

УДК 532.529.5

РАССЕЯНИЕ НЕСФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ ПРИМЕСИ ПРИ ОТСКОКЕ ОТ ГЛАДКОЙ И ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ПОТОКЕ ГАЗОВЗВЕСИ

С. В. Панфилов, Ю. М. Циркунов

Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д. Ф. Устинова,
190005 Санкт-Петербург
E-mail: tsrknv@bstu.spb.su

Методом прямого численного моделирования получены индикатрисы рассеяния несферических частиц при их отскоке от гладкой и шероховатой поверхностей. Рассматривались частицы, имеющие форму эллипсоидов вращения, прямоугольных призм и призм со срезанными вершинами. Шероховатость поверхности задавалась в виде двумерного профиля, рассеивающие характеристики которого близки к рассеивающим характеристикам для реальной шероховатости, возникающей в результате абразивной эрозии поверхности, обтекаемой высокоскоростным потоком газозвеси. Ударное взаимодействие отдельной частицы с поверхностью рассматривалось в трехмерной постановке. Установлено, что индикатрисы рассеяния отраженных частиц существенно зависят от их формы при отскоке от гладкой поверхности и практически не зависят от нее при отскоке от шероховатой поверхности.

Ключевые слова: ударное взаимодействие частиц со стенкой, несферические частицы, гладкая и шероховатая поверхности, индикатрисы рассеяния.

Введение. При обтекании тел или преград двухфазным потоком газа с примесью твердых частиц последние, как правило, сталкиваются с поверхностью и отскакивают (отражаются) от нее. Отражение частиц играет важную роль в формировании течения и полей параметров дисперсной фазы. В большинстве работ, посвященных численному моделированию течений газозвесей вблизи ограничивающих поверхностей, частицы считаются сферическими, поверхности — гладкими, кроме того, используются различные модели отражения отдельной частицы от стенки. Однако в реальных потоках запыленного газа частицы обычно имеют несферическую форму (зола, кварцевый песок, различные промышленные порошки), что обуславливает случайный характер их отражения. Такие частицы рассеиваются при отскоке от поверхности, даже если поверхность гладкая. Реальные поверхности, как правило, шероховатые, что обычно является результатом их механической обработки. Более того, при высокоскоростном обтекании поверхность, даже если сначала она была гладкой, быстро становится шероховатой в результате абразивной эрозии. Шероховатость поверхности является вторым важным фактором, обуславливающим случайный характер отражения частиц.

Важность учета шероховатости поверхности отмечена в работах [1–3], в которых предложены также различные подходы к ее моделированию. В [4] приведен обзор и выполнен анализ моделей шероховатости. В [5] показано, что допущение о сферической форме даже

в случае изометрических частиц может приводить к существенному различию параметров движения отраженных частиц в расчетах и экспериментах. Общий подход к постановке и решению задачи об отскоке частицы произвольной формы от гладкой поверхности применительно к моделированию двухфазных течений газа с частицами изложен в [6]. В последнее время интерес к эффектам шероховатости обтекаемой поверхности и несферичности частиц возрос, что обусловлено развитием более реалистичных численных моделей двухфазных течений вблизи ограничивающих поверхностей.

Основной целью данной работы является изучение характеристик случайного рассеяния несферических частиц примеси при их отражении от гладкой и шероховатой поверхностей. Исследованы частицы трех форм: эллипсоиды вращения, прямоугольные призмы и призмы со срезанными вершинами. Эти формы близки к формам многих реальных частиц. Рассматривается шероховатость, возникающая в процессе абразивной эрозии поверхности при обтекании ее высокоскоростным потоком газозвеси. Удар частиц о стенку исследуется в трехмерной постановке. Ранее аналогичная задача была рассмотрена в упрощенной двумерной постановке в [7].

1. Модель ударного взаимодействия частицы с твердой поверхностью. Сначала проанализируем взаимодействие частицы с гладкой плоской стенкой. Введем правую декартову систему координат $Oxyz$, так чтобы плоскость Oxz совпадала с поверхностью стенки, а орт оси Oy являлся внешним по отношению к стенке. При движении несферической частицы ее положение в физическом пространстве определяется не только координатами центра масс (x_p, y_p, z_p) , но и ориентацией. Введем также связанную с частицей подвижную правую декартову систему координат $O_p\xi\eta\zeta$, начало которой совпадает с центром масс частицы, а оси направлены вдоль ее главных осей инерции. Ориентация этой связанной системы координат (а следовательно, и частицы) относительно системы координат $Oxyz$ в каждый момент задается тремя углами Эйлера (φ, ψ, θ) (рис. 1).

Пусть известны вектор скорости центра масс частицы \mathbf{V}_p , вектор угловой скорости ее вращения $\boldsymbol{\omega}_p$ до удара, а также ориентация частицы (углы φ, ψ, θ) в момент удара. Требуется найти скорости \mathbf{V}_p и $\boldsymbol{\omega}_p$ после удара. Время ударного взаимодействия частицы со стенкой δt будем полагать очень малым, так что удар можно считать мгновенным. Также будем считать, что положение частицы относительно стенки при ударе не изменяется и контакт частицы с поверхностью при ударе является точечным (рис. 2). Если контакт происходит по линии или по поверхности (по ребру или по грани призмы), то в качестве точки контакта принимается геометрический центр соответствующей линии или поверхности.

Запишем уравнения изменения импульса и момента импульса частицы при ударе, обозначив верхними индексами “–” и “+” параметры частицы до и после удара:

$$m_p \Delta \mathbf{V}_p \equiv m_p (\mathbf{V}_p^+ - \mathbf{V}_p^-) = \int_0^{\delta t} \mathbf{f}_c(t) dt = \mathbf{S},$$

$$\|J_p\| \Delta \boldsymbol{\omega}_p \equiv \|J_p\| (\boldsymbol{\omega}_p^+ - \boldsymbol{\omega}_p^-) = \int_0^{\delta t} [\mathbf{r}_c \times \mathbf{f}_c(t)] dt = \mathbf{r}_c \times \mathbf{S}. \quad (1)$$

Здесь m_p — масса частицы; \mathbf{f}_c , \mathbf{S} — сила и ударный импульс, действующие на частицу в точке контакта; $\|J_p\|$ — тензор инерции частицы; \mathbf{r}_c — радиус-вектор, определяющий положение точки контакта относительно центра масс частицы (см. рис. 2).

Введем в рассмотрение скорость точки контакта частицы \mathbf{V}_c . Изменение этой скорости при ударе определяется кинематическим соотношением

$$\Delta \mathbf{V}_c \equiv \mathbf{V}_c^+ - \mathbf{V}_c^- = \Delta \mathbf{V}_p + \Delta \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c. \quad (2)$$

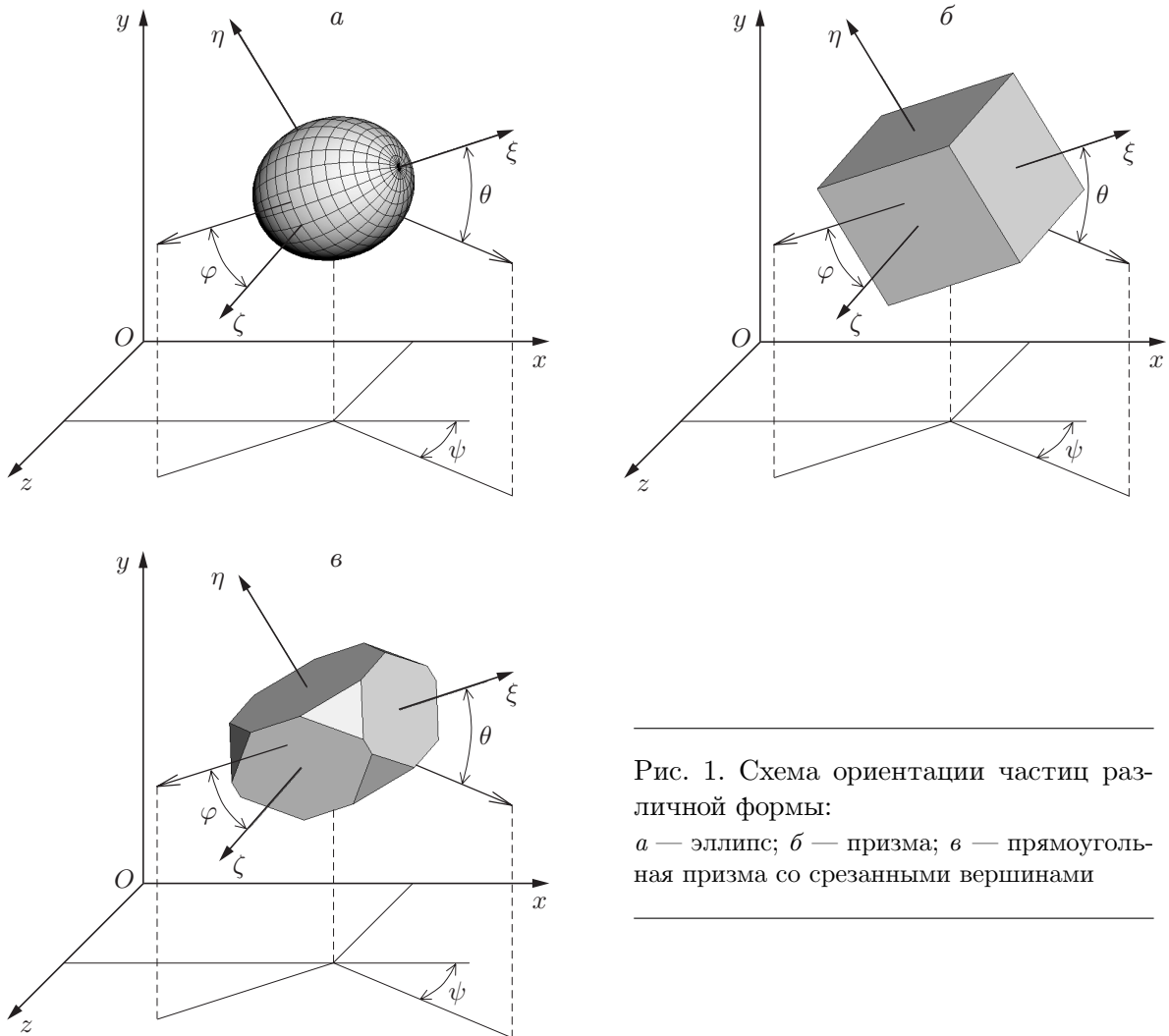


Рис. 1. Схема ориентации частиц различной формы:
a — эллипс; *б* — призма; *в* — прямоугольная призма со срезанными вершинами

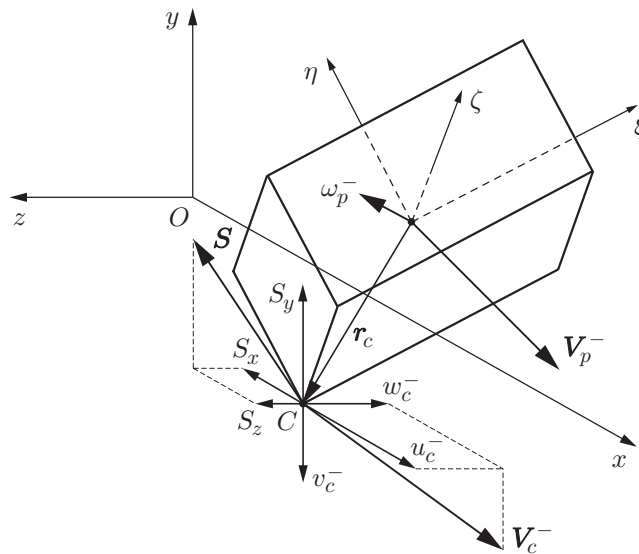


Рис. 2. Схема взаимодействия частицы с плоской поверхностью:
C — точка контакта

Отсюда следует, что $\Delta \mathbf{V}_p = \Delta \mathbf{V}_c - \Delta \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c$. Подставив это выражение в левую часть первого уравнения в (1), определим \mathbf{S} . Затем, подставив результат во второе уравнение, получим

$$m_p^{-1} \|\hat{J}_p\| \Delta \boldsymbol{\omega}_p = \mathbf{r}_c \times \Delta \mathbf{V}_c - \mathbf{r}_c \times [\Delta \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c]. \quad (3)$$

Векторное соотношение (3) содержит два неизвестных вектора: $\Delta \mathbf{V}_c$ и $\Delta \boldsymbol{\omega}_p$. Вектор $\Delta \mathbf{V}_c$ можно определить, задав коэффициенты восстановления нормальной и касательной к поверхности компонент вектора скорости частицы в точке контакта: $a_{nc} = -V_{cn}^+/V_{cn}^-$, $a_{\tau c} = V_{c\tau}^+/V_{c\tau}^-$. В данной работе коэффициент $a_{\tau c}$ принят равным нулю (это условие соответствует отсутствию проскальзывания частицы в точке контакта в момент отскока от поверхности), а $a_{nc} = 0,8$ (некоторое среднее значение для углов соударения α_1 (см. ниже) от 0 до $\approx 40^\circ$ в диапазоне скоростей соударения от 50 до 350 м/с [8]).

Пусть u_p, v_p, w_p и u_c, v_c, w_c — компоненты векторов \mathbf{V}_p и \mathbf{V}_c в системе координат $Oxyz$. Тогда компоненты $\Delta u_c, \Delta v_c, \Delta w_c$ вектора $\Delta \mathbf{V}_c$ выражаются через компоненты вектора \mathbf{V}_c и коэффициенты a_{nc} и $a_{\tau c}$ следующим образом:

$$\Delta u_c = -u_c^-, \quad \Delta v_c = -(a_{nc} + 1)v_c^-, \quad \Delta w_c = -w_c^-. \quad (4)$$

Вращательное движение частицы и соответственно компоненты ее угловой скорости целесообразно рассматривать в связанной с частицей системе координат $O_p \xi \eta \zeta$, так как в этом случае тензор $\|\hat{J}_p\|$ имеет только диагональные ненулевые компоненты $J_{p\xi}, J_{p\eta}, J_{p\zeta}$, являющиеся главными моментами инерции частицы. Запишем векторное соотношение (3) в проекциях на оси связанной системы координат:

$$\begin{aligned} \hat{J}_{p\xi} \Delta \omega_{p\xi} &= \eta_c \Delta V_{c\xi} - \zeta_c \Delta V_{c\eta} - \eta_c^2 \Delta \omega_{p\xi} + \xi_c \eta_c \Delta \omega_{p\eta} + \xi_c \zeta_c \Delta \omega_{p\zeta} - \zeta_c^2 \Delta \omega_{p\xi}, \\ \hat{J}_{p\eta} \Delta \omega_{p\eta} &= \zeta_c \Delta V_{c\xi} - \xi_c \Delta V_{c\zeta} - \zeta_c^2 \Delta \omega_{p\eta} + \eta_c \zeta_c \Delta \omega_{p\zeta} + \eta_c \xi_c \Delta \omega_{p\xi} - \xi_c^2 \Delta \omega_{p\eta}, \\ \hat{J}_{p\zeta} \Delta \omega_{p\zeta} &= \xi_c \Delta V_{c\eta} - \eta_c \Delta V_{c\xi} - \xi_c^2 \Delta \omega_{p\zeta} + \zeta_c \xi_c \Delta \omega_{p\xi} + \zeta_c \eta_c \Delta \omega_{p\eta} - \eta_c^2 \Delta \omega_{p\zeta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\hat{J}_{pi} = J_{pi}/m_p$ ($i \equiv \xi, \eta, \zeta$); ξ_c, η_c, ζ_c — компоненты радиуса-вектора \mathbf{r}_c . Соотношения (5) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно $\Delta \omega_{p\xi}, \Delta \omega_{p\eta}, \Delta \omega_{p\zeta}$, которая в матричной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} \hat{J}_{p\xi} + \eta_c^2 + \zeta_c^2 & -\xi_c \eta_c & -\xi_c \zeta_c \\ -\eta_c \xi_c & \hat{J}_{p\eta} + \zeta_c^2 + \xi_c^2 & -\eta_c \zeta_c \\ -\zeta_c \xi_c & -\zeta_c \eta_c & \hat{J}_{p\zeta} + \xi_c^2 + \eta_c^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \omega_{p\xi} \\ \Delta \omega_{p\eta} \\ \Delta \omega_{p\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_c \Delta V_{c\xi} - \zeta_c \Delta V_{c\eta} \\ \zeta_c \Delta V_{c\xi} - \xi_c \Delta V_{c\zeta} \\ \xi_c \Delta V_{c\eta} - \eta_c \Delta V_{c\xi} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Из решения этой системы получаем значения $\Delta \omega_{p\xi}, \Delta \omega_{p\eta}$ и $\Delta \omega_{p\zeta}$. Компоненты вектора угловой скорости частицы в момент отскока легко получить в связанной системе координат:

$$\omega_{p\xi}^+ = \omega_{p\xi}^- + \Delta \omega_{p\xi}, \quad \omega_{p\eta}^+ = \omega_{p\eta}^- + \Delta \omega_{p\eta}, \quad \omega_{p\zeta}^+ = \omega_{p\zeta}^- + \Delta \omega_{p\zeta}. \quad (7)$$

Для исследования рассеяния отраженных частиц необходимо определить направление отскока отдельной частицы при произвольной ее ориентации перед столкновением с поверхностью. Это направление, очевидно, совпадает с направлением вектора скорости центра масс частицы в момент отскока \mathbf{V}_p^+ . С учетом соотношения (2) вектор \mathbf{V}_p^+ можно вычислить следующим образом:

$$\mathbf{V}_p^+ = \mathbf{V}_p^- + \Delta \mathbf{V}_p = \mathbf{V}_p^- + \Delta \mathbf{V}_c - \Delta \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c. \quad (8)$$

Обычно вектор скорости центра масс частицы перед столкновением \mathbf{V}_p^- задается (или получается из расчета траектории частицы) компонентами u_p^-, v_p^-, w_p^- в неподвижной системе координат $Oxyz$. Компоненты вектора $\Delta \mathbf{V}_c$ в правой части (8) определены в этой

системе координат соотношениями (4), в которых u_c^-, v_c^-, w_c^- можно найти из кинематического соотношения $\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_c$. Таким образом, чтобы найти компоненты u_p^+, v_p^+, w_p^+ вектора \mathbf{V}_p^+ , используя соотношение (8), необходимо вычислить в системе координат $Oxyz$ векторы $\boldsymbol{\omega}_p, \Delta\boldsymbol{\omega}_p, \mathbf{r}_c$, которые получаются из уравнений динамики частицы, как правило, в связанной системе координат $O_p\xi\eta\zeta$.

В системах координат $Oxyz$ и $O_p\xi\eta\zeta$ компоненты любого вектора \mathbf{b} связаны соотношениями [9]

$$\begin{pmatrix} b_\xi \\ b_\eta \\ b_\zeta \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} b_\xi \\ b_\eta \\ b_\zeta \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где A — матрица преобразования вращения, элементы которой могут быть выражены через углы Эйлера φ, ψ, θ [9]; A^T — транспонированная матрица (A^T совпадает с обратной матрицей A^{-1}). Однако при описании кинематики вращательного движения частицы целесообразно использовать не углы Эйлера, а математический аппарат кватернионов Родрига — Гамильтона, так как при этом система кинематических уравнений не имеет особенностей [10]. Формально это означает переход к новым переменным λ_k ($k = 0, 1, 2, 3$), которые связаны с углами φ, ψ, θ зависимостями

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \cos(\varphi/2) \cos(\psi/2) \cos(\theta/2) - \sin(\varphi/2) \sin(\psi/2) \sin(\theta/2), \\ \lambda_1 &= \sin(\varphi/2) \cos(\psi/2) \cos(\theta/2) + \cos(\varphi/2) \sin(\psi/2) \sin(\theta/2), \\ \lambda_2 &= \cos(\varphi/2) \sin(\psi/2) \cos(\theta/2) + \sin(\varphi/2) \cos(\psi/2) \sin(\theta/2), \\ \lambda_3 &= \cos(\varphi/2) \cos(\psi/2) \sin(\theta/2) - \sin(\varphi/2) \sin(\psi/2) \cos(\theta/2). \end{aligned}$$

Матрица A выражается через переменные λ_k следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_0\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2) & 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_0\lambda_1 + \lambda_2\lambda_3) \\ 2(\lambda_0\lambda_2 + \lambda_3\lambda_1) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Зная углы φ, ψ, θ , определяющие пространственную ориентацию частицы в момент удара, или, что то же, $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, вычислим элементы матрицы A и, используя второе соотношение в (9), найдем

$$\begin{pmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} \omega_{p\xi} \\ \omega_{p\eta} \\ \omega_{p\zeta} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \Delta\omega_{px} \\ \Delta\omega_{py} \\ \Delta\omega_{pz} \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} \Delta\omega_{p\xi} \\ \Delta\omega_{p\eta} \\ \Delta\omega_{p\zeta} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} r_{cx} \\ r_{cy} \\ r_{cz} \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} \xi_c \\ \eta_c \\ \zeta_c \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Выполнив эти преобразования, из (8) получим окончательные выражения для компонент вектора \mathbf{V}_p^+ в системе координат $Oxyz$:

$$\begin{aligned} u_p^+ &= u_p^- + \Delta u_c - \Delta\omega_{py}r_{cz} + \Delta\omega_{pz}r_{cy}, \\ v_p^+ &= v_p^- + \Delta v_c - \Delta\omega_{pz}r_{cx} + \Delta\omega_{px}r_{cz}, \\ w_p^+ &= w_p^- + \Delta w_c - \Delta\omega_{px}r_{cy} + \Delta\omega_{py}r_{cx}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, если в момент удара известны скорость центра масс частицы \mathbf{V}_p^- , ее угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_p^-$ и ориентация частицы в пространстве (величины $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), то кинематическая зависимость $\mathbf{V}_c^- = \mathbf{V}_p^- + \boldsymbol{\omega}_p^- \times \mathbf{r}_c$ и соотношения (4), (6), (7), (10)–(12) позволяют вычислить скорость центра масс частицы и ее угловую скорость вращения в момент отскока в системе координат $Oxyz$. Отметим, что положение точки контакта

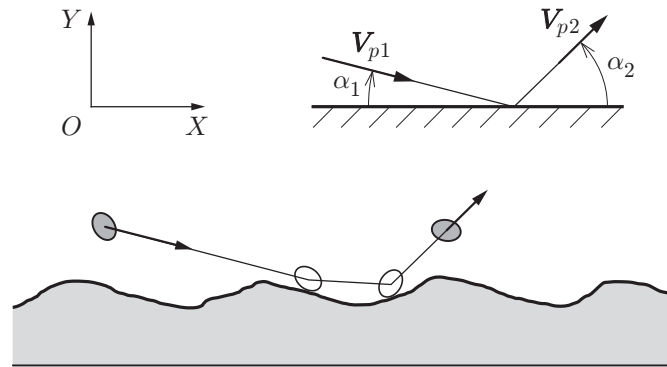


Рис. 3. Схема взаимодействия частицы с шероховатой поверхностью

относительно центра масс r_c определяется однозначно ориентацией частицы в момент удара.

Выше проанализировано отражение частицы от гладкой поверхности. Для того чтобы применить тот же подход для определения параметров частицы при отскоке от шероховатой поверхности, нужно задать рельеф шероховатости. (Вопрос о моделировании этого рельефа рассмотрен ниже.) В данной работе исследуются частицы, размер которых существенно меньше среднего расстояния между соседними выступами рельефа (такая ситуация типична для шероховатости, возникшей в результате абразивной эрозии). Поэтому падающая частица, отражаясь от стенки, может несколько раз столкнуться с шероховатым рельефом (рис. 3). Для расчета взаимодействия частицы с рельефом шероховатости используется следующая схема. Задача о первом соударении рассматривается аналогично задаче об ударе частицы о плоскую гладкую поверхность, но система координат $Oxyz$ вводится в плоскости, касательной к рельефу в точке контакта частицы. После первого отскока рассчитывается инерционное движение свободновращающейся частицы без учета сил и моментов, действующих со стороны несущего газа. Если частица вторично сталкивается с рельефом, то вновь решается задача о ее соударении с поверхностью (строится касательная к рельефу плоскость в точке нового контакта и т. д.). Частица считается полностью отразившейся, если она покидает область рельефа. При этом параметры движения частицы после последнего соударения с рельефом принимаются в качестве параметров отражения от поверхности. Вектор скорости центра масс частицы и вектор ее угловой скорости вращения перед первым столкновением с поверхностью обозначим V_{p1} и ω_{p1} , а после последнего соударения — V_{p2} и ω_{p2} (см. рис. 3).

2. Модель шероховатой поверхности. Изучение поверхности образцов из пластичных металлов, подвергнутых воздействию высокоскоростного (100–300 м/с) потока газа с твердыми частицами, показало, что при углах $\alpha_1 < 40^\circ$ (см. рис. 3) шероховатость, являющаяся результатом абразивной эрозии, имеет вид поперечных волн, профиль которых зависит от размеров частиц, их скорости и угла соударения. Один из таких образцов показан на рис. 4. Видно, что структура шероховатости имеет существенно двумерный характер. Поэтому в данном исследовании рельеф шероховатости описывался двумерным профилем $Y = Y_w(X)$ в системе координат OXY , где ось OX направлена вдоль поверхности поперек “волн” шероховатости, а ось OY — по нормали к поверхности. В результате измерений реальных профилей шероховатости различных образцов профилометром “Rank Taylor Hobson” определена зависимость $Y = Y_w(X)$ (рис. 4, в), которая оказалась очень близкой к квазипериодической функции с некоторым случайным разбросом периода и амплитуды.

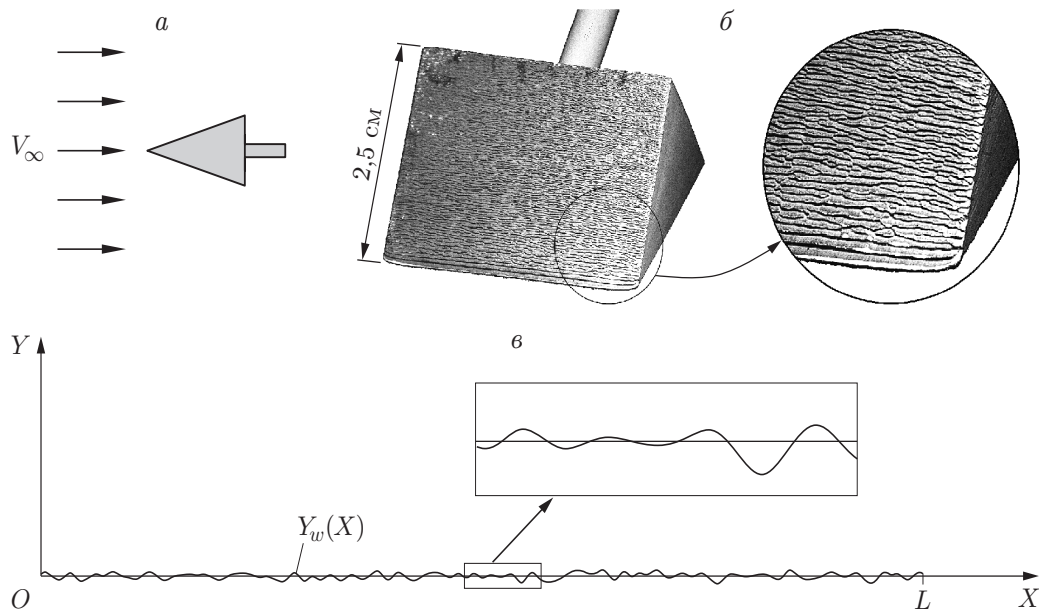


Рис. 4. Схема течения (а), образец шероховатой поверхности, возникающей в результате абразивной эрозии (б), и двумерный профиль шероховатости (в)

В силу того что длина образцов реальных профилей была сравнительно невелика (около 2,5 см), для исследования статистических характеристик рассеяния отраженных частиц использовался численно сгенерированный (модельный) профиль значительно большей длины L . Величина L выбиралась таким образом, чтобы характеристики рассеяния практически не зависели от нее. Для построения модельного профиля использовался следующий алгоритм. В плоскости OXY задавалась последовательность K точек, координаты которых определялись соотношениями $X_i = X_{i-1} + \chi$ ($i = 2, \dots, K$), $Y_i = \gamma$ ($i = 1, \dots, K$), где χ, γ — случайные величины, подчиняющиеся нормальному закону распределения с математическими ожиданиями и дисперсиями $M_\chi = h/2$, $\sigma_\chi < h/6$ и $M_\gamma = 0$, $\sigma_\gamma \leq Y_{w,\max}/3$ соответственно. Параметры h и $Y_{w,\max}$ соответствуют среднему шагу и максимальной высоте выступов шероховатости. Если при генерации значений X_i и Y_i хотя бы одно из них находилось вне интервалов $X_{i-1} + M_\chi \pm 3\sigma_\chi$ и $\pm 3\sigma_\gamma$ соответственно, то это значение исключалось из рассмотрения и его генерация повторялась. Через последовательность полученных точек (X_i, Y_i) проводился кубический сплайн, который и рассматривался в качестве профиля шероховатости $Y = Y_w(X)$. Параметры $M_\chi, \sigma_\chi, \sigma_\gamma$ выбирались из условия наилучшего согласования рассеивающих свойств модельного и реального профилей шероховатости. В данной работе приняты значения параметров $M_\chi = 80$ мкм, $\sigma_\chi = 10$ мкм, $\sigma_\gamma = 20$ мкм, которые соответствуют рассеивающим свойствам образца, показанного на рис. 4.

3. Рассеяние отраженных частиц. Частицы, падающие на плоскую шероховатую поверхность под заданным углом α_1 (см. рис. 3) с одними и теми же поступательной и вращательной скоростями $(V_{p1}$ и $\omega_{p1})$, вследствие их случайной ориентации перед столкновением и случайного положения относительно рельефа шероховатости отражаются от поверхности с различными по величине и направлению скоростями V_{p2} . Явление отскока частиц с одинаковыми значениями V_{p1}, ω_{p1} и α_1 в случайных направлениях называется рассеянием частиц при отражении от поверхности. Направление отскока частиц можно определить углами α_2 и β_2 (рис. 5). Угол α_2 может изменяться в пределах от 0 до π , а угол β_2 — от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Пусть N — количество частиц с фиксированными параметрами V_{p1} и ω_{p1} ,

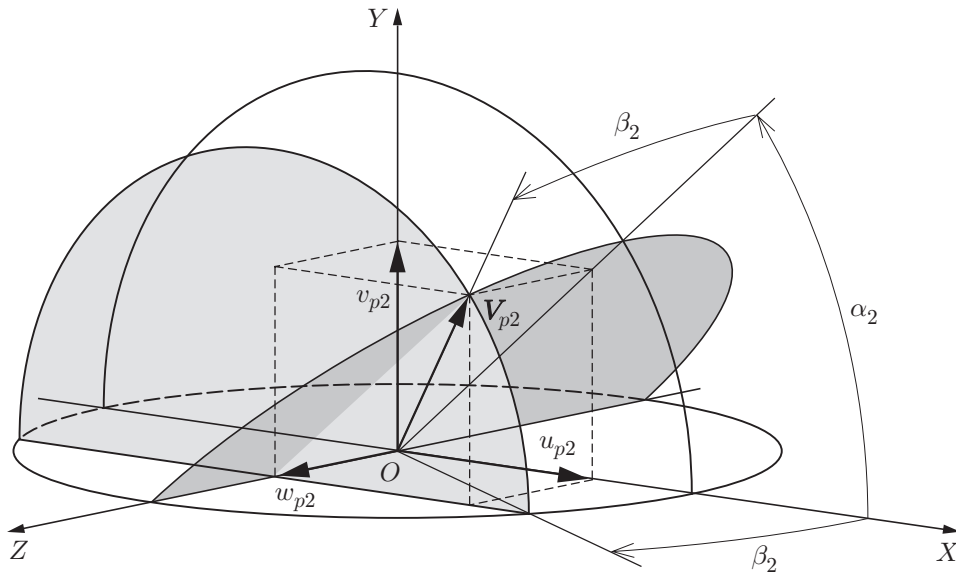


Рис. 5. Углы α_2 и β_2 , определяющие направление отражения частицы (ориентацию вектора \mathbf{V}_{p2}) относительно системы координат $OXYZ$

падающих на поверхность под углом α_1 , $dN(\alpha_2, \beta_2, d\alpha_2, d\beta_2)$ — количество частиц, отражающихся в направлении, задаваемом интервалами углов $[\alpha_2, \alpha_2 + d\alpha_2]$ и $[\beta_2, \beta_2 + d\beta_2]$. Введем функцию $I(\alpha_2, \beta_2)$ распределения отраженных частиц по углам α_2 и β_2 с помощью соотношения $I(\alpha_2, \beta_2) d\alpha_2 d\beta_2 = dN(\alpha_2, \beta_2, d\alpha_2, d\beta_2)/N$. Выражение $I(\alpha_2, \beta_2) d\alpha_2 d\beta_2$, по существу, представляет собой вероятность отскока частиц в направлении (α_2, β_2) в интервалах углов $d\alpha_2$ и $d\beta_2$. Функцию $I(\alpha_2, \beta_2)$ будем называть пространственной индикатрисой рассеяния. Интегрируя $I(\alpha_2, \beta_2)$ по β_2 от $-\pi/2$ до $\pi/2$, получим индикатрису рассеяния в плоскости OXY , которая дает распределение отраженных частиц только по углу α_2 . Обозначим эту индикатрису через $F(\alpha_2)$.

В данной работе для нахождения индикатрис рассеяния частиц при отражении от гладкой и шероховатой поверхностей использовался метод прямого статистического моделирования. В области переменных $0 \leq \alpha_2 \leq \pi$ и $-\pi/2 \leq \beta_2 \leq \pi/2$ вводилась равномерная прямоугольная сетка с шагами $\Delta\alpha_2 = \Delta\beta_2 = \pi/180$. Рассчитывалось отражение большого количества частиц ($N \approx 10^7$), причем перед столкновением углы Эйлера φ, ψ, θ для каждой из них задавались случайным образом на основе равномерного распределения. Для шероховатой поверхности случайным образом задавалось также положение частицы относительно профиля шероховатости. Определялось количество отраженных частиц N_{ij} , попавших в ячейку (ij) сетки, т. е. частиц, для которых углы отражения α_2 и β_2 находились в интервалах $(i-1)\Delta\alpha_2 \leq \alpha_2 < i\Delta\alpha_2$, $(j-1)\Delta\beta_2 \leq \beta_2 < j\Delta\beta_2$. Затем вычислялось отношение N_{ij}/N , которое при достаточно большом значении N близко к вероятности отражения частицы в направлении, определяемом указанными интервалами углов. Далее вычислялось приближенное значение функции I в рассматриваемой ячейке:

$$I(\alpha_2, \beta_2)_{ij} \approx \frac{N_{ij}}{N\Delta\alpha_2\Delta\beta_2}.$$

В результате расчета $I(\alpha_2, \beta_2)_{ij}$ во всех ячейках получалась функция распределения отраженных частиц во всей области изменения углов. Распределение частиц только по углу α_2

(индикатриса рассеяния $F(\alpha_2)$ в плоскости OXY) получалось в результате вычисления величин

$$F(\alpha_2)_i \approx \frac{1}{N\Delta\alpha_2} \sum_j N_{ij}$$

во всех интервалах сетки по оси α_2 (суммирование количества отраженных частиц в последнем соотношении проводится по всем ячейкам (ij) с фиксированным индексом i).

По результатам численного моделирования рассеяния частиц различных форм определялись как пространственные индикатрисы $I(\alpha_2, \beta_2)$, так и индикатрисы $F(\alpha_2)$. Система координат выбиралась таким образом, чтобы вектор скорости \mathbf{V}_{p1} лежал в плоскости OXY . Шероховатость считалась двумерной и задавалась профилем в плоскости OXY (см. п. 2). Предполагалось, что частицы до первого соударения с поверхностью не вращаются ($\omega_{p1} = 0$). Рассматривались вытянутые эллипсоиды вращения с отношением осей $b/a = 0,8$; сплюснутые эллипсоиды вращения с отношением осей $b/a = 1,25$; вытянутые прямоугольные призмы с отношением сторон $b/a = c/a = 0,8$; сплюснутые призмы с отношением сторон $b/a = c/a = 1,25$ и призмы со срезанными вершинами с отношением сторон $b/a = 0,6$, $c/a = 0,8$ (см. рис. 1). Значение a принималось равным 32 мкм. Как показали расчеты, варьирование значений a в широком диапазоне (при условии, что значение a меньше расстояния между пиками на профиле шероховатости) практически не влияет на вид индикатрис.

Как и следовало ожидать, пространственные индикатрисы оказались симметричными относительно плоскости OXY . Приведем результаты для индикатрис $F(\alpha_2)$, полученные при $\alpha_1 = 15^\circ$. На рис. 6,а показаны индикатрисы рассеяния частиц различной формы

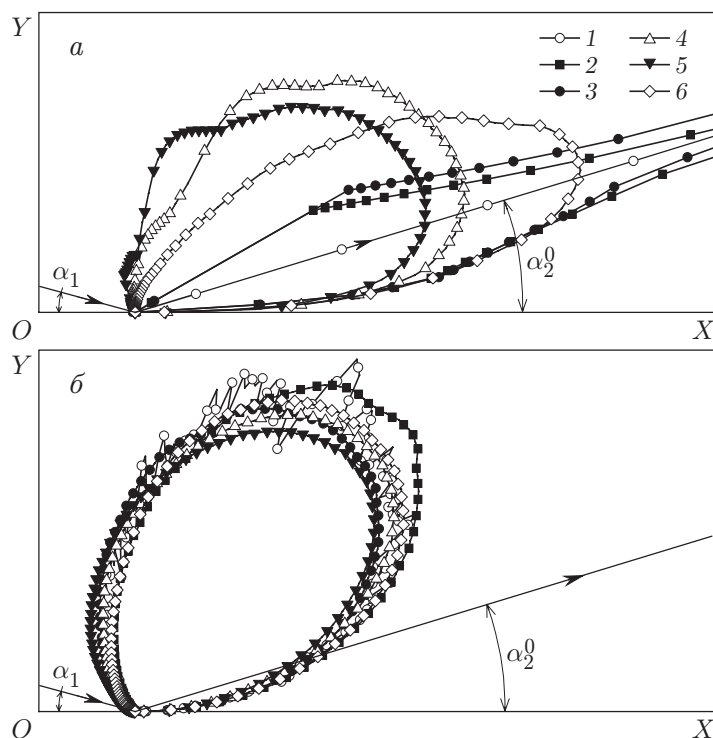


Рис. 6. Индикатрисы $F(\alpha_2)$ рассеяния отраженных частиц различной формы от гладкой (а) и шероховатой (б) поверхностей:

1 — сфера; 2 — вытянутый эллипсоид вращения ($b/a = 0,8$); 3 — сплюснутый эллипсоид вращения ($b/a = 1,25$); 4 — вытянутая призма ($b/a = c/a = 0,8$); 5 — сплюснутая призма ($b/a = c/a = 1,25$); 6 — призма со срезанными вершинами ($b/a = 0,6$, $c/a = 0,8$)

при отражении от гладкой поверхности. Видно, что индикатрисы для эллипсоидальных и призматических частиц существенно различаются. Призматические частицы значительно сильнее рассеиваются по углу α_2 , причем доминирующий угол их отскока значительно отличается от угла отскока сферических частиц α_2^0 . При отражении частиц от шероховатой поверхности индикатриса рассеяния существенно изменяется (рис. 6,б). Индикатрисы частиц всех рассмотренных форм (а также сферических частиц) оказываются очень близкими, причем наиболее вероятный угол отскока частиц в плоскости OXY значительно больше наиболее вероятного угла α_2 при отражении частиц от гладкой поверхности. Больше также разброс значений угла α_2 . Сравнение индикатрис на рис. 6,а и рис. 6,б показывает, что шероховатость поверхности, возникающая в процессе абразивной эрозии, приводит к существенному изменению характеристик рассеяния отраженных частиц по сравнению с характеристиками рассеяния на гладкой поверхности, причем влияние шероховатости особенно велико для эллипсоидальных частиц. В то же время шероховатость поверхности нивелирует влияние формы частиц, так что индикатрисы рассеяния частиц всех форм оказываются близкими.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Sommerfeld M.** Modelling of particle-wall collisions in confined gas-particle flows // Intern. J. Multiphase Flow. 1992. V. 18. P. 905–926.
2. **Schade K.-P., Hadrich Th.** Investigation of influence of wall roughness on particle-wall collision // Proc. of the 3rd Intern. conf. on multiphase flow, Lyon (France), 1998. (CD-ROM ICMF'98, paper 250).
3. **Tsirkunov Yu. M., Panfilov S. V.** Modelling of particle-wall interaction in two-phase flows at moderate and high particle impact velocity // Proc. of the 3rd Intern. conf. on multiphase flow, Lyon (France), 1998. (CD-ROM ICMF'98, paper 693).
4. **Циркунов Ю. М., Панфилов С. В., Лисун Н. В.** Рассеяние дисперсных частиц смеси при отражении от поверхности тела, обтекаемого двухфазным потоком // Вторые Поляховские чтения: Избр. тр. СПб.: Изд-во Науч.-исслед. ин-та химии С.-Петербург. ун-та, 2000. С. 208–226.
5. **Sommerfeld M.** Kinetic simulation for analysing the wall collision process of nonspherical particles // Proc. ASME FEDSM'02. Montreal (Canada), 2002. (CD-ROM, paper 31239).
6. **Crowe C. T., Sommerfeld M., Tsuji Y.** Multiphase flow with droplets and particles. Boca Raton: CRC Press, 1998.
7. **Tsirkunov Yu., Panfilov S.** Particles scattering in particle-wall collisions and its effect on the particle-phase flow // Proc. Estonian Acad. Sci. Engng; Proc. EUROMECH colloquium — 447. 2005. V. 11, N 2. P. 126–139.
8. **Лашков В. А.** Об экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости частиц потока газозвеси при ударе о поверхность // Инж.-физ. журн. 1991. Т. 60, № 2. С. 197–203.
9. **Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М.: Наука, 1970.
10. **Кошляков В. Н.** Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы. М.: Наука, 1985.

Поступила в редакцию 5/IV 2007 г.