

ЛИТЕРАТУРА

1. Rice S. A., Kirkwood J. G. et al. Statistical mechanical theory of transport processes. XII. Dense rigid sphere fluids. — J. Chem. Phys., 1959, vol. 31, p. 575.
2. Rice S. A., Allnatt A. R. On the kinetic theory of dense fluids. VI. Singlet distribution function for rigid spheres with an attractive potential. — J. Chem. Phys., 1961, vol. 34, p. 2144.
3. Allnatt A. R., Rice S. A. On the kinetic theory of dense fluids. VII. The doublet distribution function for rigid spheres with an attractive potential. — J. Chem. Phys., 1961, vol. 34, p. 2156.
4. Prigogine I., Nicolis G., Misguich. Local equilibrium approach to transport processes in dense media. — J. Chem. Phys., 1965, vol. 43, N 12.
5. Wei C. C., Davis H. T. Kinetic theory of dense fluid mixtures. II. Solution to the singlet distribution functions for the Rice — Allnatt model. — J. Chem. Phys., 1966, vol. 45, N 7.
6. Davis H. T. A kinetic theory of dense fluids. — J. Stat. Phys., 1973, vol. 7, N 3.
7. Davis H. T. Kinetic theory of dense fluids and liquids revisited. — Adv. Chem. Phys., 1973, vol. 24, p. 257.
8. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975.
9. Дубровский Г. В., Богданов А. В. К выводу обобщенного кинетического уравнения Больцмановского типа. — Вестн. ЛГУ, 1976, № 13.
10. Рудяк В. Я., Яненко П. П. О влиянии эффектов памяти и нелокальности на процессы переноса в газах и жидкостях. Препринт № 4. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
11. Enskog D. Kinetische Theorie der Wärmeleitung, Reibung und Selbstdiffusion in gewissen verdichteten Gasen und Flüssigkeiten. — Kungl. Svenska Vet. — Ak. Handl., 1922, N 4.
12. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960.
13. Hanlay H. G. M., McCarty R. D., Cohen E. G. D. Analysis of the coefficients for simple dense fluids: application of the modified Enskog theory. — Physica, 1972, vol. 60, p. 322.
14. Barajas L., Garsia-Colin L. S., Pina E. On the Enskog — Thorne theory for a binary mixtures of dissimilar rigid spheres. — J. Stat. Phys., 1973, vol. 7, N 2.
15. Van Beijeren H., Ernst M. H. The modified Enskog equation. — Physica, 1973, vol. 68, p. 437.
16. Van Beijeren H., Ernst M. H. The modified Enskog equation for mixtures. — Physica, 1973, vol. 70, p. 225.
17. Курочкин В. П. Об уравнениях переноса для смесей плотных газов. — Тр. МФТИ. Сер. Аэрофизика и прикладная математика, 1978.
18. Струминский В. В., Курочкин В. П., Кульбицкий Ю. П. Законы механики дисперсных сред и двухфазных систем в связи с проблемами повышения эффективности технологических процессов. Статистические методы. Препринт № 2. Сектор механики неоднородных сред АН СССР. М., 1979.
19. Курочкин В. П. Кинетическая теория плотных газовых смесей. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1980.
20. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964.
21. Колесниченко А. В., Тирский Г. А. Соотношения Стефана — Максвелла и поток тепла для неидеальных многокомпонентных сплошных сред. — ЧММСС, 1976, т. 7, № 4.
22. Tham M. K., Gubbins K. E. Kinetic theory of multicomponent dense fluid mixtures of rigid spheres. — J. Chem. Phys., 1971, vol. 55, N 1.
23. Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ, 1961.
24. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.

УДК 532.526.4

ТУРБУЛЕНТНАЯ ВЯЗКОСТЬ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Г. Ф. Сивых
(Новосибирск)

Существует два подхода к определению характеристик турбулентного пограничного слоя: интегральные и дифференциальные (конечно-разностные) методы. Первый подход связан с использованием интегральных соотношений, когда уравнения пограничного слоя удовлетворяются только в среднем по его толщине и позволяют рассчитать лишь интегральные характеристики, такие как коэффициент трения, толщина

потери импульса и т. д. Примеры использования интегральных методов для расчета пограничного слоя на шероховатых поверхностях можно найти, например, в [1, 2].

Более богатую информацию позволяют получить дифференциальные методы, которые содержат прямые предположения о реинольдсовых напряжениях в точке и связаны с решением основных уравнений законов сохранения в частных производных. В [3] проведено разделение дифференциальных методов на модели, замыкаемые с помощью поля средней скорости, и модели, в которых используются поля осредненных характеристик турбулентности. В первом из этих случаев для получения величин турбулентных касательных напряжений и поля средней скорости используются — и во многих случаях успешно — довольно простые модели, основанные на понятии турбулентной вязкости (или пути смешения) [4].

В данной работе предлагается модель турбулентной вязкости для расчета двумерного несжимаемого пограничного слоя с градиентом давления на проницаемой шероховатой поверхности.

1. При формулировке задачи с использованием турбулентной вязкости обычно принимается представление о двухслойном пограничном слое с различными законами изменения вязкости во внутренней (пристеночной) и внешней областях. Известно (см., например, [5]), что крупномасштабное движение, ответственное за характеристики внешней зоны, слабо зависит от состояния стенки. Поэтому во внешней области естественно использовать методы, развитые для расчета пограничного слоя на гладкой поверхности [3, 4]. В данной работе при проведении расчетов использовалась модель пути смешения

$$(1.1) \quad \frac{\mu_t}{\mu} = l^{+2} \left| \frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right|, \quad u^+ = \frac{u}{u_*}, \quad y^+ = \frac{\rho u_* y}{\mu}, \quad l^+ = \frac{\rho u_* l}{\mu},$$

где y — координата, нормальная к поверхности; u — продольная компонента скорости; ρ — плотность; μ , μ_t — молекулярная и турбулентная вязкости; $u_* = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ — динамическая скорость; τ — напряжение сдвига; индекс w обозначает параметры на стенке. Длина пути смешения l во внешней области полагается пропорциональной толщине пограничного слоя $l = 0,09\delta$.

Как известно, возможность использования во внешней области локального представления эффектов турбулентного обмена посредством (1.1) ограничена случаем близких к «равновесному» течений. При расчете «сильно неравновесных» потоков следует отдать предпочтение моделям переноса осредненных характеристик турбулентности [3]. В отличие от внешней области мелкомасштабная турбулентность пристеночной зоны обладает «короткой памятью», так как затухание возмущений здесь происходит на коротких расстояниях. Это обстоятельство позволяет с успехом использовать вблизи стенки концепцию локального подхода и получить алгебраическое выражение для турбулентной вязкости. Заметим, что вследствие своего локального характера оно может быть использовано также в качестве граничного условия для уравнений переноса характеристик турбулентности при расчете «сильно неравновесных» течений.

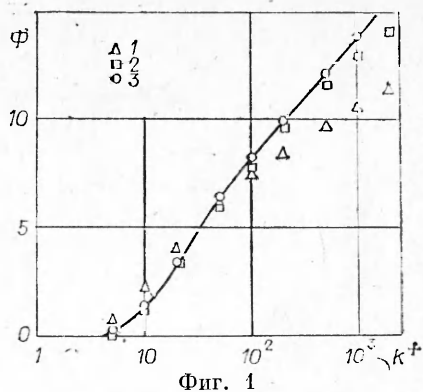
Воспользуемся уравнением движения, которое вблизи стенки, где конвекцией в направлении течения можно пренебречь, имеет вид

$$(1.2) \quad \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu}\right) \frac{du^+}{dy^+} = \tau^+, \quad \tau^+ \equiv \frac{\tau}{\tau_w} = 1 + p^+ y^+ + v_w^+ u^+, \quad p^+ = \frac{\mu}{\rho^2 u_*^3} \frac{dp}{dx}, \quad v_w^+ = \frac{v_w}{u_*},$$

где p — давление; v — поперечная компонента скорости. Экспериментальные результаты, полученные для гладких и шероховатых поверхностей (см., например, [5]), показывают, что соотношение (1.2) для τ^+ выполняется с высокой степенью точности для всего внутреннего слоя. В таком случае правильное выражение для μ_t должно привести к совпадению профиля скорости, полученного при интегрировании (1.2), с профилем, полученным на основании опытных данных. Например, когда $1 + v_w^+ u^+ \gg p^+ y^+$, распределение скорости на достаточных удалениях от шероховатой стенки можно представить в виде [2, 6]

$$(1.3) \quad \frac{2}{v_w^+} \left(\sqrt{1 + v_w^+ u^+} - 1 \right) = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B - \Phi(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots).$$

На непроницаемой поверхности $v_w^+ = 0$ и левая часть (1.3) равна u^+ . Здесь κ — параметр турбулентности Кармана; k — высота элементов шероховатости ($k^+ = \rho u_* k / \mu$); B — параметр, определяющий положение логарифмического участка профиля на гладкой стенке; $\Phi(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots)$ — динамическая функция шероховатости, представляющая сдвиг профиля скорости вследствие влияния шероховатости; $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ — параметры, характеризующие форму элементов шероховатости и их распределение по поверхности. На фиг. 1 сплошной кривой показана аппроксимация экспериментальных данных, полученных Никурадзе для песочной шероховатости.



Фиг. 1

В [1] для некоторых других форм однородной шероховатости в развитом режиме ее обтекания (когда справедлива зависимость $\Phi(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots) = \ln(k^+)/\kappa + R(\sigma_1, \sigma_2, \dots)$) удалось свести набор параметров $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ к единственному параметру плотности распределения элементов по поверхности λ и получить единую корреляционную зависимость $R(\lambda)$. Отметим важное свойство функции шероховатости: в развитом режиме ее значение не зависит явным образом от массообмена на поверхности, градиента давления, поперечной кривизны поверхности и т. п. [2, 6].

В работе [7], посвященной исследованию течения во внутренней области, предложено использовать для турбулентной вязкости в этой зоне выражение (1.1), причем распределение пути смешения задавать в виде

$$(1.4) \quad l^+ = \kappa y^+ [1 - \exp(-y^+/A^+) + \exp(-60y^+/A^+ k^+)],$$

где A^+ — параметр демпфирования пульсаций скорости вблизи стенки. На гидравлически гладкой поверхности $k^+ \rightarrow 0$ и второй экспоненциальный член пренебрежимо мал. Использование (1.4) для гладкой поверхности (см., например, [4]) хорошо согласуется с известными экспериментальными данными. Однако численный расчет профилей скорости на шероховатой поверхности, проведенный с помощью этого представления, дает неудовлетворительное соответствие между расчетом (точки 1 на фиг. 1) и экспериментальной зависимостью $\Phi(k^+)$.

Использование с этой же целью формулы, полученной в [8], существенно улучшает это соответствие (точки 2), но и здесь с ростом k^+ наблюдается тенденция к отклонению. Кроме того, применимость выражения из [8] ограничена случаем шероховатости, которая может быть сведена к эквивалентной песочной шероховатости, что, как правило, невозможно для переходного режима обтекания ее элементов.

Получим выражение для турбулентной вязкости путем сопоставления экспериментально установленного профиля скорости с результатом интегрирования (1.2). Предварительно заметим, что на достаточном удалении от гладкой стенки распределение μ_t будет задаваться формулой $\mu_t/\mu \approx \kappa y^+ \sqrt{\tau^+}$. Дополнительное вихреобразование, вызываемое элементами шероховатости, учтем аддитивным образом:

$$(1.5) \quad \mu_t/\mu = (\kappa y^+ + f(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots)) \sqrt{\tau^+}.$$

Аналогичный подход к моделированию μ_t был использован в [9], где рассматривалось безградиентное обтекание непроницаемой пластины. В общем случае совместного воздействия массообмена и градиента давления переменные в (1.2) не разделяются, поэтому рассмотрим их влияние в отдельности. Пусть, например, $1 + v_w^+ u^+ \gg p^+ y^+$. Тогда, подставив (1.5) в (1.2) и заметив, что по всей толщине пристеночной области спра-

ведливо соотношение $1 + (\kappa y^+ + f) \sqrt{\tau^+} \simeq (1 + \kappa y^+ + f) \sqrt{\tau^+}$, после интегрирования будем иметь

$$(1.6) \quad \frac{2}{v_w^+} \left(\sqrt{1 + v_w^+ u^+} - 1 \right) = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{1 + \kappa y^+ + f}{1 + f}.$$

Сопоставляя выражения (1.3) и (1.6) в области справедливости логарифмического распределения скорости (где $\kappa y^+ \gg 1 + f$), получим искомого выражение члена, моделирующего вихреобразование на шероховатой поверхности:

$$(1.7) \quad f(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots) = \frac{\kappa}{\exp \{ \kappa [B - \Phi(k^+, \sigma_1, \sigma_2, \dots)] \}} - 1.$$

Проведя аналогичные рассуждения для пограничного слоя с градиентом давления без массообмена ($v_w = 0$), можно получить, что в этом случае дополнительное вихреобразование задается той же самой зависимостью. Тогда естественно предположить, что выражение (1.7) справедливо и в общем случае совместного влияния массообмена и градиента давления. Удовлетворительное согласование представленных в п. 3 результатов расчета с экспериментальными данными подтверждает законность этого допущения.

С помощью (1.7) можно получить важное для практических приложений значение границы развитого режима шероховатости k_r^+ . Действительно, моменту наступления режима развитой шероховатости отвечает полное вырождение вязкого подслоя и связанных с ним эффектов проявления молекулярного переноса. Такая же ситуация складывается на достаточно больших расстояниях от гладкой стенки, где $\mu_t/\mu \simeq \kappa y^+ \sqrt{\tau^+}$. Отсюда ясно, что на границе развитого режима шероховатости $f = 0$ и

$$(1.8) \quad k_r^+(\sigma_1, \sigma_2, \dots) = \exp \{ \kappa [B - R(\sigma_1, \sigma_2, \dots)] \} / \kappa.$$

Полученное выражение для k_r^+ хорошо согласуется с известными экспериментальными данными Никурадзе для песочной шероховатости и Хама для перегородок (данные приведены в [1]). При меньших значениях $k^+ < k_r^+$ (режим переходной шероховатости) имеем $f < 0$, благодаря чему учитывается остаточное демпфирующее влияние вязкости.

Отметим, что распределение скорости, полученное с помощью (1.5), (1.7) (точки 3 на фиг. 1), хорошо согласуется с соответствующими экспериментальными результатами Никурадзе.

2. С целью проверки справедливости предложенной модели турбулентной вязкости было проведено сравнение результатов конечно-разностного расчета характеристик турбулентного пограничного слоя с рядом известных экспериментальных данных. За основу вычислительного алгоритма взята конечно-разностная процедура Патанкара — Сполдинга [4], разработанная для расчета пограничных слоев на гладкой стенке. Изменения, необходимые для учета шероховатости, коснулись только прилегающей к стенке зоны течения и заключаются в следующем. В приближении одномерного пограничного слоя уравнения, описывающие течение в этой зоне, имеют вид

$$(2.1) \quad \frac{d\omega}{dy^+} = \frac{\mu u^+}{\psi_e - \psi_w}, \quad \frac{du^+}{dy^+} = \frac{\tau^+}{1 + \mu_t/\mu},$$

где μ_t/μ рассчитывается с помощью (1.1), (1.4) в случае гладкой поверхности (когда $k^+ \rightarrow 0$) и (1.5), (1.7) — в случае шероховатой стенки; $\omega = (\psi - \psi_w)/(\psi_e - \psi_w)$ — безразмерная функция тока, используемая в [4] в качестве нормальной к поверхности координаты; e — индекс внешней границы пограничного слоя.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (2.1) для прилегающей зоны решалась методом Рунге — Кутты совместно с конечно-разностными уравнениями, аппроксимирующими уравнения сохранения

в остальной части пограничного слоя. Сращивание решений производилось в середине ближайшего к стенке ω -интервала; значения координаты y_i^+ и скорости u_i^+ , отвечающие этой точке ω_i , определялись в процессе интегрирования системы (2.1).

Разностные уравнения для $\omega_i \leq \omega \leq 1$ решались методом прогонки поперек пограничного слоя [4]. Распределение турбулентной вязкости, необходимое для вычисления прогоночных коэффициентов, рассчитывалось по формулам, приведенным в п. 1, и в согласии с принятой двухслойной схемой пограничного слоя.

Для решения системы уравнений пограничного слоя параболического типа, кроме граничных условий на стенке и внешней границе пограничного слоя, необходимо знать профили всех переменных в начальном сечении. Однако в большей части случаев в начальном сечении приводятся лишь интегральные характеристики: коэффициент трения c_f и толщина потери импульса θ . В таких случаях в качестве начального принимался профиль скорости, задаваемый формулой

$$(2.2) \quad \frac{2\kappa}{v_w^+} \left(\sqrt{1 + v_w^+ u^+} - 1 \right) = \ln \frac{1 + \kappa y^+ + f}{1 + f} + g \left(\Pi, \frac{y}{\delta} \right).$$

В отличие от формулы (1.6), справедливой в пристеночной области, здесь добавлена функция следа $g(\Pi, y/\delta)$, представляющая отклонение профиля скорости во внешней области пограничного слоя от логарифмического закона. В [10] показано, что параметр следа Π и функция следа не зависят явным образом от массообмена на обтекаемой поверхности; консервативность функции следа по отношению к шероховатости поверхности доказана в [6]. Удобное и достаточно точное выражение для $g(\Pi, y/\delta)$, обеспечивающее хорошее описание профиля скорости в широком диапазоне градиентов давления и чисел Рейнольдса, предложено в [11]:

$$(2.3) \quad g(\Pi, y/\delta) = (1 + 6\Pi)(y/\delta)^2 - (1 + 4\Pi)(y/\delta)^3.$$

Используя (2.2), (2.3), получим соотношения для определения параметра Π и толщины пограничного слоя δ по заданным значениям $u_e^+ = (2/c_f)^{1/2}$ и θ :

$$(2.4) \quad \frac{\theta}{\delta} = \left(\frac{c_f}{2} + j \right)^{1/2} (I_1 + jI_3) - \left(\frac{c_f}{2} + j \right) I_2 - \frac{j}{4} (I_2 + jI_4),$$

$$\frac{2\kappa}{v_w^+} \left[(1 + v_w^+ u_e^+)^{1/2} - 1 \right] = \ln \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) + 2\Pi.$$

Здесь $j = v_w/u_e$, $\varepsilon = (1 + f)/\kappa\delta^+$,

$$I_1 = \kappa^{-1}(\Pi + 0,917 - E_1 + \varepsilon),$$

$$I_2 = \kappa^{-2}[1,486\Pi^2 + (3,043 - 4E_1 + 5,33\varepsilon)\Pi + 1,912 + E_2 + 2,17\varepsilon],$$

$$I_3 = \kappa^{-3}[1,229\Pi^3 + (4,048 - 6E_1 + 9,13\varepsilon)\Pi^2 + (5,37 + 3E_2 + 8,23\varepsilon)\Pi + 2,943 - E_3/2 + 3,26\varepsilon],$$

$$I_4 = \kappa^{-4}[1,068\Pi^4 + (4,937 - 8E_1 + 13,23\varepsilon)\Pi^3 + (10,216 + 6E_2 + 19,1\varepsilon)\Pi^2 + (11,484 - 2E_3 + 15,46\varepsilon)\Pi + 5,952 + E_4/4 + 6,38\varepsilon].$$

Параметры E_i ($i = 1, \dots, 4$) вычисляются по рекуррентной формуле $E_i = -\varepsilon(\ln \varepsilon)^i - iE_{i-1}$, где $E_0 = -\varepsilon$. Формула, подобная (2.4), была получена в [10] для обтекания гладкой поверхности (когда ε , $E_i \rightarrow 0$). Однако там, перед последним членом в правой части выражения для θ/δ , ошибочно пропущен коэффициент $1/4$.

В качестве граничных условий использовались обычные условия на стенке и внешней границе пограничного слоя

$$y = 0, u = 0, v = v_w; y = \delta, u = u_e(x).$$

Для функции шероховатости в развитом режиме ($k^+ \gg k_s^+$), как уже отмечалось в п. 1, справедливо выражение $\Phi = (\ln k^+)/\kappa + R$. Корреляционную зависимость $R(\lambda)$ для некоторых форм элементов шероховатости можно найти в [1]; в ряде других случаев известно значение эквивалентной песочной шероховатости, для которой $R \simeq -3$ [12]. В режиме переходной шероховатости ($k_s^+ \leq k^+ \leq k_r^+$) достаточно точной является следующая аппроксимационная формула:

$$\Phi = \left(\frac{1}{\kappa} \ln k^+ + R \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{\ln k^+ - \ln k_s^+}{\ln k_r^+ - \ln k_s^+} \right),$$

где k_s^+ — граница режима гидравлически гладкого обтекания (для песочной шероховатости Никурадзе $k_s^+ \simeq 5$). Следует ожидать, что значение k_s^+ увеличивается с ростом степени однородности элементов шероховатости.

3. Для проверки алгоритма было проведено сравнение результатов расчета с классическими экспериментальными данными, полученными Дхаваном, Шульц-Груновым и Кемпфом на гладкой пластине в широком диапазоне чисел Рейнольдса $Re_x = 10^5 - 10^9$ (данные приведены в [13]). Значения параметров турбулентности при расчете были выбраны равными $\kappa = 0,41$ и $A^+ = 26$; расчетная сетка строилась таким образом, чтобы в середине ближайшего к стенке ω -интервала значение координаты y_i^+ не выходило за границы диапазона $y_i^+ = 2 - 5$. Согласование оказалось весьма хорошим (отклонение для c_f не превышало $\pm 4\%$), поэтому указанные значения использовались во всех последующих расчетах пограничного слоя на шероховатой поверхности.

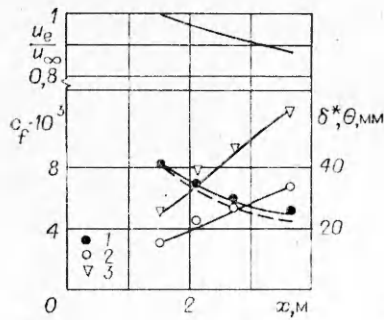
Исключение составило значение параметра κ при расчете градиентных течений. Оказалось, что использование того же значения $\kappa = 0,41$, что и в безградиентном потоке, приводит к систематическому по сравнению с экспериментальными данными завышению коэффициента трения c_f для потоков с отрицательным градиентом давления и занижению c_f для потоков с положительным градиентом давления. К выводу о зависимости параметра κ от продольного градиента давления приводят также результаты, полученные в [14] путем обработки профилей скорости, измеренных в ряде работ на гладких поверхностях. В [15] на основе экспериментальных данных, представленных на Стэнфордской конференции (1968 г.), предлагается зависимость

$$(3.1) \quad \kappa = 0,41 + 0,182[1 - \exp(-0,32\beta)], \quad \beta = -0,5 - 5,$$

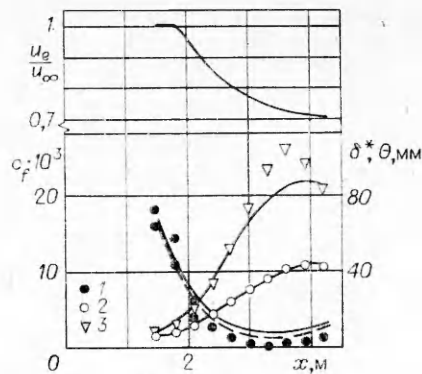
где $\beta = \delta^*/\tau_w \cdot dp/dx$ — параметр равновесия Клаузера; δ^* — толщина вытеснения. Такая поправка позволяет, согласно [15], существенно повысить точность определения c_f для равновесных пограничных слоев (на 30—40% для $\beta \simeq 5$). Вследствие вышеизложенного значение κ рассчитывалось с помощью (3.1), где β вычислялось для соответствующего состояния поверхности. В случае неравновесных течений учет предыстории градиента давления производился с помощью простой релаксационной модели для расчета эффективного значения β [16].

С использованием развитой выше модели турбулентной вязкости было получено удовлетворительное согласование результатов расчета со всеми экспериментальными данными для непроницаемых поверхностей, имеющимися в [1, 8]. Приведем два типичных графика.

На фиг. 2 представлено сравнение с результатами измерения c_f , θ и δ^* (точки 1—3 соответственно) в пограничном слое ($u_\infty = 34,45$ м/с) на поверхности, покрытой двумерными элементами шероховатости: эле-



Фиг. 2



Фиг. 3

менты квадратного сечения со стороной $k = 3,175$ мм располагались поперек потока с периодом (плотностью) $\lambda = 4$ [6]. Здесь же штриховой линией приведены результаты расчета коэффициента трения c_f , полученные для $\kappa = 0,41$. Как и следовало ожидать, влияние изменения κ на интегральные толщины θ и δ^* оказалось слабым, поэтому здесь и ниже для них приведены только результаты расчета, соответствующие значению $\kappa(\beta)$, вычисленному по формуле (3.1).

Скоттрон и Пауэр (см. [1]) исследовали влияние градиента давления на характеристики пограничного слоя около шероховатой поверхности, образованной с помощью сетки с квадратными ячейками ($k = 5,34$ мм, $\lambda = 3,7$, $u_\infty = 29,9$ м/с). На фиг. 3 представлено сопоставление с расчетом для случая наиболее сильного, неблагоприятного градиента давления. По-прежнему точки 1—3 обозначают c_f , θ , δ^* , штриховая кривая — расчет c_f с $\kappa = 0,41$. По сравнению с остальными случаями согласование здесь оказалось не столь удовлетворительным. Это может объясняться как близким к отрывному значением градиента давления, так и трехмерным характером течения вблизи сетки. Обе эти причины накладывают ограничения на возможность использования модели двумерного пограничного слоя.

Прежде чем привести сравнение для проницаемых поверхностей, сделаем два замечания относительно совместного влияния массообмена и градиента давления на используемые в расчете параметры. Первое из них касается параметра B в пристеночном профиле скорости (1.3). Влияние вдува на величину B в безградиентном потоке исследовано в [17]. Эту зависимость с учетом того, что градиент давления практически не влияет на величину B , можно записать в виде

$$B = 2 \left(\sqrt{1 + 11v_w^+} - 1 \right) / v_w^+ - 6.$$

Интересно отметить, что увеличение параметра вдува v_w^+ приводит к уменьшению B и в соответствии с (1.8) уменьшению h_r^+ . Этот вывод о расширении зоны развитого режима шероховатости согласуется с экспериментальными наблюдениями [5] о проявлении на стенке со вдувом дополнительных свойств, присущих обтеканию шероховатой поверхности. Проявление этих свойств связано, согласно [5], с образованием тормозящего потока поля давления вокруг каждой вдуваемой с поверхности струйки.

Второе замечание касается использования формулы (3.1). Экспериментально доказано (см., например, [5]), что массообмен на поверхности не влияет на величину параметра κ . Учитывая это, а также тот факт, что зависимость (3.1) предложена для пограничного слоя на поверхности без массообмена, будем использовать (3.1) при условии замены значения τ_w его аналогом τ_{w0} на непроницаемой стенке. В первом приближении воспользуемся для этого соотношением $\tau_{w0} = \tau_w / [\ln(1 + b)/b]^{0,7}$, где

$b = 2j/c_f$ [18]. Тогда для параметра равновесия будем иметь следующее модифицированное выражение:

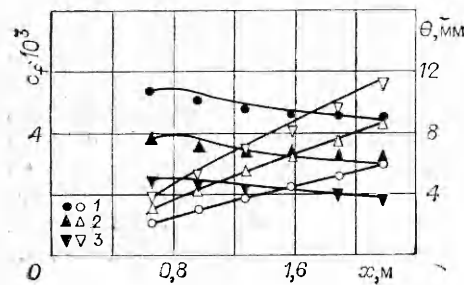
$$(3.2) \quad \beta = \frac{\delta^*}{\tau_w} \left[\frac{\ln(1+b)}{b} \right]^{0.7} \frac{dp}{dx}$$

На фиг. 4, 5 представлено сравнение расчета с экспериментальными данными, полученными в [5, 19] соответственно. В этих работах исследовалось течение около пористой пластины, плотно покрытой однородными сферическими элементами шероховатости с радиусом $r = 0,635$ мм. Характер элементов шероховатости не позволяет определить плотность шероховатости λ и воспользоваться корреляционной зависимостью [4]. Поэтому при расчете была использована высота эквивалентной песочной шероховатости $k = 1,25r$ [12]. Из данных [5, 19] следует, что при таком выборе значения k параметр $R = -3,5$ для безградиентного обтекания и $R = -4,1$ при наличии продольного градиента давления.

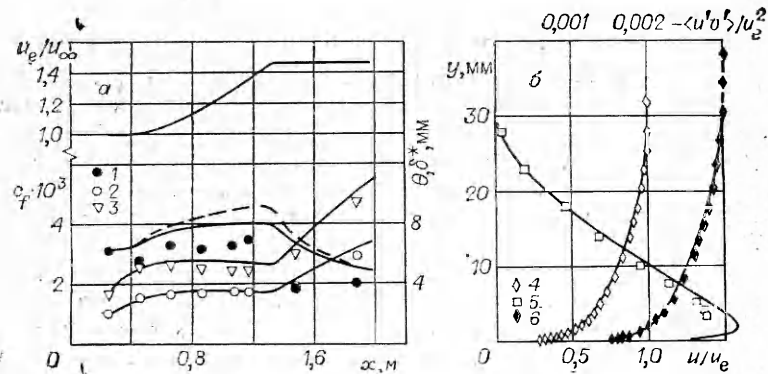
На фиг. 4 представлено сопоставление расчета с результатами измерения θ (светлые точки) и c_f (черные точки) в безградиентном потоке с $u_e = 27,1$ м/с. Испытания были проведены для значений параметра массообмена $j = 0; 0,002$ и $0,004$ (точки 1—3 соответственно).

Сравнение с экспериментальными данными [19], полученными для ускоряющегося равновесного потока ($u_\infty = 26,4$ м/с, $j = 0,0039$), приведено на фиг. 5. Результаты измерения интегральных характеристик c_f , θ , δ^* (точки 1—3 соответственно) и их расчетные значения (штриховая кривая — расчет c_f с $\kappa = 0,41$) сравниваются на фиг. 5, а. Отметим, что при расчете было получено хорошее согласование значения κ , вычисленного по формулам (3.1), (3.2), с его экспериментальным значением как для приведенного здесь случая со вдувом ($j = 0,0039$, $\kappa \approx 0,35$), так и без него ($j = 0$, $\kappa \approx 0,38$, градиент давления был таким же, что и в испытаниях со вдувом). На фиг. 5, б представлено сравнение с данными измерения средней скорости u (точки 4) и турбулентного напряжения сдвига $-\langle u'v' \rangle$ (точки 5) на участке ускорения потока ($x = 1,07$ м, $u_e = 33,9$ м/с), а также средней скорости (точки 6) на безградиентном участке ($x = 1,47$ м, $u_e = 39,1$ м/с). Видно, что совпадение хорошее как для интегральных, так и для локальных параметров.

Автор признателен Е. Г. Зауличному за внимание к работе, О. А. Данилову за полезные обсуждения.



Фиг. 4



Фиг. 5

Поступила 28 I 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Dvorak F. A. Calculation of turbulent boundary layers on rough surface in pressure gradient.— AIAA J., 1969, vol. 7, N 9.
2. Сивых Г. Ф. О расчете трения и теплообмена на шероховатых, проницаемых плоских и осесимметричных телах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5.
3. Mellor G. L., Herring H. J. A survey of the mean turbulent field closure models.— AIAA J., 1973, vol. 11, N 5.
4. Patankar S. V., Spalding D. B. Heat and mass transfer in boundary layers: a general calculation procedure. London: Intertext, 1970.
5. Pimenta M. M., Moffat R. J., Kays W. M. The structure of a boundary layer on a rough wall with blowing and heat transfer.— Trans. ASME. J. Heat Transfer, 1979, vol. 101, N 2.
6. Perry A. E., Joubert P. N. Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients.— J. Fluid Mech., 1963, vol. 17, pt 2.
7. Van-Driest E. R. On turbulent flow near a wall.— J. Aeron. Sci., 1956, vol. 23, N 11.
8. Cebeci T., Chang K. C. Calculation of incompressible rough-wall boundary-layer flows.— AIAA J., 1978, vol. 16, N 7.
9. Пилипенко В. Н. О строении турбулентной вязкости при течении вблизи шероховатой поверхности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 2.
10. Economos C. A transformation theory for the compressible turbulent boundary layer with mass transfer.— AIAA J., 1970, vol. 8, N 4.
11. Dean R. B. A single formula for the complete velocity profile in a turbulent boundary layer.— Trans. ASME. J. Basic Engng, 1976, vol. 98, N 4.
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
13. Шубауэр Г. Б., Чен К. М. Турбулентное течение.— В кн.: Турбулентные течения и теплопередача. М.: ИЛ, 1963.
14. Galbraith R. A. McD., Head M. R. Eddy viscosity and mixing length from measured boundary layer developments.— Aeron. Quart., 1975, vol. 26, pt 2.
15. Glowacki W. J., Chi S. W. Effect of pressure gradient on mixing length for equilibrium turbulent boundary layers. AIAA Paper, 1972, N 213.
16. Glowacki W. J. An improved mixing length formulation for turbulent boundary layers with freestream pressure gradients. AIAA Paper, 1978, N 202.
17. Simpson R. L. Characteristics of turbulent boundary layers at low Reynolds numbers with and without transpiration.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 42, pt 4.
18. Simpson R. L., Moffat R. J., Kays W. M. The turbulent boundary-layer on a porous plate; experimental skin friction with variable injection and suction.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1969, vol. 12, N 7.
19. Coleman H. W., Moffat R. J., Kays W. M. The accelerated fully rough turbulent boundary layer.— J. Fluid Mech., 1977, vol. 82, pt 3.

УДК 532.526

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИСТЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ ПРЕГРАДЫ

Г. Ф. Горшков

(Ленинград)

При натекании дозвуковой осесимметричной струи газа на плоскую преграду, расположенную перпендикулярно оси потока в пределах начального (фиг. 1, *a*) или основного (фиг. 1, *b*) участков, можно выделить несколько характерных областей течения: область невозмущенного течения струи *I* для расстояний среза сопла от преграды $H = h/r_a \geq 3$, где r_a — радиус среза сопла; область взаимодействия *II* — область разворота потока вдоль стенки с существенно отрицательным градиентом давления вдоль преграды; область радиальной пристеночной струи *III* и пристеночный пограничный слой *IV*.

Течение газа в указанных областях характеризуется неравномерностью распределения осредненных и пульсационных характеристик в продольном и поперечном направлениях [1] и повышенным уровнем пульсаций газодинамических величин (турбулентностью потока), влияющих на процессы тепломассопереноса в пристеночном пограничном слое преграды [2, 3]. Особенности течения газа в пограничном слое в окрестности точки торможения при струйном обтекании преграды таковы, что при построении моделей турбулентности, необходимых для замыкания исходной системы уравнений, описывающей течение, не удается правильно отразить имеющий место в действительности перенос импульса, тепла и вещества в рамках простейших феноменологических градиентных моделей первого порядка (например, прандтлевской модели пути смешения) по ряду причин.