Физика горения и взрыва
2
1967 г.

УДК 662.311

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

С. Д. Гришин, И. И. Подтынков
(Калининград)

В работе [1] был исследован механизм обратной связи при нестационарном горении пороха в полузамкнутом объеме. Была предложена передаточная функция системы: давление в полузамкнутом объеме — температура поверхности прогретого слоя. При этом пренебрегалось такими запаздывающими процессами как завершение химических реакций в твердой и газовой фазах, выравнивание давления в полузамкнутом объеме, перенос тепла в газовой фазе зоны горения и т. д. Это было вызвано тем, что соответствующие времена релаксации по порядку величины малы в сравнении с временами релаксации прогретого слоя пороха и релаксации давления в полузамкнутом объеме. Передаточная функция указанной системы имеет вид:

$$y_0(S) = \frac{\Delta T_s}{p} = \frac{y_1(S)}{1 + y_1(S)\, y_2(S)}, \tag{1}$$

где $y_1(S)$ и $y_2(S)$ — соответственно передаточные функции зоны прогретого слоя и полузамкнутого объема. В работе [1] приведены также переходные функции процесса, полученные путем применения обратного преобразования Лапласа к уравнению (1).

Устойчивость процесса горения пороха в полузамкнутом объеме определяется видом передаточной функции. Рассмотрение одного только знаменателя передаточной функции позволяет судить о характере переходного процесса. Значения S, которые обращают знаменатель (1) в нуль, являются полюсами системы, которым соответствуют резонансные частоты.

В силу предположения о безынерционности элементарных процессов, кроме указанных двух, в передаточной функции (1) имеются только два полюса. Наличие в системе других полюсов будет создавать некоторый сдвиг по фазе для этих полюсов и добавит другие соотношения в переходном процессе.

Помимо импульсных возмущений давления в полузамкнутом объеме, представляет интерес рассмотреть вынужденные изменения давления типа ступенчатых либо периодических колебаний. Так, ступенчатое изменение давления может иметь место при внезапном вскрытии дополнительных отверстий в полузамкнутом объеме. Колебания давления можно осуществить периодическим изменением площади выходного отверстия. Как тот, так и другой режим представляет известный интерес при экспериментальном изучении нестационарного горения.

ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

Согласно работе [1], передаточные функции $y_1(S)$ и $y_2(S)$ являются передаточными функциями апериодических звеньев

$$y_1(S)=\frac{K_a}{\tau_a S+1}, \qquad (2)$$

$$y_2(S)=\frac{K_b}{\tau_b S+1},$$

где

$$K_a=\frac{u}{c_1\rho_1}\cdot\frac{f_2\left[\exp\left(\frac{u}{a_2}x_2\right)\right]\times\left(\frac{\partial x_2}{\partial p}\right)_{T_s}}{a_1\frac{\partial f(-x_1)}{\partial T_s}-u-\frac{\partial u}{\partial T_s}(T_s-T_0)-\frac{u}{c_1\rho_1}f_2\left(\frac{\partial x_2}{\partial T_s}\right)_p\exp\left(\frac{u}{a_2}x_2\right)-\frac{x_2}{c_1\rho_1}f_2\frac{\partial u}{\partial T_s}\exp\left(\frac{u}{a_2}x_2\right)}; \qquad (3)$$

$$\tau_a=\frac{x_1}{2}\cdot\frac{1}{a_1\frac{\partial f(-x_1)}{\partial T_s}-u-\frac{\partial u}{\partial T_s}(T_s-T_0)-\frac{u}{c_1\rho_1}f_2\left(\frac{\partial x_2}{\partial T_s}\right)_p\exp\left(\frac{u}{a_2}x_2\right)-\frac{x_2}{c_1\rho_1}f_2\frac{\partial u}{\partial T_s}\exp\left(\frac{u}{a_2}x_2\right)};$$

$$K_b=\frac{VF\rho_1\frac{\partial u}{\partial T_s}}{RTA\sigma}, \qquad \tau_b=\frac{V}{RTA\sigma}.$$

Здесь R — газовая постоянная продуктов сгорания; T — средняя по объему температура газов; A — коэффициент истечения; σ — площадь выходных отверстий; V — свободный объем; F — поверхность горения. Индексы 1 и 2 относятся соответственно к параметрам твердой и газовой фаз зоны горения.

Подставляя выражения (3) в (2) и производя элементарные преобразования, получим

$$y_0(S)=\frac{K_a(\tau_b S+1)}{\tau_a\tau_b S^2+(\tau_a+\tau_b)S+(1+K_aK_b)}=\frac{K_a}{\tau_a\tau_b}\cdot\frac{\tau_b S+1}{S^2+BS+C}, \qquad (4)$$

где

$$B=\frac{\tau_a+\tau_b}{\tau_a\tau_b}; \quad C=\frac{1+K_aK_b}{\tau_a\tau_b}.$$

Найдем корни выражения $S^2+BS+C=0$:

$$S_1=\frac{-B+\sqrt{B^2-4C}}{2}, \quad S_2=\frac{-B-\sqrt{B^2-4C}}{2}. \qquad (5)$$

Произведя необходимые операции, получим

$$(S^2 + BS + C) = \frac{1}{\tau_1 \tau_2} (\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1),$$

где

$$\tau_1 = \frac{2\tau_a \tau_b}{(\tau_a + \tau_b) - \sqrt{(\tau_a + \tau_b)^2 - 4(K_a K_b + 1)\tau_a \tau_b}},$$

$$\tau_2 = \frac{2\tau_a \tau_b}{(\tau_a + \tau_b) + \sqrt{(\tau_a + \tau_b)^2 - 4(K_a K_b + 1)\tau_a \tau_b}}.$$

Из выражения (5) получаем

$$y_0(S) = K \frac{\tau_b S + 1}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)}. \qquad (6)$$

где

$$K = K_a \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_a \tau_b}.$$

Разложив $y_0(S)$ на элементарные дроби, получим

$$y_0(S) = \frac{m_1}{\tau_1 S + 1} + \frac{m_2}{\tau_2 S + 1}, \qquad (7)$$

где

$$m_1 = K \frac{\tau_1 - \tau_b}{\tau_1 - \tau_2}, \quad m_2 = K \frac{\tau_b - \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}.$$

Переходя к оригиналу, получим в случае импульсного возмущения давления

$$\frac{\Delta T_s}{\Delta p} = \frac{m_1}{\tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \frac{m_2}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right).$$

СТУПЕНЧАТОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

Теперь рассмотрим случай, когда возмущение давления в полузамкнутом объеме в плоскости изображений имеет вид ступенчатой функции

$$\Delta p = \frac{C}{S}, \qquad (8)$$

где C — амплитуда изменения давления. Подставляя (8) в выражение (4), имеем

$$y_0'(S) = \frac{\Delta T_s(S)}{C} = \frac{K_a}{\tau_a \tau_b} \cdot \frac{\tau_b S + 1}{(S^2 + BS + C)S}.$$

Раскладывая, как и прежде в (6), знаменатель передаточной функции на множители, имеем

$$y_0'(S) = K \frac{\tau_b S + 1}{S(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)},$$

где $$K = K_a \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_a \tau_b}.$$

Применяя далее разложение $y_0'(S)$ на элементарные дроби, получим:

$$y_0'(S) = K\left(\frac{m_0'}{S} + \frac{m_1'}{\tau_1 S+1} + \frac{m_2'}{\tau_2 S+1}\right), \tag{9}$$

где

$$m_0' = 1; \quad m_1' = \tau_1 \cdot \frac{\tau_b - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2}; \qquad m_2' = \tau_2 \cdot \frac{\tau_2 - \tau_b}{\tau_1 - \tau_2}.$$

Изображение передаточной функции (9) имеет вид

$$\frac{\Delta T_s(t)}{C} = K + \frac{K m_1'}{\tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \frac{K m_2'}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right).$$

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ВХОДНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Пусть теперь возмущение давления меняется по закону

$$\Delta p(t) = D \sin \omega t. \tag{10}$$

Преобразованное по Лапласу выражение (10) приобретает вид

$$\Delta p(S) = D \frac{\omega}{S^2 + \omega^2}. \tag{11}$$

Подставим (11) в (6)

$$y_0''(S) = \frac{\Delta T_s(S)}{D} = K\omega \frac{\tau_b S + 1}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)(S^2 + \omega^2)}.$$

Разложение передаточной функции на элементарные дроби дает

$$y_0''(S) = \frac{m_1''}{\tau_1 S+1} + \frac{m_2''}{\tau_2 S+1} + \frac{m_3 S + m_4}{S^2 + \omega^2}, \tag{12}$$

где

$$m_1'' = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad m_2'' = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad m_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad m_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta}, \quad \text{а}$$

$$\Delta = (\tau_2 - \tau_1)\,[1 + \omega^2(\tau_2^2 - \tau_2\tau_1 + \tau_1^2) + \omega^2(\tau_2 + \tau_1) + \omega^4 \tau_1^2 \tau_2^2];$$

$$\Delta_1 = K\omega(\tau_1^3 + 2\tau_1^2\tau_2 + 2\tau_1\tau_2^2 - \tau_1\tau_b + \omega^2\tau_b\tau_1^2\tau_2^2 - \omega^2\tau_1^3\tau_2^2 - \tau_b\tau_1\tau_2);$$

$$\Delta_2 = K\omega(\tau_2^3 - \tau_b\tau_2^2 + \omega^2\tau_1^2\tau_2^3 - \omega^2\tau_b\tau_1^2\tau_2^2);$$

$$\Delta_3 = K\omega(\tau_1 - \tau_2)(\tau_1 + \tau_2 + \omega^2\tau_b\tau_1\tau_2 + \tau_b);$$

$$\Delta_4 = K\omega(\tau_2 - \tau_1 - \omega^2\tau_b\tau_1^2 - \omega^2\tau_b\tau_1\tau_2 + \omega^2\tau_b\tau_2^2 + \omega^2\tau_1^2\tau_2 - \omega^2\tau_1\tau_2^2).$$

Соответствующий переходный процесс описывается выражением

$$\frac{\Delta T_s(t)}{D} = \frac{m_1''}{\tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \frac{m_2''}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) + m_3 \cos\omega t + \frac{m_4}{\omega} \sin\omega t.$$

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ

Устойчивость процесса горения пороха при различных режимах изменения давления в полузамкнутом объеме определяется значениями полюсов передаточной функции, т. е. знаменателями соответствующих слагаемых. Согласно известной теореме теории автоматического регулирования, для того чтобы линейная система была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы все полюсы ее передаточной функции имели отрицательные действительные части. При импульсном возмущении давления передаточная функция (7) имеет два полюса, отвечающие уравнениям

$$S_1 = -\frac{1}{\tau_1}; \qquad S_2 = -\frac{1}{\tau_2}.$$

При положительных значениях τ_1 и τ_2 система устойчива, т. е. должно выполняться неравенство

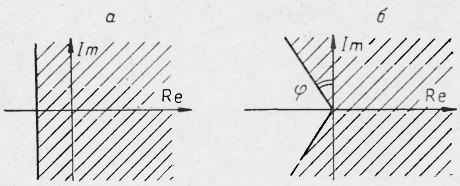
$$4\,(K_a K_b + 1)\,\tau_a \tau_b > 0.$$

Поскольку величина τ_b всегда положительна, необходимо, чтобы τ_a и $(K_a K_b + 1)$ имели одинаковые знаки: 1) $\tau_a > 0$, тогда должно быть $K_a K_b + 1 > 0$, т. е. $K_a > -\frac{1}{K_b}$; 2) $\tau_a < 0$, $K_a < -\frac{1}{K_b}$.

Анализ устойчивости горения, приведенный выше, общепринят в теории горения и удобен при небольшом числе динамических звеньев и при отсутствии различного типа входных возмущений. В сложных случаях, по-видимому, целесообразно пользоваться графическими представлениями корней знаменателя передаточной функции. Так, наличие пары мнимых полюсов (случай периодического изменения давления в полузамкнутом объеме) соответствует реакции в виде незатухающей синусоиды. Действительным корням соответствуют неколебательные реакции. Для устойчивости системы при различных возмущениях входной функции необходимо, чтобы полюса передаточной функции не были расположены в правой полуплоскости. Однако это условие не всегда обеспечивает удовлетворительный переходный процесс, так как слишком близкое расположение некоторых полюсов к мнимой оси приводит к длительному переходному процессу или к его слабому затуханию. Сопоставление конкретных требований к поведению пороха в различных эксплуатационных условиях и анализ переходного процесса в этих условиях позволит выявить, например, необходимую марку пороха. Поэтому практически для обеспечения устойчивости нужно ввести более узкую часть комплексной плоскости, чем вся правая полуплоскость. Здесь имеются два пути:

1) для исключения слишком медленных переходных процессов производится ограничение комплексной плоскости прямой, параллельной мнимой оси. Это приводит к введению понятия абсолютной устойчивости;

2) для обеспечения быстрого затухания переходного процесса исключается не только вся правая полуплоскость, но и области, расположенные между мнимой осью и двумя прямыми, проходящими через нача-



Области абсолютной (*а*) и относительной (*б*) устойчивости горения в комплексной плоскости.
Незаштрихована область устойчивости.

ло координат. Коэффициент затухания равен синусу угла φ, который носит название запаса устойчивости. В частности, если $\varphi=45°$, то колебания не возникают (см. рисунок).

Наличие полюсов передаточной функции свидетельствует о возможности возникновения в полузамкнутом объеме неустойчивого горения. Однако, как свидетельствуют приведенные соображения об абсолютной и относительной устойчивости, решающую роль для пороха с конкретными теплофизическими и физико-химическими характеристиками играют значения коэффициентов m_i в выражениях (7), (8) и (12). Каждая из этих величин входит в числитель преобразования Лапласа, т. е. определяет нули ее передаточной функции.

Таким образом, значения полюсов и нулей передаточной функции системы полностью определяют переходный процесс, а полюсы позволяют судить лишь об устойчивости.

Поступила в редакцию
22/VIII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Гришин, И. И. Подтынков. ФГВ, 1967, 1.