности // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1999. № 4. С. 141–149.
- 15. Sevillano J. G., van Houtte P., Aernoudt E. Large strain work hardening and textures // Progress Mater. Sci. 1981. V. 25, N 1. P. 69–112.
- Alexandrov S., Richmond O. Frictional effects in the modified Couette flow of solids // Proc. of the 8th Intern. conf. on metal forming, Cracow (Poland), 3–7 Sept. 2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 723–728.
- 17. Collins I. F., Meguid S. A. On the influence of hardening and anisotropy on the plane-strain compression of thin metal strip // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1977. V. 44, N 2. P. 271–278.
- Tashman L., Masad E., Little D., Zbib H. A microstructure-based viscoplastic model for asphalt concrete // Intern. J. Plasticity. 2005. V. 21, N 9. P. 1659–1685.
- 19. Смирнов О. М. Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979.

Поступила в редакцию 20/VII 2005 г., в окончательном варианте — 15/XI 2005 г.