

К ВОПРОСУ УПРАВЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ДЕЙСТВИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ

С. В. Демидков

Академический научный комплекс «Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова»,
220072 Минск

Предложено использование неконтактного воздействия магнитным полем на элементы кумулятивной струи с целью снижения глубины проникания. Получено снижение глубины проникания. Построена физико-математическая модель процесса, позволяющая оптимизировать параметры устройств, реализующих воздействие внешним магнитным полем.

В соответствии с гидродинамической теорией [1] глубина проникания кумулятивной струи (КС) в преграду $L = l\sqrt{\rho/\rho_1}$, где l — длина струи; ρ — плотность материала струи; ρ_1 — плотность материала преграды. Поэтому управление глубиной проникания КС в конечном итоге всегда достигается путем изменения длины КС и ее плотности.

В [2–4] успешно использованы методы электродинамики для воздействия на КС на этапе ее растяжения. Причем в [2, 3] снижение проникающей способности КС достигнуто путем одновременного действия факторов форсирования процесса разрыва струи, а также снижения плотности струи при импульсном пропускании тока по струе. В [4] получено увеличение проникающей способности КС при ее растяжении в продольном магнитном поле.

В данной работе в дополнение к [2–4] предложено использовать неконтактное воздействие внешним магнитным полем на КС с целью снижения глубины ее проникания на этапе, когда КС представляет собой поток отдельных элементов. Известна способность удлиненных проводящих ($\sigma \neq 0$) магнитных ($\mu \neq 1$) тел, находящихся в магнитном поле, ориентироваться по направлению силовых линий магнитного поля [5]. Поэтому если движение элемента КС происходит под углом к силовой линии магнитного поля, то в результате разворота оси элемента на некоторый угол β длина элемента l_1 в направлении движения центра масс элемента уменьшается (предполагается, что элемент имеет эллиптическую форму и его сечения при проникании работают независимо):

$$l_1 = l_0 / \sqrt{\cos^2 \beta + (l_0/d)^2 \sin^2 \beta}.$$

Здесь l_0 — длина элемента в направлении главной оси; d — диаметр элемента.

Расчеты показывают, что, например, для снижения глубины проникания в 2 раза ($l_1/l_0 = 0,5$) для элементов, у которых $l_0/d \in [4; 8]$, требуются углы разворота порядка 15–25°, что, естественно, инициирует интерес к детальному исследованию данного механизма.

Рассмотрим задачу динамики элемента КС в однородном магнитном поле. При определении момента сил, действующего на элемент, полагаем, что элемент КС имеет цилиндрическую форму.

Будем считать цилиндр проводящим ($\sigma \neq 0$), магнитным ($\mu \neq 1$). Ось цилиндра расположена под углом θ к вектору индукции магнитного поля \mathbf{B}_1 . Цилиндр является

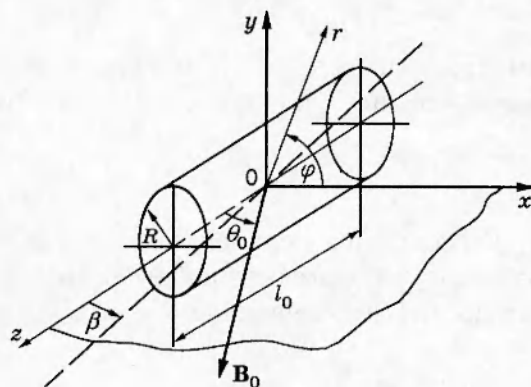


Рис. 1

удлиненным $R \ll l_0$ (R, l_0 — радиус и длина цилиндра). Считаем, что \mathbf{B}_1 изменяется со временем по гармоническому закону $e^{-i\omega t}$. Предполагается, что существует линейная связь намагниченности материала цилиндра от намагничивающего поля и выполнено условие квазистационарности.

Система уравнений вращательного движения твердого тела в неподвижной системе координат x, y, z (r, φ, z — соответственно неподвижные цилиндрические координаты) (рис. 1) имеет вид [5]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}; \quad (2)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B}); \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H}; \quad (4)$$

$$\mathbf{I} = (\mu - 1)\mathbf{H}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} = \mathbf{K}; \quad (6)$$

$$\mathbf{L} = \int_v \rho(\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r})) dv; \quad (7)$$

$$\mathbf{K} = \int_v (\mathbf{r} \times ((\mathbf{j} + \mathbf{j}_m) \times \mathbf{B})) dv; \quad (8)$$

$$\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{I}, \quad (9)$$

где \mathbf{H}, \mathbf{B} — напряженность и индукция магнитного поля; \mathbf{E} — напряженность электрического поля; \mathbf{j}, \mathbf{j}_m — плотности токов проводимости и магнитного поля; \mathbf{I} — намагниченность материала; \mathbf{L} — момент количества движения цилиндра относительно центра неподвижной системы координат; \mathbf{K} — момент сил, действующий на цилиндр; ρ — плотность материала цилиндра; v — объем цилиндра; $\boldsymbol{\omega}_1$ — угловая скорость вращения цилиндра; μ_0 — магнитная постоянная; \mathbf{r} — радиус-вектор произвольной точки тела.

Магнитное поле источника однородно:

$$\mathbf{H}_1 = \{H_{0x}, 0, H_{0z}\}e^{i\omega t}, \quad -\infty < t < \infty.$$

Граничные условия на поверхности цилиндра запишем как

$$\mathbf{B}_n^e = \mathbf{B}_n^e; \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_r^i = \mathbf{H}_r^e \quad (11)$$

(индекс i относится к параметрам внутри цилиндра, e — к области вне цилиндра).

Принимаются начальные условия для кинематических параметров вращательного движения:

$$\omega_1 = \dot{\beta} = 0.$$

Система уравнений (1)–(9) является нелинейной, поскольку уравнения электродинамики (1)–(5), (9) взаимосвязаны с уравнениями механики (6)–(8). Будем считать, что вращение цилиндра происходит достаточно медленно ($\omega_1 \ll \omega$). Тогда (3) примет вид

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (12)$$

После чего система (1), (2), (4), (12) становится линейной и будет описывать диффузию магнитного поля в неподвижный цилиндр. Момент сил (8) определим, используя распределение магнитного поля, найденного из решения системы (1), (2), (4), (12). Поскольку $l_0 \gg R$, зависимостью параметров магнитного поля от координаты z пренебрегаем.

Тогда исходная трехмерная задача диффузии распадается на две независимые: двумерную для поперечной составляющей вектора напряженности магнитного поля (плоскость xy) и одномерную для продольной компоненты H_z .

Для определения поперечной составляющей вектора напряженности целесообразно ввести векторный магнитный потенциал \mathbf{A} [6]:

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (13)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{A}(r, \varphi, z)$ — вектор, удовлетворяющий калибровочному соотношению [6] $\nabla \mathbf{A} = 0$.

Поскольку магнитное поле источника изменяется по закону $e^{i\omega t}$, то в силу граничных условий (10), (11) векторный магнитный потенциал \mathbf{A} следует искать в виде

$$\mathbf{A}(r, \varphi, t) = \mathbf{A}_1(r, \varphi) e^{-i\omega t}. \quad (14)$$

Комбинируя (1), (2), (4), (12)–(14), приходим к векторному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \mathbf{A} + \mu_0 \sigma \omega i \mathbf{A} = 0. \quad (15)$$

Поскольку, как было условлено, \mathbf{A} определяет поперечную составляющую вектора \mathbf{H} , то \mathbf{A} — аксиальный вектор. Тогда (15) приводится к скалярному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta A_1 + \mu_0 \sigma \omega i A_1 = 0. \quad (16)$$

Решение (16), удовлетворяющее физическому условию ограниченности на оси ($r = 0$), имеет вид

$$A_1 = C J_1(kr) \sin \varphi. \quad (17)$$

Здесь C — произвольная константа; $J_1(kr)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка.

Магнитное поле реакции $\mathbf{H}_2^{(e)}$ является безвихревым и, следовательно, удовлетворяет уравнению Лапласа [6]

$$\Delta \psi = 0, \quad (18)$$

где ψ — скалярный потенциал поля реакции;

$$\mathbf{H}_2 = -\nabla \psi. \quad (19)$$

Решение (18) записывается в виде

$$\psi = C_1 \frac{\cos \varphi}{r} e^{-i\omega t}$$

(C_1 — произвольная константа). Граничные условия (10), (11) дают систему уравнений для определения C и C_1 , после решения которой получим

$$C_1 = \left(\left((\mu + 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} - 1 \right) / \left(1 - (\mu - 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} \right) \right) H_0 \sin \theta,$$

$$C = \left(2 / k J_0(kR) \left(1 + (\mu - 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} \right) \right) H_0 \sin \theta$$

($J_0(kR)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка).

Сравнивая (19) с выражением вектора напряженности магнитного диполя [6], определим компоненты вектора поперечного магнитного момента цилиндра единичной длины:

$$m_r = 2\pi R^2 \left(\left((\mu + 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} - 1 \right) / \left(1 + (\mu - 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} \right) \right) H_0 \cos \varphi \sin \theta e^{-i\omega t},$$

$$m_\varphi = -2\pi R^2 \left(\left((\mu + 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} - 1 \right) / \left(1 + (\mu - 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} \right) \right) H_0 \sin \varphi \sin \theta e^{-i\omega t}.$$

Переходя к декартовой системе координат, получаем

$$m_y = \hat{0}, \quad m_z = 2\pi R^2 \left(\left((\mu + 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} - 1 \right) / \left(1 + (\mu - 1) \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} \right) \right) H_0 \sin \theta e^{-i\omega t}. \quad (20)$$

Диффузия продольной компоненты вектора напряженности описывается скалярным уравнением Гельмгольца [6]:

$$\Delta H_z^{(i)} + \mu \mu_0 \sigma_i H_z^{(i)} = 0. \quad (21)$$

Условия на границе цилиндра есть

$$H_z^{(i)} \Big|_{r=R} = H_{0z} e^{-i\omega t}.$$

Решение (21) имеет вид [6]

$$H_z^{(i)} = \frac{J_0(kr)}{J_0(kR)} H_0 \cos \theta e^{-i\omega t}.$$

Используя определение магнитного момента [6]

$$m_z = \frac{1}{2} \int_S (\mathbf{r} \times \mathbf{j}_\varphi) dS + \int_S \mathbf{I}_z dS,$$

получим выражение продольного магнитного момента цилиндра единичной длины:

$$m_z = \pi R^2 \left(2\mu \frac{J_1(kR)}{kR J_0(kR)} - 1 \right) H_0 \cos \theta e^{-i\omega t}. \quad (22)$$

Исходя из (8), запишем выражение момента сил, действующего на тело в однородном магнитном поле [6]:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M} + \mathbf{M}_m) \times \mathbf{B}_1. \quad (23)$$

Здесь $\mathbf{M} = (1/2) \int_v (\mathbf{r} \times \mathbf{j}) dv$ — магнитный момент токов проводимости; $\mathbf{M}_m =$

$(1/2) \int_v (\mathbf{r} \times \mathbf{j}_m) dv$ — магнитный момент молекулярных токов.

Используя выражения (20), (22) и полагая $\mathbf{M} + \mathbf{M}_m = (\mathbf{m}_x + \mathbf{m}_z) l_0$, имеем выражение момента сил, действующего на цилиндр:

$$\mathbf{K} = \pi R^2 l_0 \frac{B_0^2}{2\mu_0} \operatorname{Re} \left(\frac{2\mu(\mu-1) - (J_1(kR)/kRJ_0(kR))^2 - (\mu+1)(J_1(kR)/kRJ_0(kR)) + 1}{1 + (\mu-1)(J_1(kR)/kRJ_0(kR))} e^{-i\omega t} \right) \times \cos \omega t \sin 2\theta \mathbf{e}_y. \quad (24)$$

Общее выражение момента сил (24) в предельных случаях может быть приведено к виду, позволяющему производить оперативные практические расчеты.

1. **Случай низких частот** ($R/\delta \leq 1$, δ — толщина классического скин-слоя) [6]. Разлагая функции Бесселя J_0 , J_1 в ряды по параметру kR [7], находим

$$\mathbf{K} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi R^2 l_0 \left(\mu \frac{1 + (1/24)(R/\delta)^4}{1 + (1/8)(R/\delta)^4} \cos \omega t + \mu \frac{(1/4)(R/\delta)^2 + (3/1152)(R/\delta)^6}{1 + (1/8)(R/\delta)^4} \sin \omega t \right) \times \cos \omega t \sin 2\theta \mathbf{e}_y \quad (25\epsilon)$$

при $\mu \gg 1$;

$$\mathbf{K} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi R^2 l_0 \left(\frac{1}{24} \left(\frac{R}{\delta} \right)^4 \cos \omega t - \frac{1}{4} \left(\frac{R}{\delta} \right)^2 \sin \omega t \right) \cos \omega t \sin 2\theta \mathbf{e}_y \quad (25\delta)$$

при $\mu = 1$ (эквивалентно результату, полученному в [6]).

2. **Случай высоких частот** ($R/\delta > 1$):

$$\mathbf{K} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi R^2 l_0 \left(\frac{1 - (\mu^2/2)(\delta/R)^2 + (\mu^3/2)(\delta/R)^3}{1 + \mu\delta/R + (\mu^2/2)(\delta/R)^2} \cos \omega t + \frac{(\mu^3/2)(\delta/R)^3 + \mu^2(\delta/R)^2 - \mu\delta/R}{1 + \mu\delta/R + (\mu^2/2)(\delta/R)^2} \sin \omega t \right) \cos \omega t \sin 2\theta \mathbf{e}_y \quad (26a)$$

при $\mu \gg 1$;

$$\mathbf{K} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi R^2 l_0 \left(\left(1 - \frac{\delta}{R} \right) \cos \omega t - \frac{\delta}{R} \sin \omega t \right) \cos \omega t \sin 2\theta \mathbf{e}_y \quad (26\delta)$$

при $\mu = 1$ (что эквивалентно [6]).

Поскольку предполагается, что угловая частота вращения цилиндра ω_1 значительно меньше частоты изменения поля источника, то в уравнении вращения целесообразно использовать (25) и (26), усредненные по периоду колебаний поля источника $T = 2\pi/\omega$. На рис. 2 показан характер изменения действующего значения момента сил $\bar{K} = 4\mu_0 K^*/(\mu B_0^2 \pi R^2 h)$ (K^* — действующее значение момента сил) в зависимости от безразмерного параметра R/δ . Момент сил при наличии у материала цилиндра выраженных магнитных свойств ($\mu \gg 1$) (рис. 2, кривая 2) монотонно уменьшается с ростом частоты (значение R/δ увеличивается). В случае немагнитного цилиндра момент сил увеличивается с ростом частоты, стремясь, как и в случае $\mu \neq 1$, к моменту сил, действующему на сверхпроводник эквивалентных размеров и формы (рис. 2, кривая 1).

Поскольку в практике взрывного эксперимента нередко используются стальные КС, то принципиально нельзя исключать возможность проявления эффектов, связанных с наличием собственных магнитных свойств КС.

В случае однородного магнитного поля уравнение (6) примет вид

$$J\ddot{\beta} = D \sin 2(\theta_0 - \beta), \quad (27)$$

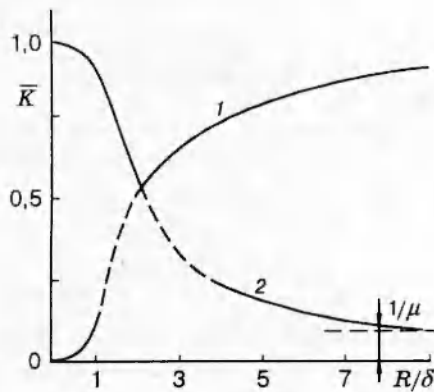


Рис. 2

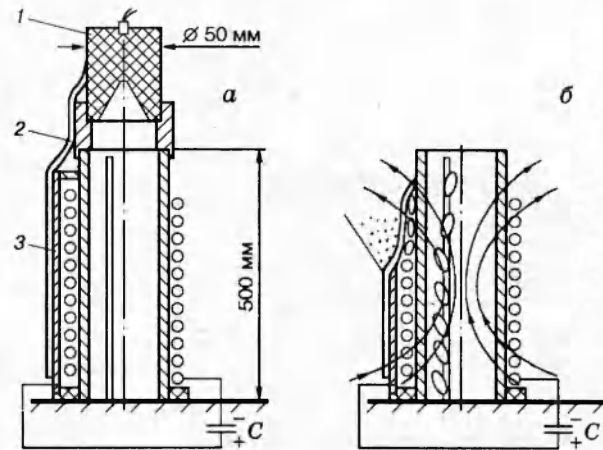


Рис. 3

где J — момент инерции цилиндра относительно оси y ;

$$D = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left(\frac{(2\mu(\mu-1)(J_1(kR)/kRJ_0(kR))^2 - (\mu+1)(J_1(kR)/kRJ_0(kR)) + 1) e^{-i\omega t}}{1 + (\mu-1)(J_1(kR)/kRJ_0(kR))} \right) \times \\ \times d\omega t \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi R^2 l_0;$$

β — текущий угол разворота цилиндра. Когда угол β мал ($\beta \ll \theta_0$), а начальные условия для кинематических параметров нулевые, из (27) для времени угла разворота получим $t = \sqrt{2\beta J/D \sin 2\theta_0}$.

Устройство, посредством которого было реализовано неконтактное воздействие, представляло многовитковый соленоид (рис. 3,а). Работа многовиткового соленоида осуществлялась следующим образом. В процессе прохождения детонационной волны по заряду 1 детонация передается на полосу 2 эластичного взрывчатого вещества, которое метает подвижный контакт 3 разрядной цепи. В результате разрядная цепь замыкается и происходит разряд конденсаторной батареи на соленоид. В полости соленоида создается магнитное поле. С целью сохранения геометрии рабочей полости внутрь соленоида помещалась стальная труба с толщиной стенки $3 \cdot 10^{-3}$ м, имеющая паз вдоль образующей для свободного проникания магнитного поля в полость. В процессе прохождения КС через полость соленоида вследствие кривизны силовых линий на краях соленоида на элементы струи действует момент сил, стремящийся развернуть элементы на некоторые углы по отношению к оси движения их центров масс. При начальной энергии конденсаторной батареи $W_0 = 1,25$ кДж глубины проникания КС зарядов диаметром $5 \cdot 10^{-2}$ м составили (35, 55, 55, 55, 75, 60) $\cdot 10^{-3}$ м, а при $W_0 = 0$ (конденсаторная батарея отключена) — (100, 175, 160, 130, 96) $\cdot 10^{-3}$ м.

Исходя из (26) и (27), оценим значения углов разворота элементов КС для условий проведенного эксперимента. Поскольку в процессе работы устройства (рис. 3,б) после вывода индуктивности соленоида к минимальному значению $L_k = \mu_0 R_1 \ln(8R_1/d_1 - 7/4)$ [6] (R_1 — радиус витка соленоида, d_1 — диаметр провода) энергия конденсаторной батареи концентрируется в нижней части соленоида в объеме $v_1 \sim 16\pi R_1^3$ (индукция магнитного поля витка с током изменяется с расстоянием z от его плоскости в соответствии с функцией $B_z = (\mu_0 I/2) R_1^2 / (R_1^2 + z^2)^{3/2}$ [8]), то время действия магнитного поля на элемент струи

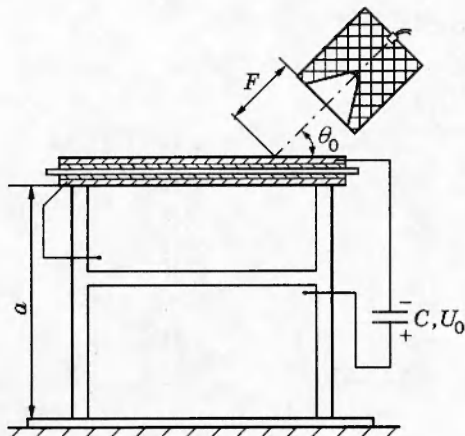


Рис. 4

Таблица 1

U_0 , кВ	J_m , кА	$l \cdot 10^{-3}$, м
0	0	60; 60; 70; 65; 65
1,5	65	65; 65
3	109	50; 43; 60; 65
4,2	150	34; 42; 40

Примечание. $\rho_R = 0,019$ Ом, $\theta_0 = 45^\circ$,
 $C = 1800 \cdot 10^{-6}$ Ф, $L_1 = 0,232 \cdot 10^{-3}$ Гн,
 $a = 75 \cdot 10^{-3}$ м.

t_p порядка $4R_1/V$ (V — скорость движения элемента струи). Отсюда угол разворота элемента за время прохождения рабочей полости соленоида

$$\beta' \sim \frac{W_0}{\rho l_0^2 R_1 V^2} \frac{1 - 0,5(\delta/R)^2 + 0,5(\delta/R)^3}{1 + \delta/R + 0,5(\delta/R)^2}, \quad (28)$$

а за время движения внутри каверны $\beta'' \sim \beta' L / (2R_1)$. Суммарный угол разворота $\beta = \beta' + \beta''$.

Для характерных параметров (элемент $\mu \equiv 1$, материал струи — медь, $V \in [3; 5] \cdot 10^3$ м/с, $l_0 = 8 \cdot 10^{-3}$ м, $\delta \in [0,5; 0,7] \cdot 10^{-3}$ м) при $W_0 = 1,25$ кДж получаем $\beta \in [2,5; 6^\circ]$, что по порядку близко к значениям углов, требуемым для двукратного снижения глубины проникания КС ($\beta \in [12; 25^\circ]$). При этом из (28) следует, что увеличение плотности магнитной энергии при неизменной общей магнитной энергии в рабочем объеме приводит к усилению эффекта воздействия внешнего магнитного поля на КС.

Проведены также эксперименты по воздействию на КС в условиях, когда магнитное поле создавалось в рабочем объеме посредством разряда батареи конденсаторов на одновитковый соленоид (рис. 4). Эксперименты проводились с зарядами диаметром 36 мм. Результаты экспериментов представлены в табл. 1–3 (L_1 — суммарная индуктивность разрядной цепи, ρ_R — суммарное омическое сопротивление разрядной цепи, J_m — амплитуда тока, U_0 — напряжение).

Таким образом, в данной работе показана возможность снижения глубины проникания КС путем воздействия внешним магнитным полем и предложена физико-математическая

Таблица 2

U_0 , кВ	J_m , кА	$a \cdot 10^{-3}$, м	$l \cdot 10^{-3}$, м
0	0	50	82; 90; 80
0	0	75	60; 60; 70; 65; 65
4,2	150	50	60; 60; 60
4,2	150	75	34; 42; 40; 30

Примечание. $\rho_R = 0,019$ Ом, $\theta_0 = 45^\circ$, $C = 1800 \cdot 10^{-6}$ Ф, $L_1 = 0,232 \cdot 10^{-3}$ Гн.

Таблица 3

U_0 , кВ	J_m , кА	θ_0 , град	$l \cdot 10^{-3}$, м
4,2	150	90	75
4,2	150	60	63; 56; 50
0	0	60	75; 80; 75; 80; 60
4,2	150	45	34; 42; 40; 30
0	0	45	60; 60; 70; 65; 65

Примечание. $\rho_R = 0,019$ Ом, $a = 75 \cdot 10^{-3}$ м, $C = 1800 \cdot 10^{-6}$ Ф, $L_1 = 0,232 \cdot 10^{-3}$ Гн.

модель, позволяющая оптимизировать параметры технических устройств, реализующие данный метод.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
2. Швецов Г. А., Матросов А. Д. Токовая нестабильность кумулятивных струй // Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике: Тез. докл. / IV Междунар. конф., Казань, 3–7 июля 1995. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 1995. С. 132.
3. Бабкин А. В., Колычев М. Е., Кружков В. А. и др. Об одном из возможных механизмов разрушения кумулятивной струи импульсом тока // Там же. С. 119.
4. Федоров С. В., Бабкин А. В., Боткин Д. С. Влияние продольного низкочастотного магнитного поля на процесс деформирования кумулятивной струи в свободном полете // Там же. С. 158.
5. Сермонс Г. Я. Динамика твердых тел в электромагнитном поле. Рига: Зинатне, 1974.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
7. Ямке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции (формулы, графики, таблицы). М.: Наука, 1968.
8. Алиевский Б. Л., Орлов В. Л. Расчет параметров магнитных полей осесимметричных катушек / Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1983.

*Поступила в редакцию 13/XI 1995 г.,
в окончательном варианте — 13/IX 1996 г.*
