

4. McCreskey W. J., Goorjian P. M. Interaction of airfoils with gusts and concentrated vortices in unsteady transonic flow.— N. Y., 1983.— (Paper/AIAA; N 1691).
5. Нунтаев Ю. П. О флаттере крыла с элероном в околозвуковом потоке // ЖБММФ.— 1989.— Т. 29, № 4.
6. Borland C. J., Rizetta D. P. Nonlinear transonic flutter analysis // AIAA J.— 1982.— V. 20, N 11.
7. Edwards J. W. Application of potential theory computations to transonic aeroelasticity // ISAC.— 1986.— V. 2.
8. Ballhaus W. F., Goorjian P. M. Implicit finite difference computations of unsteady transonic flows about airfoils // AIAA J.— 1977.— V. 15, N 12.
9. Krupp J. A. The numerical calculation of plane steady transonic flow past thin lifting airfoils // BSRLRD 180.— 1971.— N 12958.
10. Whitlow W., Woodrow J. XTRAN2L; A program for solving the general-frequency unsteady transonic small disturbance equation.— N. Y., 1983.— (Techn. Mem./NASA; N 85723).
11. Goorjian P. M., van Buskirk R. Implicit calculation of transonic flows using monotone methods.— N. Y., 1981.— (Paper/AIAA; N 0331).
12. Henshall B. D., Cash R. F. Observations of the flow past a two-dimensional 4 per cent thick biconvex airfoil at high subsonic speed.— London, 1958.— (Rept and Memo/Gr. Brit. Aeron. Res. Council; N 3092).
13. Майле Дж. У. Потенциальная теория неустановившихся сверхзвуковых течений.— М.: ГИФМЛ, 1963.
14. Абрамов Ю. А. Нестационарные аperiodические движения несущей поверхности в дозвуковом потоке газа // Асимптотические методы в теории нестационарных процессов.— М.: Наука, 1971.

г. Жуковский

Поступила 7/IV 1992 г.

УДК 532.529

И. Х. Еникеев

## РАСЧЕТ ОБТЕКАНИЯ ТОРЦА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ЦИЛИНДРА ЗАКРУЧЕННЫМ ПОТОКОМ ГАЗОВЗВЕСИ

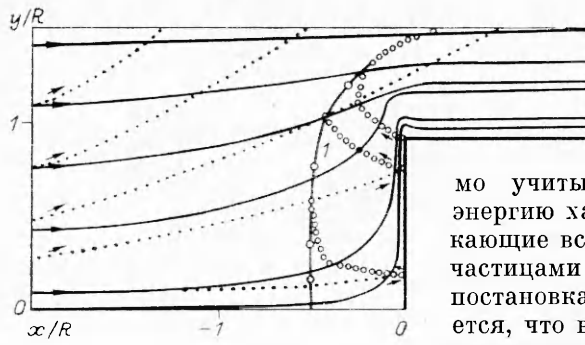
В рамках трехскоростной трехтемпературной схемы движения взаимопроникающих континуумов рассмотрено поперечное обтекание цилиндрического торца закрученным газодисперсным потоком вблизи контактной поверхности. Обсуждены вопросы постановки граничных условий. Выявлен диапазон изменения определяющих параметров, в котором существует зона возвратно-циркуляционного течения газа и частиц.

В большинстве теоретических работ, посвященных как внешнему обтеканию тел потоком газозвеси, так и исследованию внутренних течений дисперсных сред, предполагалось, что частицы, попавшие на твердую поверхность, исчезают из потока [1—5]. Такая постановка задачи наиболее приемлема для случая, когда в качестве дисперсной фазы рассматриваются жидкие капли или частицы, образующие после попадания на тело тонкую пленку вдоль обтекаемой поверхности.

Если дисперсную фазу образуют твердые частицы, то постановку граничных условий требуется усложнить: необходимо ввести дополнительные фазы — фазу частиц, отраженных от твердой поверхности [6, 7], а также фазу частиц, хаотически движущихся вблизи обтекаемого газозвесью тела [8].

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим поперечное обтекание полубесконечного цилиндрического торца, расположенного внутри контактной поверхности, соосной с ним (рис. 1), закрученным потоком газозвеси.

В соответствии с [7] введем фракцию (фазу) падающих частиц, т. е. летящих к поверхности обтекаемого тела, и фракцию (фазу) отраженных частиц, т. е. летящих от поверхности обтекаемого тела навстречу набегающему потоку. Как уже указывалось, при обтекании затупленных тел учет столкновений между частицами различных фракций приводит



Р и с. 1

к необходимости введения дополнительной фазы частиц, хаотически движущихся вблизи поверхности обтекаемого газозвесью тела. При этом необходимо

учитывать скорость, давление и энергию хаотического движения, возникающие вследствие столкновений между частицами разных фракций. Теперь постановка задачи настолько усложняется, что в ряде случаев численное моделирование на ЭВМ становится невозможным. В силу этого был найден

диапазон изменения определяющих параметров, в котором эффектами, связанными с хаотизацией частиц, можно пренебречь. Так, оценки, приведенные в [9], показали, что при массовом содержании частиц в набегающем потоке порядка  $0,5 \div 1$  хаотизацией частиц в первом приближении можно пренебречь. Уравнения, описывающие рассматриваемую задачу, в рамках предлагаемой модели имеют вид [7]

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_i \mathbf{v}_i = 0, \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_i \mathbf{v}_i = J_{ij} \quad (i \neq j; i, j = 2, 3),$$

$$\frac{\partial \rho_i \mathbf{v}_i}{\partial t} + \nabla^k (\rho_i \mathbf{v}_i v_i^k) = -\nabla p - \mathbf{f}_{12} - \mathbf{f}_{13},$$

$$\frac{\partial \rho_i \mathbf{v}_i}{\partial t} + \nabla^k (\rho_i v_i v_i^k) = \mathbf{f}_{i1} - \mathbf{f}_{ij} + J_{ij} \mathbf{v}_j,$$

$$\sum_{i=1}^3 \left[ \frac{\partial \rho_i E_i}{\partial t} + \nabla^k (\rho_i E_i + \delta p) v_i^k \right] = 0, \quad \delta = \begin{cases} 0, & i = 2, 3, \\ 1, & i = 1, \end{cases}$$

$$\frac{\partial \rho_i e_i}{\partial t} + \nabla^k (\rho_i e_i v_i^k) = q_{1i} + J_{ij} e_j + \frac{1}{2} \mathbf{f}_{ij} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) + \frac{1}{2} J_{i,j} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^2,$$

$$E_i = e_i + \frac{1}{2} \mathbf{v}_i^2,$$

где индекс  $i \neq j$  ( $i, j = 2, 3$ ) относится к параметрам падающих и отраженных частиц соответственно;  $k$  — индекс суммирования, относящийся к осям декартовой системы координат;  $\rho_i$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $e_i$ ,  $E_i$  — приведенная плотность, вектор скорости, внутренняя и полная энергия  $i$ -й фазы;  $p$  — давление в газе;  $\mathbf{f}_{1j}$ ,  $q_{1j}$  — вектор силы трения и интенсивность теплообмена между газом и частицами;  $\mathbf{f}_{ij}$ ,  $J_{i,j}$  — вектор эффективной силы взаимодействия и интенсивность массообмена между 2-й и 3-й фазами в результате столкновения частиц.

Уравнения состояния фаз следующие:

$$p = \rho_1^0 (\gamma - 1) e_1, \quad e_1 = c_{v1} T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad e_3 = c_3 T_3.$$

Здесь  $\gamma$  — показатель адиабаты газа;  $\rho_i^0 = \rho_3^0 = \text{const}$ ;  $c_{v1}$ ,  $c_2 = c_3$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме и удельная теплоемкость частиц соответственно;  $T_i$  — температура фазы;  $\rho_i^0$  — истинная плотность фазы.

Выражения для интенсивности силового и теплового взаимодействия между фазами с учетом массообмена между падающими и отраженными частицами в результате столкновения, как и в [7], представим в виде

$$J_{32} = k^{(J)} \frac{\rho_2 \rho_3 |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3|}{\rho_2^0 d}, \quad \mathbf{f}_{32} = \frac{k^{(J)} \rho_2 \rho_3 (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3) |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3|}{\rho_2^0 d}$$

( $d$  — диаметр частицы). Коэффициенты, определяющие взаимодействие из-за столкновения падающих и отраженных частиц, принимались

равными:

$$k^{(j)} = k^{(j)} = 0,1.$$

Это значение для  $k^{(j)}$  соответствует экспериментальным данным [10] по гидравлике полидисперсных потоков (воздух с частицами кварцевого песка) с относительными скоростями фаз  $\Delta v \approx 10$  м/с.

**2. Схема численного интегрирования.** Сформулированная в п. 1 задача решалась численно модифицированным методом крупных частиц [11]. Суть предложенной в [11] модификации заключается в том, что на эйлеровом этапе применяется неявная по времени разностная схема. Такой подход позволяет использовать метод крупных частиц для расчета течений с достаточно малыми числами Маха  $M_0$  ( $M_0 \ll 0,1$ ) при

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta x} = 0,1, \quad \Delta \tau = \frac{\Delta t}{t_0}, \quad \Delta x = \frac{\Delta x}{R}, \quad t_0 = \frac{R}{U_0},$$

где  $R$  — характерный линейный размер задачи (например, радиус торца при  $x=0$ );  $U_0$  — характерная скорость (скорость газа в невозмущенном потоке).

Так же как и в случае двухфазной модели движения на эйлеровом этапе, вычисляются промежуточные значения только для газовой фазы. Параметры 2-й и 3-й фаз остаются неизменными на этом этапе, так как в уравнениях для твердой фазы нет градиента давления из-за малой объемной концентрации дисперсной фазы. На лагранжевом этапе вычисляется перенос массы, импульса, энергии каждой фазы через границы ячеек. На заключительном этапе на основании законов сохранения находят значения параметров всех фаз на новом временном слое. При этом учитываются межфазное силовое взаимодействие  $f_{ij}$  ( $i \neq j$ ;  $i, j = 1, 2, 3$ ), интенсивность массообмена между 2-й и 3-й фазами  $J_{32}$  и потоки тепла  $q_{12}$ ,  $q_{13}$  от газа к падающим и отраженным частицам соответственно. Как и в случае двухфазной среды, алгоритмически сначала производился расчет параметров твердой фазы. Расчетная область имела вид прямоугольника, длина которого разбивалась на 42 ячейки, а высота — на 22 ячейки. Безразмерный шаг интегрирования по пространству  $\Delta x = 0,082$ , а безразмерный шаг интегрирования по времени  $\Delta \tau / \Delta x = 0,1$ .

Граничные условия для газа и частиц ставились следующим образом.

1. На левой границе  $x = -2$  (см. рис. 1) цилиндрической области со стороны набегающего двухфазного потока использовались условия невозмущенного потока без проскальзывания:

$$v_1^x = v_2^x = U_0, \quad v_1^y = v_2^y = 0, \quad \rho_2 = \rho_{20}, \quad p = p_0, \quad T_1 = T_2 = T_0.$$

Также предполагалось, что газ и частицы закручены по закону твердого тела, т. е.

$$v_1^\omega = v_2^\omega = k_{\omega\infty}^R y / R$$

( $k_{\omega\infty}^R$  — коэффициент крутки дисперсного потока в сечении  $x = -2$ ).

2. На нижней границе ( $y = 0$ ), которой считалась ось симметрии обтекаемого торца, параллельная скорости набегающего потока  $U_0$ , брались условия симметрии как для газа, так и для дисперсных частиц.

3. На верхней ( $y = (3/2)R$ ) контактной поверхности для газа было условие непротекания, а для частиц — условие отсутствия отражения, т. е. все частицы, попавшие на эту поверхность, исчезают из потока.

4. На правой ( $x = 1$ ) открытой границе области проводилась экстраполяция течения за выделенную область расчета; на этой границе практически равны нулю производные по нормали от скоростей фаз и давлений.

5. На поверхности обтекаемого тела для газа ставилось условие непротекания  $v_1^n = 0$ , а для дисперсной фазы граничное условие нужно только на лобовой поверхности со стороны набегающего потока, ибо на

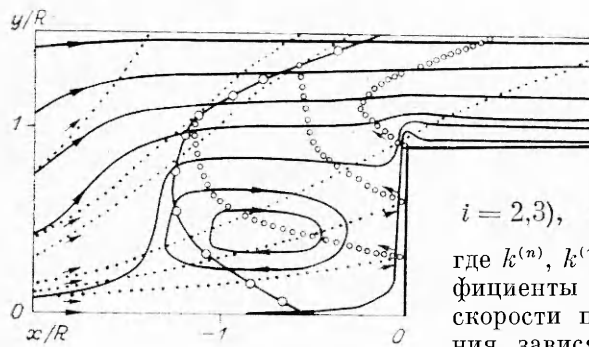


Рис. 2

остальной поверхности частицы отсутствуют. На указанной лобовой поверхности для частиц ставилось условно отражение

$$v_3^n = k^{(n)} v_2^n \quad (v_i^n = \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{n};$$

$$i = 2, 3), \quad \mathbf{v}_3 = v_2^{(n)} \mathbf{n} = k^{(r)} (\mathbf{v}_2 - v_2^{(n)} \mathbf{n}),$$

где  $k^{(n)}, k^{(r)} \leq 1$  — соответственно коэффициенты восстановления нормальной скорости при ударе и ударного трения, зависящие от свойств и состояния соударяющихся поверхностей. Предполагалось, что  $k^{(n)} = k^{(r)} = 0,7$ . Рас-

четы проводились при различных значениях  $k_{\omega\infty}^R$ ,  $m_{20} = \rho_{20}/\rho_{10}^0$ ,  $Stk = \rho_2^0 U_0 d^2 / 18\mu R$ .

**3. Описание результатов.** На рис. 1 представлены линии тока фаз при числе Стокса  $Stk = 0,1$ ,  $k^{(j)} = k^{(f)} = 0,1$ ,  $k^{(n)} = 0,7$ ,  $k_{\omega\infty}^R = 0,1$ ,  $M_0 = 0,08$ ,  $m_{20} = 1$ . Здесь и на рис. 2 приняты обозначения: линии тока газовой фазы — сплошные линии, линии тока падающих частиц — точки, линии тока отраженных частиц — кружки, кривая 1 — огибающая линий тока отраженных частиц (сепаратриса). Расчеты показали, что картина течения имеет следующий вид. Перед телом образуется зона повышенной концентрации частиц, ограниченная сепаратрисой, за которую в набегающий поток не проникают отраженные частицы и которая поэтому является огибающей линий тока отраженных частиц. На сепаратрисе нормальная скорость отраженных частиц равна нулю и происходит многократное повышение концентрации отраженных частиц за счет накопления из-за торможения газом и падающими частицами. Это накопление ограничивается поперечным отводом (отдувом) частиц газом, обтекающим цилиндрический торец, и «фазовым переходом» типа  $3 \rightarrow 2$  из-за столкновений отраженных частиц с падающими, за счет чего отраженные частицы переходят в поток падающих. Как показывает рис. 3, на сепаратрисе массовое содержание дисперсной фазы приблизительно в 10 раз превосходит концентрацию частиц в набегающем потоке. При этом, однако, объемная концентрация  $\alpha_3 = \rho_3/\rho_2^0 \approx 0,004$  ( $\rho_2^0 = 2500 \text{ кг/м}^3$ ), что дает возможность не учитывать объемное содержание фаз в уравнениях (1.1) во всей области течения.

На рис. 2 приведены линии тока фаз при тех же значениях определяющих параметров, что и на рис. 1, но при  $k_{\omega\infty}^R = 0,25$ . Представленные на рис. 1, 2 различные варианты с увеличивающимся  $k_{\omega\infty}^R$  показывают, что имеются два принципиально отличных режима течения. При  $k_{\omega\infty}^R \leq 0,15$  осуществляется безотрывное обтекание полубесконечного цилиндра. При  $k_{\omega\infty}^R \geq 0,25$  перед торцом цилиндра образуется зона возвратно-циркуляционного движения газа, причем, как видно из рис. 1, 2, происходит существенная деформация профиля сепаратрисы. Сепаратриса имеет вид параболы, ветви которой направлены в сторону обтекаемого тела, а вершина расположена на расстоянии порядка  $R$  от оси симметрии. Показано, что с изменением  $Stk$ ,  $m_{20}$  существенного изменения профиля сепаратрисы не происходит. Интересно отметить, что с увеличением  $k_{\omega\infty}^R$  значительно (в 2 и более раз) увеличивается отход сепаратрисы от торца цилиндра. Это связано с тем, что при больших  $k_{\omega\infty}^R$  возникающая зона возвратно-циркуляционного течения газа резко снижает динамический напор, оказываемый несущей фазой на отраженные частицы. К тому же понижается тормозящее действие на отраженные частицы со стороны падающих в силу уменьшения их концентрации в пристенной области.

Как показано в [12], при обтекании несжимаемой жидкостью затупленного тела в цилиндрической трубе распределение осевой  $u$  и тангенциальной  $w$  компонент скорости приближенно можно получить из соотношений

$$(3.1) \quad \frac{u}{U_0} = 1 + 0,5 \left( \frac{R^2}{a^2} - 1 \right) \frac{kaJ_0(ky)}{J_1(ka)};$$

$$(3.2) \quad \frac{w}{\Omega y} = 1 + \left( \frac{R^2}{a^2} - 1 \right) \frac{aJ_1(ky)}{yJ_1(ka)}, \quad \Omega = \frac{k_{\infty}^R U_0}{R}, \quad k = \frac{2k_{\infty}^R}{R},$$

где  $J_0(ky)$ ,  $J_1(ky)$  — функции Бесселя первого рода;  $a$  — высота обтекаемого тела. На оси трубы вниз по потоку

$$\left( \frac{u}{U_0} \right)_{y=0} = \left( \frac{w}{\Omega y} \right)_{y=0} = 1 + 0,5 \left( \frac{R^2}{a^2} - 1 \right) \frac{ka}{J_1(ka)}.$$

Из (3.1), (3.2) следует, что при  $ak \geq 2,4$  появляются отрицательные значения  $u$  в первую очередь на оси трубы. Качественно это объясняется тем, что при расширении потока происходит перераспределение давления в жидкости, приводящее к возникновению обратного осевого течения. Приведенные рассуждения иллюстрируются результатами на рис. 3, где сплошные линии и точки — профили скорости газа и падающих частиц, штриховые — распределение суммарной плотности дисперсной фазы, кривые 1, 2 отвечают  $k_{\infty}^R = 0,1; 0,25$ . Расчеты выполнены при тех же значениях определяющих параметров, что и на рис. 1, 2. Рис. 3 показывает, что с увеличением  $k_{\infty}^R$  в приосевой зоне происходит значительное уменьшение скорости газа, вызванное наличием зоны возвратно-циркуляционного движения. Это, в свою очередь, приводит к снижению скорости падающих частиц. За сепаратрисой из-за наличия столкновений между падающими и отраженными частицами происходит еще более заметное уменьшение скорости падающих частиц. Из рис. 3 видно, что профиль концентрации дисперсной фазы имеет ярко выраженный немонотонный характер. Это связано с тем, что наличие центробежной силы, приводящее к выносу частиц из приосевой зоны, уменьшает их концентрацию в ней. На сепаратрисе, как показано в [7], резко увеличивается концентрация отраженных частиц, что приводит к появлению узкой зоны, в которой наблюдается значительное повышение концентрации дисперсной фазы. По мере приближения к торцу цилиндра концентрация дисперсной фазы уменьшается, но остается существенно большей, чем в набегающем потоке (см. рис. 3).

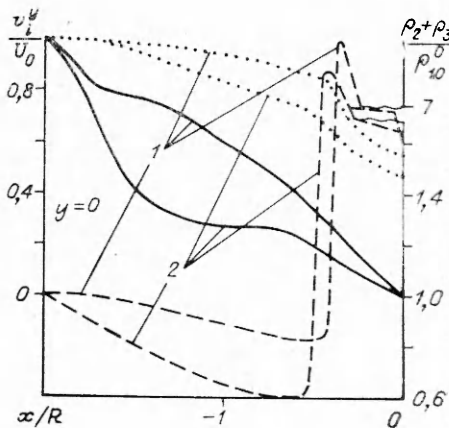


Рис. 3

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Головачев Ю. П., Шмидт А. А. Обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 3.
2. Давыдов Ю. М., Нигматулин Р. И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенными потоками газа с каплями или частицами // ДАН СССР.— 1981.— Т. 269, № 1.
3. Рычков А. Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах.— Новосибирск: Наука, 1988.
4. Пирумов У. Г., Суворова В. Н. Численное решение обратной задачи теории сопла для двухфазной смеси газа и частиц // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 4.
5. Копченков В. И. Решение прямой задачи о течении двухфазной смеси газа и инородных твердых или жидких частиц в сопле Лавала // ПМТФ.— 1975.— № 6.

6. Яненко Н. Н., Алхимов А. П., Нестерович Н. И. и др. Изменение волновой структуры при обтекании тел сверхзвуковым двухфазным потоком // ДАН СССР.— 1981.— Т. 260, № 4.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Т. 1.
8. Матвеев С. К. Модель газа из твердых частиц с учетом неупругих столкновений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 6.
9. Васенин И. М., Архипов В. А., Бутов В. Г. и др. Газовая динамика двухфазных течений в соплах.— Томск: ТГУ, 1986.
10. Бабуха Р. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц поллидисперсного материала в двухфазных потоках.— Киев: Наук. думка, 1972.
11. Еникеев И. Х., Кузнецова О. Ф., Полянский В. А., Шургальский Э. Ф. Математическое моделирование двухфазных закрученных потоков модифицированным методом крупных частиц // ЖВММФ.— 1988.— Т. 28, № 1.
12. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости.— М.: Мир, 1973.

г. Москва

Поступила 4/VI 1991 г.,  
в окончательном варианте —  
5/V 1992 г.

УДК 533.6.011

В. И. Бергельсон, Ю. Н. Киселев, В. А. Клунов,  
И. В. Немчинов, Т. И. Орлова, В. Б. Рождественский,  
В. М. Хазинс

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ПРИСТЕНОЧНЫМ СЛОЕМ

При распространении по газу интенсивно излучающей ударной волны (УВ) вдоль твердой поверхности происходит искажение формы ударного фронта — у поверхности возникает клиновидный предвестник, со временем увеличивающийся в размерах [1]. Среди возможных причин возникновения этого явления еще в [2] обсуждались образование перед фронтом приповерхностного нагретого слоя газа или эрозийных паров и аналогичность этого явления эффекту теплого слоя, объяснение которого впервые дано Г. И. Тагановым [3, 4]. При наличии перед фронтом УВ теплого (пониженной плотности) слоя перестройка течения носит глобальный характер, поскольку развивается в области с размерами, намного превышающими толщину возмущающего слоя. В дальнейшем [5] было замечено, что предвестник образуется при наличии испарения поверхности стенки. Детальными спектральными измерениями [6, 7] доказано, что именно в тонком слое разогретых излучением пристеночных паров начинается развиваться это явление. В то же время, как отмечено в [8], интерпретация экспериментальных результатов с точки зрения идеологии теплого слоя вызывает существенные трудности. Согласно гипотезе Г. И. Таганова, когда УВ проходит вдоль поверхности расстояние  $x$ , много большее толщины  $\Delta$  нагретого (теплого) слоя, течение вне его перестает зависеть от  $\Delta$  и выходит на некоторый асимптотический режим. Теоретические исследования задачи о взаимодействии УВ с теплым слоем [9—12] подтвердили это предположение и показали, что при больших временах и постоянной скорости УВ движение автомодельное. Однако в случае, когда пристеночный слой возникал «самопроизвольно» — при распространении излучающей УВ, развитие предвестника во времени часто имело непредсказуемый характер. В, казалось бы, близких опытах [1, 2, 5—8] сильно различались как отношение  $\xi = D_+/D_0$  скорости  $D_+$  предвестника к скорости  $D_0$  основной УВ, так и угол  $\alpha$  в вершине клиновидного предвестника. Необходимо было выяснить, от чего зависят эти величины, а также рассмотреть детальную структуру течения в самом предвестнике.

© В. И. Бергельсон, Ю. Н. Киселев, В. А. Клунов, И. В. Немчинов, Т. И. Орлова, В. Б. Рождественский, В. М. Хазинс, 1993