

ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНИЧЕСКИХ АКРИЛОВЫХ ИЛЛЮМИНАТОРОВ

УДК 539.3.621.12.001.2

В. П. Лянзберг, В. И. Шалашилин

Московский авиационный институт, 125871 Москва

Иллюминатор со светопрозрачным стеклоэлементом из органического стекла часто выполняется по схеме, приведенной на рис. 1. Под действием давления P конический стеклоэлемент 1 смещается по конической поверхности обоймы 2 в положение, показанное на рис. 1 пунктиром. Экспериментальному изучению таких иллюминаторов посвящен ряд работ [1, 2], где описаны результаты первых двух серий испытаний образцов с углом конусности $\alpha = 60^\circ$.

В последующих двух сериях экспериментов исследовались стеклоэлементы с $\alpha = 30; 45; 90^\circ$. Диаметр большого основания всех стеклоэлементов $94 \cdot 10^{-3}$ м, а отношение его толщины h к меньшему диаметру d для каждого значения α $\delta = 0,1; 0,3; 0,5$. Острый угол между боковой поверхностью и большим основанием был скруглен ($r = 2 \cdot 10^{-3}$ м). Угол между меньшим основанием и боковой поверхностью не скруглялся. Основания полировались до прозрачности. Стеклоэлементы изготавливались из блочного органического стекла, которое использовалось для образцов первых двух серий. Обоймы, выполненные из стали 30ХГСА, имели высоту конической полости h_1 на $(10 \div 15) \cdot 10^{-3}$ м больше толщины стеклоэлемента. В этом случае стеклоэлемент находился в конической полости обоймы до полного разрушения. Обоймы и стеклоэлемент притирались друг к другу. Промежуточный слой отсутствовал. Уплотнение на начальном этапе нагружения осуществлялось нанесением слоя герметика по кромке большого основания.

Анализируя результаты всех экспериментов можно отметить следующее.

По характеру разрушения и виду зависимости осевого смещения нижнего основания w от гидростатического давления P выделяются иллюминаторы с $\alpha = 90^\circ$ и $\delta = 0,1$ (тонкие образцы). Они разрушаются, раскалываясь на секторы. Зависимость $P(w)$ имеет два характерных участка: первоначальный и нелинейный. По-видимому, разрушение таких образцов происходит в результате изгиба.

По мере увеличения δ наступает момент, когда качественно меняются характер разрушения и вид зависимости $P(w)$. Так, разрушение образцов с $\alpha = 90^\circ$ и $\delta = 0,3$ начинается с откола конусообразного сегмента со стороны ненагруженного основания. Бóльшее (нагруженное) основание остается при этом плоским. С уменьшением угла конусности иллюминатора при фиксированном значении δ откалываемый на первом этапе разрушения конусообразный сегмент увеличивается. Аналогичная зависимость наблюдается для образцов при постоянном значении α с увеличением δ .

Зависимость $P(w)$ при подъеме и сбросе давления для образцов с $\alpha = 30$ и 45° имеет вид петли гистерезисного типа. Стеклоэлементы в исходное положение не возвращаются. Остаточное смещение стеклоэлемента тем больше, чем меньше угол конусности. Оно также возрастает с увеличением давления.

В экспериментах выявляется ряд особенностей поведения стеклоэлементов с $\delta > 0,1$. Первая из них состоит в том, что разрушающее давление существенно зависит от коэффициента трения на поверхности контакта между стеклоэлементом и обоймой. При испытаниях различные коэффициенты трения реализуются с помощью использования различных промежуточных слоев между стеклоэлементом и обоймой. В то же время достаточно стабильной остается радиальная деформация ϵ_r на нижней поверхности стеклоэлемента в

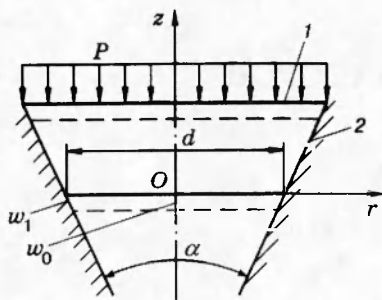


Рис. 1

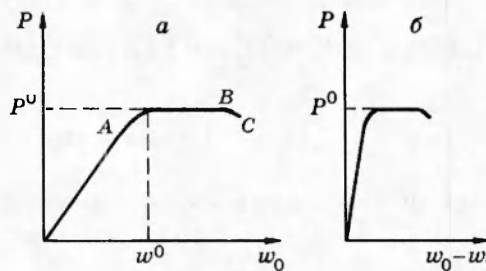


Рис. 2

момент разрушения. Она существенно меньше разрушающей деформации ϵ_b для оргстекла.

При малом коэффициенте трения разрушающее давление уменьшается, так как в этом случае осевое смещение нижнего основания стеклоэлемента достигает предельного значения при меньшем внешнем давлении.

При $\alpha = 30^\circ$, $\delta > 0,14$ и малом коэффициенте трения наблюдается качественное изменение характера разрушения — при осесимметричном нагружении оно становится неосесимметричным.

При нагружении и разгрузке образцов с $\alpha = 30$ и 45° с уменьшением коэффициента трения остаточное смещение стеклоэлемента уменьшается. Эти результаты подтверждают вывод, сделанный в [1, 2], — наличие петель гистерезисного типа связано с проскальзыванием образцов в конической полости обоймы.

Вторая особенность заключается в характере зависимости прогиба точки O стеклоэлемента w_0 от давления, типичный вид которой показан на рис. 2, а. Наличие участка AB и особенно ниспадающего участка BC невозможно объяснить характером диаграммы $\sigma - \epsilon$ материала, поскольку при сжатии она монотонно возрастает до момента разрушения ввиду образования антишейки.

Эти особенности наводят на мысль, что причиной разрушения стеклоэлемента является потеря устойчивости материала вблизи его нижней поверхности, что еще больше подчеркивает зависимость P от $(w_0 - w_1)$ (рис. 2, б), где w_0 — перемещение стеклоэлемента в центре, а w_1 — вблизи обоймы. Становится очевидным, что разрушение предваряется выпучиванием в центре стеклоэлемента.

Для оценки критических напряжений рассмотрим задачу устойчивости конического элемента, равномерно сжатого радиальными напряжениями (рис. 3). Решение будем строить на основе уравнений линеаризованной трехмерной теории устойчивости [3], полученных в предположении, что докритическое напряженно-деформированное состояние является однородным. Эти уравнения в тензорной записи имеют вид

$$L_{m\alpha} u_\alpha = 0, \quad L_{m\alpha} = \omega_{im\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_\beta}, \quad i, m, \alpha, \beta = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где u_i — смещение в направлении x_i . Значения коэффициентов $\omega_{im\alpha\beta}$ приведены в [3]. Мы ограничимся осесимметричной деформацией и обозначим $x_1 = r$, $x_2 = z$. Торцевые поверхности элемента ($z = \pm h$) будем считать свободными от напряжений $\sigma_{zz} = 0$, $\tau_{rz} = 0$.

Предположим, что на боковой конической поверхности элемента выполняются условия

$$u_r = 0, \quad \partial u_z / \partial r = 0, \quad r = R + \beta z, \quad \beta = \operatorname{tg}(\alpha/2),$$

которые соответствуют жесткому защемлению боковой поверхности.

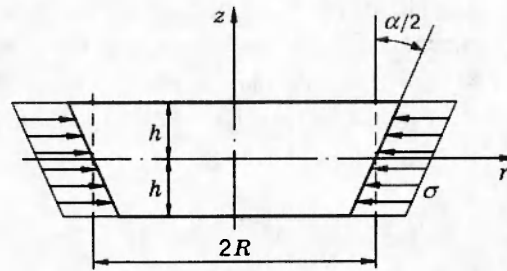


Рис. 3

После введения разрешающей функции χ система уравнений (1) сводится к одному уравнению

$$\left(\Delta + \Omega \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left(\Delta + (\Omega + A) \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \chi = 0. \quad (2)$$

Здесь

$$\Omega = \frac{1}{1 + \sigma^0/\mu}; \quad \Omega + A = \frac{1}{1 + \sigma^0/(\lambda + 2\mu)};$$

λ, μ — постоянные Ламе; σ^0 — искомые критические напряжения; Δ — оператор Лапласа.

Граничные условия принимают следующий вид:

на боковой поверхности

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi \Big|_{r=R+\beta z} = 0, \quad \left(\Delta \frac{\partial}{\partial r} \chi + (\Omega + B) \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi\right) \Big|_{r=R+\beta z} = 0, \quad (3)$$

$$B = \frac{\mu}{\sigma^0 + \lambda + 2\mu};$$

на торцевой поверхности ($z = \pm h$)

$$\left[1 - \frac{\lambda(\lambda + \mu)}{(\lambda + 2\mu)^2} (\Omega + A)\right] \frac{\partial}{\partial z} \Delta \chi + \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} (\Omega + A) \frac{\partial^3}{\partial z^3} \chi = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \Delta \chi - (\Omega + A) \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} \chi = 0.$$

Краевую задачу (3), (4) будем решать методом возмущений границы области (см. [4, п. 5.5]). В отличие от традиционной формы метода возмущений [5], он не требует перехода к специальной системе координат, в которой конический элемент занимает каноническую область. Это существенно упрощает выкладки.

Конический элемент будем рассматривать как возмущенный от цилиндрического, показанного на рис. 3 пунктиром. В качестве параметра возмущения примем $\beta = \text{tg}(\alpha/2)$. В соответствии с процедурой метода представим функцию $\chi(r, z, \beta)$, параметры $\Omega, \Omega + A$ в виде степенных рядов по β :

$$\chi = \chi^{(0)} + \frac{\beta^2}{2!} \chi^{(2)} + \frac{\beta^4}{4!} \chi^{(4)} + \dots, \quad \Omega = \Omega^{(0)} + \frac{\beta^2}{2!} \Omega^{(2)} + \frac{\beta^4}{4!} \Omega^{(4)} + \dots, \quad (5)$$

$$\Omega + A = (\Omega^{(0)} + A) + \frac{\beta^2}{2!} \Omega^{(2)} + \frac{\beta^4}{4!} \Omega^{(4)} + \dots$$

Здесь учтено, что плоскость $z = 0$ является срединной по оси z плоскостью усеченного конуса. Задача (2)–(4) (рис. 3) четна по β . Поэтому нечетные степени по β не учитываются.

На боковой поверхности $r = R + \beta z$, поэтому здесь $\chi(r, z, \beta) = \chi(\beta z + R, z, \beta)$. С учетом данного обстоятельства первое из разложений (5) можно на боковой поверхности записать в форме

$$\chi(\beta z + R, z, \beta) = \chi^{(0)} + \frac{\beta^2}{2!} \chi^{(2)} + \dots,$$

$$\chi^{(n)} = \frac{d^n}{d\beta^n} \chi(r = \beta z + R, z, \beta) \Big|_{\beta=0} = \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\partial r}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial r} \right)^n \chi \Big|_{\beta=0} = \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\partial r}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial r} \right)^n \chi \Big|_{\beta=0} =$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + z \frac{\partial}{\partial r} \right) \chi(r, z, \beta) \Big|_{\beta=0} = \sum_{j=0}^n C_n^j z^j \frac{\partial^j}{\partial r^j} \chi^{(n-j)} \Big|_{\beta=0}, \quad C_n^j = \frac{n!}{j!(n-j)!}, \quad n = 2, 4 \dots$$

Подставим полученные представления в уравнения (2) и граничные условия (3), (4) и сгруппируем слагаемые при одинаковых степенях β . В результате получим следующую рекуррентную последовательность краевых задач. (Ниже условия на торцах ($z = \pm h$) не приводятся, так как они по форме в точности совпадают с условиями (4).)

Нулевое приближение имеет вид

$$\left(\Delta + \Omega^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\Delta + (\Omega^{(0)} + A) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi^{(0)} = 0,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi^{(0)} \Big|_{r=R} = 0, \quad \left(\Delta \frac{\partial}{\partial r} \chi + \beta \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} \chi \right) \Big|_{r=R} = 0,$$

а второе приближение

$$\left(\Delta + \Omega^{(0)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\Delta + (\Omega^{(0)} + A) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi^{(2)} = -2\Omega^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Delta \chi^{(0)} - \Omega^{(2)} [2\Omega^{(0)} + A] \frac{\partial^4}{\partial z^4} \chi^{(0)},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi^{(2)} = \left(-z^2 \frac{\partial^4}{\partial r^3 \partial z} \chi^{(0)} - 2z \frac{\partial^3}{\partial r^3} \chi^{(0)} \right) \Big|_{r=R},$$

$$\left(\Delta \frac{\partial}{\partial r} \chi^{(2)} + B \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} \chi^{(2)} \right) \Big|_{r=R} =$$

$$= - \left[z^2 \Delta \frac{\partial^3}{\partial r^3} \chi^{(0)} + B \left(z^2 \frac{\partial^5}{\partial z^2 \partial r^3} \chi^{(0)} + 2 \frac{\partial^3}{\partial r^3} \chi^{(0)} + 4z \frac{\partial^4}{\partial r^3 \partial z} \chi^{(0)} \right) \right] \Big|_{r=R}.$$

Решение задачи нулевого приближения дано в [3]. Запишем его в виде

$$\chi^{(0)} = J(\delta r) \left[C_1 \exp(\delta z / \sqrt{\Omega^{(0)}}) + C_2 \exp(-\delta z / \sqrt{\Omega^{(0)}}) + \right.$$

$$\left. + C_3 \exp(\delta z / \sqrt{\Omega^{(0)} + A}) + C_4 \exp(-\delta z / \sqrt{\Omega^{(0)} + A}) \right].$$

Из условия жесткого защемления следует, что $\delta = \alpha_1 / R$, где α_1 — корень функции Бесселя первого порядка J_1 .

Из условия нетривиальности решения системы для определения C_1, \dots, C_4 приходим к следующему характеристическому уравнению:

$$v = [m_1^2 c^2 + l_1^2 f_1^2] \operatorname{sh} 2k \operatorname{sh} 2d_1 - 2f_1 m_1 c l_1 [\operatorname{ch} 2k \operatorname{ch} 2d_1 - 1] = 0. \quad (6)$$

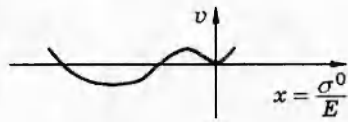


Рис. 4

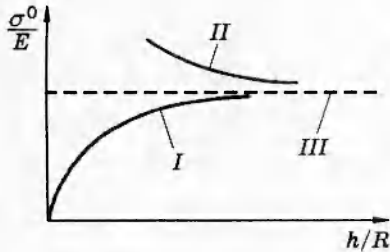


Рис. 5

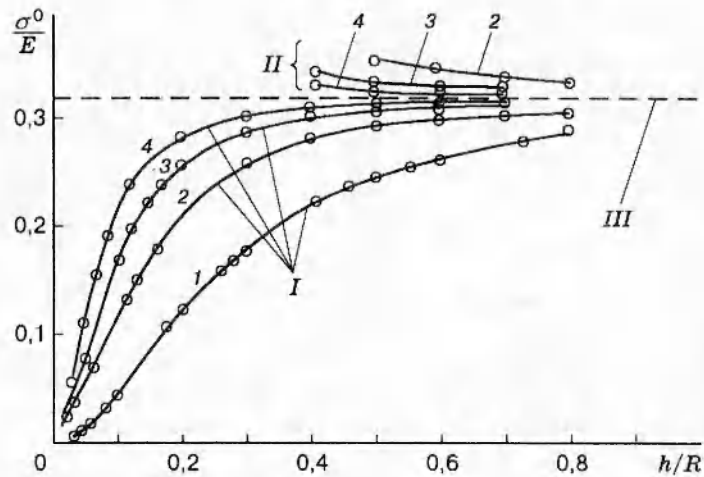


Рис. 6

Здесь

$$c = K + \frac{M}{\Omega^{(0)}}, \quad f_1 = K + \frac{M}{\Omega^{(0)} + A}; \quad l_1 = -\frac{L}{\Omega^{(0)}} + \frac{S}{(\Omega^{(0)})^{3/2}}; \quad m_1 = \frac{L}{\Omega^{(0)} + A} + \frac{S}{(\Omega^{(0)} + A)^{3/2}};$$

$$d_1 = \frac{\alpha_1 h}{R\sqrt{\Omega^{(0)}}}; \quad k = \frac{\alpha_1 h}{R\sqrt{\Omega^{(0)} + A}}; \quad L = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \mu)}{(\lambda + 2\mu)^2} (\Omega^{(0)} + A); \quad S = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} (\Omega^{(0)} + A);$$

$$M = (\Omega^{(0)} + A) \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}; \quad K = 1; \quad \Omega^{(0)} = \frac{1}{1 + \sigma^{(0)}/\mu}.$$

Трансцендентное уравнение (6) решалось численно. Характер поведения левой части v в зависимости от $x = \sigma^0/E$ показан на рис. 4. В интервале реальных значений $x = 0 \div 0,35$ уравнение (6) имеет три корня, один из которых соответствует $x = 0$. Меньший по абсолютной величине ненулевой корень отвечает изгибной форме потери устойчивости, а второй — потере устойчивости с образованием антишейки. Характер поведения этих корней в зависимости от h/d иллюстрирует рис. 5, где кривая I соответствует изгибной форме, а II — образованию антишейки. При увеличении h/d оба решения приближаются к значению σ^0 , отвечающему поверхностной неустойчивости (кривая III).

Проведено численное исследование решения при различных значениях α_1 . Можно отметить, что при α_1 , равном первому корню функции Бесселя J_1 , решением уравнения (6) является лишь изгибная форма потери устойчивости, а для следующих значений α_1 — две формы потери устойчивости.

Характер решения в зависимости от параметра α_1 при $l = 1, 2, 3, 4$ показан на рис. 6. Здесь номер кривой отвечает значению l , а $I-III$ — обозначениям рис. 5.

Итак, в общем случае для фиксированного корня функции Бесселя J_1 имеется два ненулевых решения характеристического уравнения, соответствующих изгибной форме потери устойчивости σ_1^0 и потере устойчивости с образованием антишейки σ_2^0 . Каждому из этих значений σ отвечает своя величина параметра Ω . Обозначим ее Ω_{lm} , где l — номер корня функции Бесселя J_1 , $m = 1$ соответствует изгибной форме потери устойчивости, а $m = 2$ — антишейке.

Каждому Ω_{lm} отвечают определенные коэффициенты C_1, C_2, C_3, C_4 в общем решении уравнений устойчивости. Обозначим их $C_{1lm}, C_{2lm}, C_{3lm}, C_{4lm}$.

Тогда собственную функцию, соответствующую собственному значению параметра

$\Omega_{lm}^{(0)}$, являющуюся решением нулевого приближения, можно записать в виде

$$\chi_{lm} = J\left(\frac{\alpha_l r}{R}\right) \left\{ C_{1lm} \exp\left[\frac{\alpha_l r}{R\sqrt{\Omega_{lm}^{(0)}}}\right] + C_{2lm} \exp\left[-\frac{\alpha_l r}{R\sqrt{\Omega_{lm}^{(0)}}}\right] + \right. \\ \left. + C_{3lm} \exp\left[\frac{\alpha_l r}{R\sqrt{\Omega_{lm}^{(0)} + A}}\right] + C_{4lm} \exp\left[-\frac{\alpha_l r}{R\sqrt{\Omega_{lm}^{(0)} + A}}\right] \right\}. \quad (7)$$

Решение последующих n -х приближений разыскивалось в виде суммы $\chi_{lm}^{(n)} = F_{lm}^{(n)} \cdot U_{lm}^{(n)}$. Функция U_{lm} выбиралась так, чтобы она удовлетворяла неоднородным граничным условиям. Тогда $F_{lm}^{(n)}$ является решением задачи для неоднородных уравнений с однородными граничными условиями и определяется как

$$F_{lm}^{(n)} = \sum_i \sum_k f_{lmik}^{(n)} \chi_{ik}^{(0)}.$$

Подставим (7) в соответствующее уравнение и проортогонализируем к решению однородной краевой задачи с весом $\rho(r) = r$. При $l = m, i = k$ получим уравнение для определения собственного значения последующего n -го приближения.

Решение второго приближения имеет вид

$$\chi_{lm}^{(2)} = \sum_i \sum_k f_{lmik} \chi_{ik}^{(0)} - z^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi_{lmik}^{(0)} \Big|_{r=R}.$$

После ортогонализации при $l = i, m = k$ имеем уравнение

$$\Omega_{lm}^{(2)} \int_0^R \int_{-h}^h \left[(2\Omega_{lm}^{(0)} + A) \frac{\partial^4}{\partial z^4} \chi_{lm}^{(0)} + 2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Delta \chi_{lm}^{(0)} \right] \chi_{lm}^{(0)} r dr dz = \\ = \int_0^R \int_{-h}^h \left\{ \left[\Delta \Delta + (2\Omega_{lm}^{(0)} + A) \Delta \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (\Omega_{lm}^{(0)} + A) \Omega_{lm}^{(0)} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right] \left(-z^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi_{lm}^{(0)} \Big|_{r=R} \right) \right\} \chi_{lm} r dr dz.$$

Вычислив собственное значение второго приближения $\tilde{\Omega}_{lm}^{(2)}$, получим $\Omega_{lm} = \Omega_{lm}^{(0)} + \Omega_{lm}^{(2)} \beta^2 / 2$. Определим критическую величину осевого смещения через найденный параметр Ω .

Ранее отмечалась независимость значения осевого перемещения нижнего основания от коэффициента трения. Из этого следует, что соответствующие радиальные напряжения в момент разрушения также не зависят от него. Поэтому сравнение теоретических и экспериментальных результатов по значению осевого перемещения равносильно сравнению их по радиальным напряжениям. Примем за величину w перемещение края нижнего основания иллюминатора. Запишем соответствующие w радиальную и кольцевую деформации

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \frac{2w \operatorname{tg}(\alpha/2)}{d}$$

и напряжения

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{2w \operatorname{tg}(\alpha/2)}{d}.$$

Полагая $\sigma_z = 0$, находим

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r - \sigma_\theta)] = \frac{2\nu}{1 - \nu^2} \frac{2w \operatorname{tg}(\alpha/2)}{d}.$$

Интенсивность деформации определяется уравнением

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2} = \frac{4}{3} \frac{w \operatorname{tg}(\alpha/2)}{d} \left(1 - \frac{2\nu}{1 - \nu^2}\right). \quad (8)$$

В качестве исходной характеристики материала использовалась диаграмма $\sigma - \varepsilon$, по которой строилась диаграмма деформирования. Для двухосного напряженного состояния имеем

$$\sigma_i = \sigma, \quad \varepsilon_i = \varepsilon - \varepsilon_\theta = \varepsilon - \frac{1 - 2\nu'}{3E} \sigma.$$

Из экспериментов следует, что моменту разрушения иллюминатора соответствуют значения ε_i , существенно превышающие деформации при $\sigma_i = \sigma_{\text{пц}}$.

Физически нелинейное поведение материала учитывалось на основе касательно-модульной концепции. По зависимости $\sigma_i - \varepsilon_i$ численным дифференцированием построена зависимость G_c от σ_i для данного материала (рис. 7). Здесь G_c — секущий модуль.

Коэффициент Пуассона за пределами пропорциональности ν' определяется выражением [6]

$$\nu' = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2\nu}{2} \frac{E_c}{E},$$

где E_c — секущий модуль. Из соотношения $\Omega = 1/(1 + \sigma^0/\mu)$ по найденному значению Ω получим

$$\frac{\sigma}{G_c} = \left[\frac{1}{\Omega} + 1 \right] = D.$$

На диаграмме $G_c - \sigma_i$ (рис. 7) точка ее пересечения с прямой $\eta = (1/D)\sigma_i$ определяет искомое значение критического напряжения σ^0 .

По диаграмме деформирования находилось и соответствующее значение интенсивности деформации. Из соотношения (8) имеем также осевое перемещение

$$w^0 - \varepsilon_i \frac{3}{4} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \frac{1 - \nu'^2}{1 - \nu'^2 - 2\nu'} d.$$

Результаты расчета и эксперимента приведены в таблице. Можно сделать следующий

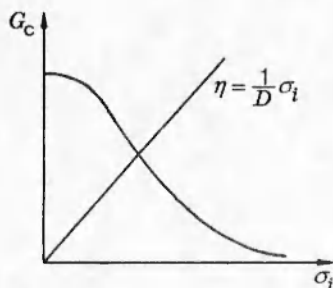


Рис. 7

α , град	$w^0 \cdot 10^{-3}$	$w_* \cdot 10^{-3}$	$w^0 \cdot 10^{-3}$	$w_* \cdot 10^{-3}$
	м			
	$\delta = 0,3$		$\delta = 0,5$	
30	4,9	5,2	5,78	6
45	3	3,4	3,4	3,7
60	2,01	2,4	2,6	3,1
90	1,3	1,8	1,9	—

вывод. Для $\alpha = 0 \div 30^\circ$ значения теоретических и экспериментальных исследований близки. При дальнейшем росте α разница между теоретическим w^0 и экспериментальным w_* критическими значениями прогиба увеличивается. Это, по-видимому, связано с тем, что с ростом α напряженное состояние в большей степени отличается от принятого в расчете однородного состояния. Не были также учтены силы трения и влияние изгиба.

Полученные результаты дают основание предполагать, что разрушению иллюминаторов, за исключением образцов с малым значением отношения толщины к диаметру и большим значением α , предшествует потеря устойчивости конического элемента со стороны ненагруженного основания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Stachiw J. D.** Critical pressure of conical acrylic windows under short-term hydrostatic loading // J. of Engineering for Industry. Ser. B. 1967. V. 89, N 3. P. 44–54.
2. **Лянзберг В. П., Шалашилин В. И.** Конические акриловые иллюминаторы при кратковременном нагружении // Пробл. прочности. 1983. № 11. С. 106–111.
3. **Гузь А. Н.** Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. Киев: Вища шк., 1986.
4. **Григолюк Э. И., Шалашилин В. И.** Проблемы нелинейного деформирования: метод продолжения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1988.
5. **Найфе А.** Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984.
6. **Малинин Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968.

*Поступила в редакцию 18/XII 1995 г.,
в окончательном варианте — 1/IV 1996 г.*
