УДК 532.51.013:536.24

КОНВЕКЦИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В УСЛОВИЯХ ТЕРМОДИФФУЗИИ И ПЕРЕМЕННОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Б. Л. Смородин

Пермский государственный университет, 614600 Пермь

Исследована неустойчивость плоского горизонтального слоя несжимаемой бинарной газовой смеси, стратифицированной в поле тяжести, под действием поперечного, модулированного во времени градиента температуры. Рассмотрен случай твердых непроницаемых границ слоя, на которых поток вещества обращается в нуль. Анализ основан на методе Флоке, примененном к линеаризованным уравнениям конвекции в приближении Буссинеска. Показано, что при конечных частотах имеются области параметрической неустойчивости. Кроме синхронного или субгармонического отклика на внешнее воздействие неустойчивость может быть связана с квазипериодическими возмущениями. Показано, что в зависимости от амплитуды и частоты модуляция может стабилизировать неустойчивое основное состояние, а также дестабилизировать равновесие жидкости. Проведено сравнение пороговых значений конвекции для случаев модуляции температуры и поступательных вертикальных вибраций.

Введение. Наличие переменного параметра в гидродинамической системе может существенно влиять на ее устойчивость [1], что используется для управления движением жидкости в различных технологических процессах. Переменные электрические и магнитные поля, градиенты температуры или вибрации представляют собой различные способы периодического воздействия на механические системы, в частности жидкости.

Влияние модуляции температуры границ на конвективную устойчивость горизонтального слоя жидкости исследовано в [1–3]. При этом основным состоянием системы является квазиравновесие, когда жидкость неподвижна, а между границами слоя распространяется тепловая волна. Неустойчивость данного состояния может быть связана с двумя типами критических возмущений. Период возмущений первого типа совпадает с периодом внешнего воздействия (синхронный отклик системы), период возмущений второго типа вдвое больше (субгармонический отклик).

Если в отсутствие модуляции внешних полей в конвективной системе имеются колебательные моды неустойчивости, то переменное воздействие приводит к появлению нового типа возмущений — квазипериодических возмущений, характеризующихся двумя частотами: частотой внешнего поля и модифицированной собственной частотой нейтральных колебаний. Примером конвективных систем с колебательной модой неустойчивости является бинарная смесь в области параметров, где проявляется аномальный эффект термической диффузии Соре. Влияние поперечных поступательных вибраций на конвективную устойчивость двухкомпонентной смеси исследовано ранее [4] для высоких частот, когда амплитуда и частота колебаний системы не являются независимыми параметрами. В случае конечных частот вибрации неустойчивость может быть обусловлена резонансными эффектами [5].

В данной работе рассматривается параметрическое воздействие на горизонтальный слой бинарной смеси с термодиффузией. Изучается случай возникновения конвекции в постоянном поле тяжести при наличии переменной разности температур на границах.

1. Постановка задачи. Рассмотрим бинарную смесь, заполняющую плоский горизонтальный слой, ограниченный твердыми непроницаемыми идеально теплопроводными параллельными плоскостями $z = \pm h$ (h — полутолщина слоя), на которых поддерживаются разные температуры, изменяющиеся по закону $T(\pm h) = \mp \Theta(\eta_1 + \eta_2 \cos \Omega t)$. Здесь Θ характерный масштаб температуры; η_1 , η_2 — относительные амплитуды постоянной и переменной компонент разности температур на границах; Ω — циклическая частота модуляции; t — время. В рассматриваемом случае η_1 может принимать два значения: $\eta_1 = 0$ при модуляции температуры на границах с нулевым средним значением, $\eta_1 = 1$ при модуляции на постоянном фоне. Случай $\Theta > 0$ соответствует нагреву снизу, $\Theta < 0$ — нагреву сверху. В данной задаче установление градиента концентрации даже в первоначально однородной смеси происходит из-за наличия градиента температуры и эффекта термической диффузии Соре.

Уравнение состояния бинарной смеси запишем в виде

$$\rho = \bar{\rho}(1 - \beta_T T - \beta_C C),$$

где $\bar{\rho}$ — плотность смеси при средних значениях температуры и концентрации; T, C — малые отклонения температуры и концентрации от средних значений; β_T, β_C — коэффициент теплового расширения и концентрационный коэффициент плотности (если C — концентрация легкого компонента, то $\beta_C > 0$).

Для обезразмеривания переменных введем масштабы расстояния h, времени h^2/ν , скорости ν/h , температуры Θ , концентрации $\beta_T \Theta/\beta_C$, давления $\bar{\rho}\nu^2/h^2$ (ν , χ — кинематическая вязкость и температуропроводность).

Безразмерная система уравнений конвекции бинарной смеси в приближении Буссинеска примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v} &= -\nabla p + \Delta \boldsymbol{v} + \operatorname{Gr}(T+C)\boldsymbol{n}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla T &= \frac{1}{\operatorname{Pr}}\Delta T, \quad \operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0, \quad \boldsymbol{n} = (0,0,1), \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla C &= \frac{1}{\operatorname{Sc}}\Delta(C-\varepsilon T), \end{aligned}$$

где \boldsymbol{v} — скорость; p — давление; Gr = $g\beta_T\Theta h^3/\nu^2$, Pr = ν/χ , Sc = ν/D — числа Грасгофа, Прандтля и Шмидта соответственно; $\varepsilon = -\beta_C \alpha/\beta_T$ — параметр Соре; D, α — коэффициенты диффузии и термодиффузии; $\omega = \Omega h^2/\nu$ — безразмерная частота модуляции.

При исследовании конвекции бинарной смеси рассматривались различные варианты граничных условий. Представляется, что экспериментальным условиям наиболее соответствует случай непроницаемых твердых границ [6], на которых поток вещества обращается в нуль:

$$z = \pm 1$$
: $\boldsymbol{v} = 0, \quad T = \mp (\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t), \quad \frac{\partial C}{\partial z} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$ (1)

Задача допускает квазиравновесное решение, в котором жидкость покоится ($v_0 = 0$), а остальные ее характеристики изменяются во времени и пространстве: $T_0 = T_0(z,t)$, $p_0 = p_0(z,t), C_0 = C_0(z,t)$. В дальнейшем выражение для давления p_0 в явном виде не используется. Нестационарные распределения температуры $T_0(z,t)$ и концентрации $C_0(z,t)$ удовлетворяют одномерным уравнениям теплопроводности и диффузии

$$\Pr \frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2}, \qquad \operatorname{Sc} \frac{\partial C_0}{\partial t} = \frac{\partial^2 C_0}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2}$$

и соответствующим граничным условиям (1). Распределение температуры в условиях квазиравновесия определяется суперпозицией линейного профиля и двух тепловых волн, распространяющихся от границ внутрь жидкости. Распределение концентрации определяется распределением температуры за счет эффекта термодиффузии:

$$T_{0} = -\eta_{1}z - \operatorname{Re}\left[(\eta_{2} \operatorname{sh} qz/\operatorname{sh} q) \exp\left(i\omega t\right)\right],$$

$$C_{0} = -\eta_{1}\varepsilon z + \operatorname{Re}\left[\frac{\varepsilon\eta_{2}}{(q^{2} - r^{2})\operatorname{sh} q}\left(\frac{qr\operatorname{ch} q\operatorname{sh} rz}{\operatorname{ch} r} - q^{2}\operatorname{sh} qz\right)\exp\left(i\omega t\right)\right],$$

$$q = (1+i)\sqrt{\omega\operatorname{Pr}/2}, \qquad r = (1+i)\sqrt{\omega\operatorname{Sc}/2}.$$
(2)

Для исследования устойчивости основного состояния (2) рассмотрим его малые возмущения $\boldsymbol{v}, T', C', p'$ и введем новую переменную $H' = C' - \varepsilon T'$. После линеаризации получим систему уравнений и граничных условий для эволюции возмущений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} &= -\nabla p + \Delta \boldsymbol{v} + \operatorname{Gr}(T'(1+\varepsilon) + H')\boldsymbol{n}, \qquad \frac{\partial T'}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla T_0 = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \,\Delta T \\ \frac{\partial H'}{\partial t} + \boldsymbol{v}(\nabla C_0 - \varepsilon \nabla T_0) &= \frac{1}{\operatorname{Sc}} \,\Delta H' - \frac{\varepsilon}{\operatorname{Pr}} \,\Delta T', \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{v} = 0, \\ z &= \pm 1; \qquad \boldsymbol{v} = 0, \quad T' = 0, \quad \frac{\partial H'}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Исключив давление и горизонтальные компоненты скорости, возмущения вертикальной скорости v_z , температуры T' и функции H' представим в виде

$$\begin{pmatrix} v_z \\ T' \\ H' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w(z,t) \\ \theta(z,t) \\ \xi(z,t) \end{pmatrix} \exp(ik_x x + ik_y y),$$

где w, θ, ξ — амплитуды; k — волновой вектор, характеризующий периодичность возмущений в плоскости слоя ($k^2 = k_x^2 + k_y^2$).

Для амплитуд возмущений получим задачу

$$\frac{\partial Dw}{\partial t} = D^2 w - k^2 \operatorname{Gr}(\theta(1+\varepsilon) + \xi), \qquad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\operatorname{Pr}} D\theta - w \nabla T_0,
\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{\operatorname{Sc}} D\xi - \frac{\varepsilon}{\operatorname{Pr}} D\theta - w (\nabla C_0 - \varepsilon \nabla T_0), \qquad D = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2.$$
(3)

Граничные условия для амплитуд на твердых изотермических плоскостях имеют вид

$$z = \pm 1$$
: $w = 0, \quad w' = 0, \quad \theta = 0, \quad \xi' = 0,$ (4)

где штрих означает производную по поперечной координате z.

Система уравнений (3), граничные условия (4) и условия периодичности во времени для всех переменных определяют задачу на собственные значения для числа Грасгофа как функции оставшихся параметров. Границы конвективной неустойчивости, определяемые условиями существования периодических решений системы (3), могут быть найдены с использованием классического метода Флоке.

2. Метод решения. Градиенты температуры и концентрации в основном состоянии — четные функции вертикальной координаты *z*, следовательно, собственные функции задачи (3) делятся на два класса: четные и нечетные по *z*. Известно, что "одноэтажные" возмущения, соответствующие четным собственным функциям, наиболее неустойчивы [1],

поэтому для аппроксимации возмущений используются четные пространственные базисные функции с коэффициентами, зависящими от времени:

$$w = \sum_{m=0}^{M-1} a_{2m}(t) w_{2m}, \qquad \theta = \sum_{m=0}^{M-1} b_{2m}(t) \theta_{2m}, \qquad \xi = \sum_{m=0}^{M-1} c_{2m}(t) \xi_{2m}.$$
 (5)

В качестве базисных функций для вертикальной скорости, температуры и концентрации взяты собственные функции краевых задач четвертого и второго порядков:

$$D^{2}w_{2m} = -\mu_{2m}Dw_{2m}, \qquad w_{2m}(\pm 1) = w'_{2m}(\pm 1) = 0,$$

$$Pr^{-1}D\theta_{2m} = -\nu_{2m}\theta_{2m}, \qquad \theta_{2m}(\pm 1) = 0,$$

$$Sc^{-1}D\xi_{2m} = -\rho_{2m}\xi_{2m}, \qquad \xi'_{2m}(\pm 1) = 0,$$

где μ_{2m} , ν_{2m} , ρ_{2m} — собственные значения для соответствующих базисных функций. Для температуры θ_{2m} и концентрации ξ_{2m} имеем тригонометрические базисные функции. Функции w_{2m} , предложенные в [7], составляют полную ортонормированную систему

$$\int_{-1}^{1} w_i Dw_j \, dz = -\delta_{ij}.$$

Подставляя разложения (5) в систему (3) и производя ортогонализацию по методу Галеркина, получим K = 3M обыкновенных дифференциальных уравнений для a_r , b_s , c_t вида

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = L_{ij}(\omega t)u_j, \quad i, j = 3M, \qquad \boldsymbol{u}(t) = \begin{pmatrix} a_r \\ b_s \\ c_t \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где матрица L периодична с периодом $2\pi/\omega$; u(t) - K-мерная векторная функция. Согласно классической теории Флоке [8] любое решение системы (6) можно записать в виде

$$\boldsymbol{u}(t) = \mathrm{e}^{\lambda t} \boldsymbol{u}_0(t) = \gamma \boldsymbol{u}_0(t),$$

где $u_0(t)$ — вектор, имеющий период $2\pi/\omega$. При этом γ называется мультипликатором Флоке, $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ — характеристическим показателем. Для различных независимых начальных условий $u_i^p(0) = \delta_{ip}$ (p = 1, ..., K) система (6) интегрируется методом Рунге — Кутты четвертого порядка. Фундаментальные решения, взятые в конце периода модуляции $u_i^p(t)$, составляют K колонок матрицы монодромии размерности $K \times K$, собственные значения которой и являются мультипликаторами Флоке. Значения характеристических показателей определяют устойчивость основного состояния квазиравновесия. Если упорядочить λ_i так, что $\operatorname{Re}(\lambda_1) \ge \operatorname{Re}(\lambda_2) \ge \ldots \ge \operatorname{Re}(\lambda_K)$, то основное состояние будет устойчивым при $\operatorname{Re}(\lambda_1) < 0$. Условие $\operatorname{Re}(\lambda_1) = 0$ определяет область существования периодических решений в пространстве параметров Gr, η_1 , η_2 , Pr, Sc, ε , ω , k. Случай Re $(\lambda_1) = 0$, Im $(\lambda_1) = \omega/2$ соответствует субгармоническим возмущениям с периодом, вдвое превышающим период внешнего воздействия. Если $\operatorname{Re}(\lambda_1) = 0$, $\operatorname{Im}(\lambda_1) = \omega$, то нейтральные возмущения изменяются синхронно с вынуждающим воздействием, а их периоды совпадают. Пара комплексно-сопряженных собственных значений с единичным модулем $\operatorname{Re}(\lambda_1) = 0$, $\operatorname{Im}(\lambda_1) \neq 0$ соответствует квазипериодическим нейтральным возмущениям. Для большинства найденных решений использовалось 15 базисных функций (M = 5). В тестовых расчетах, проведенных с 21 базисной функцией (M = 7), пороги конвекции изменялись менее чем на 1 %. Во всех расчетах использованы значения чисел Прандтля и Шмидта, характеризующие газовую смесь: Pr = 0.75, Sc = 1.5.



Рис. 1. Зависимость амплитуды модуляции η_2 от обратной частоты в отсутствие среднего градиента температуры ($\eta_1 = 0$): штрихпунктирные линии — границы устойчивости для субгармонических возмущений, сплошные — границы устойчивости для синхронных режимов

3. Результаты анализа. В случае постоянного градиента температуры на плоскости (ε , Gr) имеются различные области неустойчивости. Нарушение равновесия в отсутствие термодиффузии ($\varepsilon = 0$ для $\Pr = 0,75$) наступает при $\operatorname{Gr}_{cr} = 142,37$, что соответствует числу Рэлея для слоя с твердыми границами $\mathbb{R} = 16 \operatorname{Gr}_{cr} \Pr = 1708,5$, определенному по толщине слоя и разности температур на границах. При нагреве снизу области монотонной неустойчивости соответствует значение $\varepsilon > -0,1$, области колебательной неустойчивости — $\varepsilon < -0,1$. Наиболее опасными в этом случае являются ячеистые возмущения [6]. В случае $\varepsilon = -0,3$ порогу конвекции ($\operatorname{Gr}_{cr} = 271,686$) соответствует критическое волновое число $k_{cr} = 1,357$ и частота $\omega_0 = 2,665$. При нагреве сверху ($\operatorname{Gr} < 0$) неустойчивость возможна в случае аномальной термодиффузии ($\varepsilon < 0$), при этом длинноволновые монотонные возмущения являются критическими.

Пороги устойчивости термоконцентрационной конвекции в переменном тепловом поле как результат минимизации по волновому числу k представлены на рис. 1–5.

Вначале рассмотрим случай модуляции относительно нулевого среднего значения температуры ($\eta_1 = 0$). Зависимость амплитуды модуляции η_2 , соответствующей границе устойчивости, от обратной частоты $\ln(1/\omega)$ при фиксированном значении Gr = 260 представлена на рис. 1. Без модуляции система устойчива: Gr < Gr_{cr} = 271,686. Здесь и далее штрихпунктирные линии соответствуют границам устойчивости для субгармонических режимов, сплошные линии — границам нарастающих синхронных возмущений. На карте устойчивости границы неустойчивости разных типов пересекаются; первые две области неустойчивости связаны с субгармоническими возмущениями, дальнейшее уменьшение частоты приводит к чередованию областей синхронной и субгармонической неустойчивости. Механизм дестабилизации заключается в резонансном взаимодействии наименее устойчивой колебательной моды с собственной частотой ω_0 и осцилляциями температуры в модулированном тепловом поле. Наибольшая дестабилизация соответствует амплитуде $\eta_1 = 1,117$ и наблюдается при соотношении частот $\omega = 2,0 \simeq \omega_0$. В отсутствие постоянной составляющей градиента температуры управляющим параметром является произведение η_2 Gr. Поэтому пересчетом можно получить карты устойчивости для любых значений Gr.

Ненулевая постоянная составляющая градиента температуры ($\eta_1 = 1$) обусловливает независимость режимных параметров Gr и η_2 . Зависимость амплитуды модуляции η_2 от обратной частоты $\ln(1/\omega)$ представлена на рис. 2 для различных значений "подкритического" нагрева (Gr < Gr_{cr}). В отсутствие модуляции ($\eta_2 = 0$) квазиравновесие жидкости устойчиво. Увеличение амплитуды модуляции приводит к появлению растущих возму-



Рис. 2. Зависимость амплитуды модуляции η_2 от обратной частоты в первой резонансной области субгармонического отклика при наличии среднего градиента температуры ($\eta_1 = 1$):

1 - Gr = 180; 2 - Gr = 210; 3 - Gr = 260; 4 - Gr = 269

Рис. 3. Зависимость критических волновых чисел $k_{cr}(a)$ и амплитуды модуляции $\eta_2(\delta)$ от обратной частоты при $\eta_1 = 1$:

штриховые линии — границы квазипериодических режимов, сплошные — границы устойчивости для синхронных режимов, штрихпунктирные — границы устойчивости для субгармонических возмущений

щений. Тип критических возмущений зависит от частоты. Первая резонансная область, в которой эффект дестабилизации проявляется особенно сильно, соответствует субгармоническим по отношению к внешнему воздействию возмущениям, ее минимум расположен на частоте $\omega \simeq 5,33 \simeq 2\omega_0$. Чтобы параметрически возбудить конвекцию при больших значениях параметра (Gr_{cr} – Gr)/Gr_{cr}, необходимо увеличить амплитуду модуляции.

Поведение критических волновых чисел k_{cr} и амплитуд модуляции на границе устойчивости в случае "надкритического" нагрева (Gr = 280 > Gr_{cr}) представлено на рис. 3. Без модуляции квазиравновесие неустойчиво. Увеличение амплитуды модуляции приводит к появлению на плоскости (Gr, $1/\omega$) областей устойчивости st, которые расположены симметрично относительно резонансной частоты $\omega = 5,33 \simeq 2\omega_0$. Нижняя граница этих доменов определяется основной модой квазипериодической неустойчивости и соответствует максимумам на кривых $k_{cr} = k_{max}$. Верхняя граница областей устойчивости обусловлена параметрическими эффектами и соответствует минимумам на кривых $k_{cr} = k_{min}$, над ней нарастают субгармонические или синхронные возмущения. При относительно низких частотах существует конкуренция этих мод. В области устойчивости по отношению к субгармоническим возмущениям появляется домен синхронной неустойчивости. На рис. 3 видно, что модуляция стабилизирует основное состояние в широком диапазоне частот, но в случаях $\omega \simeq 2\omega_0$ и $\omega \simeq \omega_0$ происходит возбуждение параметрической неустойчивости. С ростом амплитуды модуляции область резонансного возбуждения увеличивается.



Рис. 4. Карты устойчивости на плоскости (ε , Gr) при наличии вибраций [5] и в модулированном тепловом поле ($\omega = 2\pi$, $\eta_1 = 1$): 1 — $\eta_2 = 1$; 2 — $\eta_2 = 2$; остальные обозначения те же, что на рис. 3

На рис. 4 представлены границы конвективной неустойчивости $Gr(\varepsilon)$ для различных способов параметрического воздействия на бинарную смесь (вертикальных вибраций слоя [5] и модуляции градиента температуры). Частота модуляции фиксирована: $\omega = 2\pi$, амплитуда модуляции принимает значения $\eta_2 = 1$; 2. Безразмерная амплитуда вибраций $\eta_2 = b\Omega^2/g$ (b — амплитуда; Ω — циклическая частота вибраций). Пороги длинноволновых возмущений, существующих при нагреве сверху, практически не меняются с изменением амплитуды η_2 и способа параметрического воздействия. Это связано с особенностями действия в бинарной смеси термоконцентрационного (двойного диффузионного) механизма неустойчивости, который обусловлен различием характерных времен теплопроводности и диффузии.

В области нормального эффекта термодиффузии ($\varepsilon > 0$) модуляция температуры также практически не влияет на границу устойчивости; вибрации большой амплитуды стаби-



Рис. 5. Карты устойчивости на плоскости $(1/\omega, Gr)$ в модулированном поле ($\varepsilon = -0,3, \eta_1 = 1, \eta_2 = 1$):

точки — модуляция температуры; остальные обозначения те же, что на рис. 3 Рис. 6. Зависимость критических волновых чисел k_{cr} от $1/\omega$ в модулированном тепловом поле ($\varepsilon = -0,3, \eta_1 = 1, \eta_2 = 1$) лизируют квазиравновесие. При аномальном эффекте Соре модуляция температуры сильнее дестабилизирует квазиравновесие в области $\varepsilon > -1$, при этом неустойчивость связана с субгармоническими возмущениями. В области $\varepsilon < -1$ вибрации с достаточно большой амплитудой ($\eta_2 = 2$) сильнее дестабилизируют бинарную смесь, чем модуляции градиента температуры.

Пороги конвекции на плоскости $(1/\omega, \text{Gr})$ для двух типов параметрического воздействия приведены на рис. 5 ($\varepsilon = -0.3$, $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = 1$). На рис. 6 показано поведение критических волновых чисел k_{cr} при модуляции температуры. Внутри каждой области неустойчивости волновые числа монотонно убывают. В точках пересечения границ неустойчивости происходит конкуренция двух мод с различными пространственными периодами. При высоких частотах ($\omega > 1,25$) модуляция температуры сильнее дестабилизирует квазиравновесие, при низких частотах ($\omega < 1,25$) параметрическая неустойчивость под действием вибраций наступает при меньших значениях Gr.

Заключение. На основе уравнений Буссинеска рассмотрена проблема конвективной неустойчивости неравномерно нагретой бинарной смеси с учетом эффекта термодиффузии под действием модуляции поперечного градиента температуры произвольной частоты. При конечных частотах модуляции возможна как дестабилизация равновесия, так и его стабилизация в зависимости от характеристик параметрического воздействия. При этом неустойчивость жидкости может быть вызвана возмущениями с различной зависимостью от времени, которые соответствуют синхронному, субгармоническому отклику на внешнее воздействие либо квазипериодическим режимам. Определены границы областей неустойчивости.

Автор выражает благодарность Б. И. Мызниковой за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
- Venezian G. Effect of modulation on the onset of thermal convection // J. Fluid Mech. 1969. V. 35. P. 243–251.
- Yin C. S., Li C. H. Instability of unsteady flows or configurations. Pt 2. Convective instability // J. Fluid Mech. 1972. V. 54. P. 143–152.
- Gershuni G. Z., Kolesnikov A. K., Legros J.-C., Myznikova B. I. On the convective instability of a horizontal binary mixture layer with Soret effect under transversal hight frequency vibration // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1999. V. 42, N 3. P. 547–553.
- 5. Мызникова Б. И., Смородин Б. Л. О конвективной устойчивости горизонтального слоя двухкомпонентной смеси в модулированном поле внешних сил // Изв. РАН. Механика жид-кости и газа. 2001. № 1. С. 3–13.
- 6. Platten J. K., Legros J. C. Convection in fluids. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1984.
- 7. Петров Г. И. Применение метода Галеркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости // Прикл. математика и механика. 1940. Т. 4, вып. 3. С. 3–12.
- Coddington E. A., Levinson N. Theory of ordinary differential equations. N. Y.: McGraw-Hill, 1955.

Поступила в редакцию 16/Х 2001 г.