

УДК 532.526

ТРЕХВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

С. А. Гапонов, Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mails: gaponov@itam.nsc.ru, terekh@itam.nsc.ru

В рамках слабонелинейной теории устойчивости рассмотрено взаимодействие возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на пористой поверхности. Установлено, что в резонансных трехволновых системах акустические и вихревые волны взаимодействуют в режиме слабого перераспределения, что приводит к слабому затуханию акустической компоненты и незначительному усилению вихревых компонент. Показано, что трехмерные вихревые волны взаимодействуют более интенсивно, чем двумерные. Причиной ослабления нелинейности является наличие на поверхности пористого покрытия, которое при больших числах Маха поглощает акустические возмущения и усиливает вихревые. Установлено, что исчезновение волны накачки, которой на твердой поверхности соответствует плоская акустическая волна, способствует увеличению протяженности областей линейного роста возмущений и ламинарного режима течения, при этом может происходить заполнение низкочастотного спектра вихревых мод за счет нелинейных процессов, происходящих в вихревых триплетах.

Ключевые слова: гиперзвуковой пограничный слой, трехволновые резонансные системы, акустические и вихревые возмущения.

Введение. Как известно, использование различного рода волнистых и пористых поверхностей, щелевого отсоса, нагреваемых и охлаждаемых стенок оказывает существенное влияние на характер развития возмущений в пограничных слоях, что, с одной стороны, может приводить к подавлению различных возмущений и увеличению протяженности ламинарных участков течения, с другой — вызывать интенсификацию обменных процессов и турбулизацию пограничного слоя (см. [1, 2]). Поэтому для решения практических задач управления пограничным слоем представляется целесообразным исследование указанных факторов.

Следует отметить эксперименты [3], проведенные в гиперзвуковой аэродинамической трубе Т-326 Института теоретической и прикладной механики, в которых исследованы состав и динамика возмущений вдоль пограничного слоя на твердой непроницаемой и пористой поверхностях при гиперзвуковых числах Маха. При изучении линейной и нелинейной стадий развития возмущений выявлено влияние наличия пористого покрытия на их динамику. При больших числах Маха в таких пограничных слоях помимо собственных колебаний — бегущих вихревых волн Толлмина — Шлихтинга (возмущений первой моды) — появляются пространственно растущие возмущения, обусловленные возбуждением

акустических колебаний, среди которых на исследованных режимах наиболее интенсивно нарастающей является вторая мода (см. [4]).

В [3] показано, что в пограничном слое на твердой непроницаемой поверхности за линейной стадией развития возмущений следует стадия нелинейного взаимодействия в трехволновых системах. При этом имеется несколько триплетов. Первый из них связывает плоскую волну второй моды с частотным параметром F_{II} и пару косых волн первой моды на субгармонической половинной частоте (частотный параметр $F_{II/2}$). Вторым триплетом связывает акустическую волну с параметром F_{II} и две вихревые волны — наиболее интенсивно нарастающую компоненту с частотным параметром F_I и вихревую компоненту с параметром $F_{II} - F_I$ (индексы I и II соответствуют первой и второй модам). Нелинейные процессы приводят к достаточно быстрому установлению переходного режима с последующим переходом к турбулентности.

Иная картина зафиксирована в опытах на пористой поверхности. Установлено, что наличие пористого покрытия приводит к затягиванию линейной стадии развития возмущений. Выявленная нелинейность является достаточно слабой, среди взаимодействующих частот отсутствуют доминирующие частоты, которые определяют интенсивность и направленность процесса. Теоретический анализ может способствовать установлению причин различной эволюции возмущений. В работе [5] такой анализ в рамках слабонелинейной теории устойчивости проведен для твердой непроницаемой поверхности. Установлено, что в гиперзвуковом пограничном слое на такой поверхности нелинейное взаимодействие происходит между акустическими и вихревыми волнами в режиме параметрического резонанса. Волной накачки является плоская акустическая волна второй моды, которая в линейной области нарастает значительно интенсивнее по сравнению с вихревой волной. В тот момент, когда интенсивность волны накачки достигает некоторого порогового значения, начинаются нелинейные взаимодействия этой волны с субгармоническими вихревыми компонентами, что может привести к пакетному нарастанию волн Толлмина — Шлихтинга. Такое взаимодействие происходит более интенсивно, если вихревые волны являются трехмерными.

В данной работе проведено численное моделирование линейной и нелинейной стадий эволюции возмущений на пористой поверхности. Рассмотрены слабонелинейные взаимодействия двух типов: между акустическими и вихревыми модами (см. [5]) и между вихревыми модами с заполнением субгармонического низкочастотного спектра, которое фиксируется в экспериментах [3] биспектральными методами. В расчетах параметры [3] являлись исходными: рассматривался пограничный слой на конусе с полууглом раствора, приближенно равным 7° , при скорости свободного потока, соответствующей значению $M = 5,95$, единичном числе Рейнольдса $Re_1 = 12,5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ и значениях продольного числа Рейнольдса, соответствующих экспериментальным.

Основные соотношения и методы решения. Основные положения нелинейной модели взаимодействия возмущений в трехволновых резонансных системах в пограничных слоях сжимаемого газа подробно изложены в [6]. Ниже приводятся лишь необходимые сведения. Обозначим через ε масштаб пульсационного поля ($\varepsilon \ll 1$). Рассматриваются возмущенные поля скоростей \bar{u} , плотности $\bar{\rho}$, давления \bar{p} и температуры \bar{T} сжимаемого газа:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= |U(Y) + \varepsilon u', \varepsilon v', \varepsilon w'|, & \bar{\rho} &= \rho(Y) + \varepsilon \zeta', & \bar{p} &= P(Y) + \varepsilon p', \\ \bar{T} &= T(Y) + \varepsilon \Theta', & p'/P &= \zeta'/\rho + \Theta'/T \end{aligned}$$

в безразмерной декартовой системе координат (X, Y, Z) : $X = x/\delta$, $Y = y/\delta$, $Z = z/\delta$ ($\delta = \sqrt{\nu_e x/U_e}$ — характерный масштаб; индекс e соответствует параметрам на внешней границе пограничного слоя; величины со штрихами и без штрихов — пульсационные и

средние величины соответственно). Решение строится с помощью разложения по малому параметру ε и двухмасштабного разложения продольной координаты. Помимо “быстрого” масштаба X вводится “медленный” масштаб $\xi = \varepsilon X$, что обусловлено существенным различием скоростей изменения фазы и амплитуды возмущений.

Решения для волн будем искать в виде

$$\bar{Z}'_j = A_j(\xi)\bar{Z}_j^0(Y) \exp(i\theta_j) + \text{к.с.} + \varepsilon(\bar{Z}'_j)^1 + \dots, \quad j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $\bar{Z} = |u, v, w, p, \Theta|$ — собственные амплитудные функции продольной, нормальной и трансверсальной компонент волновых скоростей, возмущения давления и температуры; A — медленно меняющаяся амплитуда; к.с. — комплексно-сопряженные величины; $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$; $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$; $\alpha^i < 0$ — инкремент; частота $\omega = 2\pi f$ — вещественная величина; волновые числа α , β и частота связаны дисперсионным соотношением $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$ линейной теории.

Из полной системы уравнений движения и законов сохранения для сжимаемого газа [4] в рамках слабонелинейной теории для вектор-функции \bar{Z} получаем следующую исходную рекуррентную систему [6]:

$$\varepsilon \left[\sum_{j=1}^n \exp(i\theta_j) \left(L(\bar{Z}_j^0) + \frac{\partial L(\bar{Z}_j^0)}{\partial \alpha_j} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial L(\bar{Z}_j^0)}{\partial \omega_j} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_j + \right. \\ \left. + \varepsilon \sum_{k,l}^n \exp(i(\theta_k + \theta_l)) [L(\bar{Z}_{k+l}^1) + A_k A_l \bar{Q}_{k,l}^j(\bar{Z}_j^0 \bar{Z}_{lX}^0, \dots)] \right] = 0. \quad (2)$$

Выражения для линейного оператора L имеют вид

$$\begin{aligned} [\rho(Gu + U_Y v) + i\alpha p / (\gamma M^2) - (\mu / \text{Re})u_{YY}] \exp(i\theta) &= 0, \\ [\rho Gw + i\beta p / (\gamma M^2) - (\mu / \text{Re})w_{YY}] \exp(i\theta) &= 0, \quad [\rho Gv + p_Y / (\gamma M^2)] \exp(i\theta) = 0, \\ [G\zeta + \rho_Y v + \rho(i\alpha u + v_Y + i\beta w)] \exp(i\theta) &= 0, \quad (3) \\ [\rho(G\Theta + T_Y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_Y + i\beta w) - \mu\gamma / (\sigma \text{Re})\Theta_{YY}] \exp(i\theta) &= 0, \\ \zeta &= \rho(p/P - \Theta/T), \quad G = i(-\omega + \alpha U). \end{aligned}$$

В (2), (3) M — число Маха на внешней границе пограничного слоя; $\gamma = c_P/c_V$ — показатель адиабаты; $\sigma = c_P \mu_e / k$ — число Прандтля; k — теплопроводность; \bar{Q} — сумма нелинейных членов исходных уравнений.

Краевые условия для возмущений имеют вид $\{u, w, \Theta\} = 0$, $v = v(p)$ при $Y = 0$, $\{u, v, w, \Theta\} = 0$ при $Y = \infty$. При гиперзвуковом числе Маха $M > 5$ толщина ламинарного пограничного слоя определяется значением $Y \approx 17$, а интегрирование проводится в интервале $0 \leq Y \leq Y_k$, $Y_k = 25$. Все величины обезразмерены параметрами на внешней границе пограничного слоя; выбрана следующая нормировка собственных функций: $|v|_{Y_k} = 1$.

В случае возмущений первого порядка по ε на основе однородной системы восьмого порядка (3) (так называемой системы Дана — Линя) можно найти собственные значения α при заданных β , ω и числах Рейнольдса $\text{Re} = x/\delta$ ($\text{Re} = \sqrt{R_X}$), а также определить собственные амплитудные функции линейных волн (1) при неопределенном амплитудном параметре A .

С помощью стандартного преобразования Сквайра [4] $\alpha u + \beta w = \bar{\alpha} \bar{u}$, $\alpha v = \bar{\alpha} \bar{v}$, $\alpha p = \bar{\alpha} \bar{p}$, $\alpha \zeta = \bar{\alpha} \bar{\zeta}$, $\alpha^2 + \beta^2 = \bar{\alpha}^2$, $\alpha \text{Re} = \bar{\alpha} R$, $\alpha M = \bar{\alpha} \bar{M}$, $\alpha \bar{\omega} = \bar{\alpha} \bar{\omega}$ система (3) сводится к эквивалентной задаче для двумерных возмущений — системе шестого порядка Лиза — Линя:

$$\rho(G\bar{u} + U_Y \bar{v}) + i\bar{\alpha} \bar{p} / (\gamma \bar{M}^2) - (\mu/R)\bar{u}_{YY} = 0, \quad \rho G\bar{v} + \bar{p}_Y / (\gamma \bar{M}^2) = 0,$$

$$\begin{aligned}
 G\bar{\zeta} + \rho_Y \bar{v} + \rho(i\bar{\alpha}\bar{u} + \bar{v}_Y) &= 0, \\
 \rho(G\Theta + T_Y \bar{v}) + (\gamma - 1)(i\bar{\alpha}\bar{u} + \bar{v}_Y) - \mu\gamma/(\sigma R)\Theta_{YY} &= 0, \\
 \bar{\zeta} = \rho(\bar{p}/P - \Theta/T), \quad G = i(-\bar{\omega} + \bar{\alpha}U).
 \end{aligned}$$

Зададим краевые условия для этой системы: условия затухания возмущений на бесконечности $\{\bar{u}, \bar{v}, \Theta\} = 0$ при больших значениях продольной координаты ($Y \gg 0$), а также условие отсутствия проскальзывания вдоль поверхности $\{\bar{u}, \Theta\} = 0$ (пластина проницаема только в направлении нормали) и условие, полученное из уравнения движения и закона проницаемости: $\bar{v}(0) = K\bar{p}(0)$ [7–9], на стенке ($Y = 0$).

Для определения коэффициента K предложен ряд моделей. Две из них представлены в [7]. В данной работе используется модель [8, 9], применяемая при моделировании сжимаемых газов. Рассматривается перфорированная пластина с диаметром пор \bar{r}_1 и малыми (по сравнению с толщиной пограничного слоя) расстояниями между ними. Поры имеют цилиндрическую форму и ориентированы в направлении нормали к поверхности пластины. Протяженность пор достаточно велика, поэтому можно принять, что распределение давления в них не зависит от радиального направления.

В случае сжимаемого газа для определения K использовались законы распространения в длинных узких каналах звуковых волн, которые характеризуются постоянной распространения λ и характеристическим импедансом Z_0 . В [10] получены значения λ и Z_0 , выраженные через акустические параметры — импеданс элемента трубы Z и коэффициент W , характеризующий запас энергии сжатия и потери за счет теплоотдачи к стенкам. Эти акустические параметры характеризуют соотношение между средней по сечению трубы (поры) объемной скоростью и давлением. Согласно [8] выражения для Z и W можно представить в безразмерном виде

$$Z = i\bar{\alpha}c \frac{I_0(\sqrt{i\bar{\alpha}cR} r_1)}{I_2(\sqrt{i\bar{\alpha}cR} r_1)}, \quad W = -i\bar{\alpha}c M^2 \left(\gamma + (\gamma - 1) \frac{I_2(\sqrt{i\bar{\alpha}cR\sigma} r_1)}{I_0(\sqrt{i\bar{\alpha}cR\sigma} r_1)} \right)$$

(I_0, I_2 — функции Бесселя нулевого и второго порядков; r_1 — отношение радиуса поры к толщине пограничного слоя). Тогда $\lambda = \sqrt{ZW}$, $Z_0 = Z/\lambda$. Пусть на одном конце поры задано соотношение $\bar{p}(-H) = X_1 v_1(-H)$. Тогда

$$\frac{v_1(0)}{\bar{p}(0)} = \frac{Z_0 - X_1 \operatorname{th}(\lambda H)}{Z_0(Z_0 \operatorname{th}(\lambda H) - X_1)}.$$

Если доля поверхности, занятой порами (пористость), составляет n , то скорость потока вблизи поверхности $\bar{v}(0) = n v_1(0)$ и, следовательно,

$$K = \frac{\bar{v}(0)}{\bar{p}(0)} = \frac{n(Z_0 - X_1 \operatorname{th}(\lambda H))}{Z_0(Z_0 \operatorname{th}(\lambda H) - X_1)}.$$

Значение X_1 имеет смысл определять, если рассматривается пористость на поверхности, примыкающей к большому объему, в котором отсутствует осредненное движение газа (например, к камере слабого отсасывания). В случае наличия пористой поверхности на непроницаемой стенке (см. [3]) $X_1 = \infty$, поэтому $K = n \operatorname{th}(\lambda H)/Z_0$.

Решив данную краевую задачу на собственное значение, найдя α при заданных Re , ω , β и построив в соответствии с [3] собственные амплитудные функции волн, законы развития возмущений в линейной области можно считать известными. Согласно слабо-нелинейной теории при указанных искомым параметрах нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны A .

В основе резонансной модели лежит процесс попарного взаимодействия волн в поле третьей волны в условиях синхронизации их фаз: $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. В случае возмущений

второго порядка по ε из неоднородных уравнений (2) можно найти возмущения более высокого порядка \bar{Z}^1 , а также (используя условия разрешимости) построить амплитудные уравнения для резонансных триад, аналогичные системе, полученной в [6]. Для простой трехволновой системы j -, k -, l -волн (как правило, $j \neq k \neq l$) эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dA_j}{d\xi} &= -\alpha_j^i A_j + S_{k,l}^j A_k A_l \exp(i\Delta), \\ \frac{dA_k}{d\xi} &= -\alpha_k^i A_k + S_{j,l}^k A_j A_l^* \exp(i\Delta), \quad \frac{dA_l}{d\xi} = -\alpha_l^i A_l + S_{j,k}^l A_j A_k^* \exp(i\Delta), \quad (4) \\ S_{k,l}^j &= \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \bar{Q}_{k,l}^j dY / \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \frac{\partial L(\bar{Z}_j^0)}{\partial \alpha_j} dY, \quad \Delta = \int (\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)^r dX, \end{aligned}$$

где Δ — коэффициент фазовой синхронизации, учитывающий возможность расстройки по волновым числам в триплетах; \bar{Z}^{0+} — решения сопряженной к (3) системы уравнений.

В данной работе для каждой волновой моды безразмерный частотный параметр F , связанный с частотой зависимостью $\omega = \text{Re } F$, а также приведенное безразмерное волновое число $b = 10^3 \beta / \text{Re}$ являются постоянными. Рассматриваются как плоские (двумерные) волны с $b = 0$, так и косые (трехмерные) волны с $b \neq 0$, имеющие на данной частоте максимальный инкремент.

В (4) начальные значения амплитуд A_j бегущих волн задавались через начальные интенсивности I волновых компонент. Связь между амплитудами колебаний и интенсивностью выражается через расчетное значение пульсаций массовой скорости m : $I_j(\xi_0) = A_j(\xi_0) m_j(Y_m) \exp(-\alpha_j^i \xi_0)$.

Принимается, что значение пульсации массовой скорости $m = \rho u + \zeta U$ для преобладающей волновой компоненты (такая компонента определяется из амплитудно-частотного спектра возмущений) максимально. Численно рассчитывается значение средней массовой скорости $\rho U(Y_m)$ и полагается, что начальные интенсивности I_j выражаются в долях ρU . Начальные значения амплитуд волн варьируются в широком диапазоне.

Результаты и обсуждение. Эксперименты [3] выполнены в пограничном слое на конусе при числе Маха свободного потока $M = 5,95$. За косым скачком уплотнения это значение уменьшается, и на внешней границе пограничного слоя $5,30 \leq M \leq 5,35$. Измерения проводились в диапазоне $3,5 \cdot 10^7 \leq R_X \leq 5,3 \cdot 10^7$. В опытах температура торможения была постоянной и составляла 390 К, $\gamma = 1,4$, число Прандтля $\sigma = 0,72$. При тех же параметрах проведены расчеты.

Рассмотрено два варианта задачи — развитие возмущений на пластине и на конусе. Как известно, при различных значениях продольной координаты толщины пограничных слоев на пластине и конусе одинаковы, причем $x^{pl} = x^k/3$. Поэтому в системе (4) для пластины $\partial/\partial\xi = (1/2)\partial/\partial\text{Re}$, а для конуса $\partial/\partial\xi = (1/6)\partial/\partial\text{Re}$. Наличие указанных коэффициентов в правых частях (4) оказывает влияние на характер нелинейного роста амплитуд в рассматриваемых случаях. Система (4) решалась при $1080 \leq \text{Re} \leq 1400$, что несколько больше диапазона измерений [3].

Рассмотрим линейные собственные значения возмущений первой и второй мод на пористой поверхности. На рис. 1 приведены инкременты α^i двумерных волн ($b = 0$), рассчитанные по формулам (3) при $M = 5,35$ и $\text{Re} = 1080$, в зависимости от частотного параметра F (сплошные линии), а также линейные инкременты возмущений на непроницаемой твердой поверхности [5] (штриховая линия). Безразмерный радиус пор соответствует радиусам пор в [3]. Область значений частотного параметра $1,1 \leq 10^4 F \leq 1,6$ соответствует акустическим возмущениям второй моды, область значений $10^4 F \approx 0,5 \div 0,7$ — вихре-

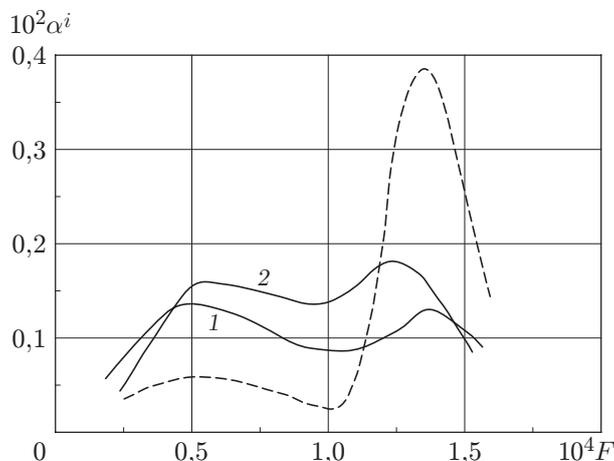


Рис. 1. Инкременты α^i двумерных линейных волн ($b = 0$) для различных частот при $Re = 1080$, $M = 5,35$:

сплошные линии — пористая поверхность (1 — $n = 0,5$; 2 — $n = 0,75$); штриховая линия — непроницаемая твердая поверхность [5]

вым возмущениям первой моды. Из рис. 1 следует, что на непроницаемой поверхности инкременты второй моды значительно превышают инкременты волн Толлмина — Шлихтинга, поэтому развитие возмущений при таких числах Маха и Рейнольдса полностью определяется акустическими волнами.

В случае пористой поверхности инкременты акустических волн второй моды уменьшаются, а инкременты вихревых волн первой моды увеличиваются более чем в два раза. Это приводит к тому, что наиболее интенсивно нарастающими становятся именно вихревые возмущения. Подобные зависимости характерны для сверхзвуковых режимов при умеренных числах Маха. Кривая 1 на рис. 1 согласуется с результатами [7], эти данные были использованы при основных расчетах.

Для вихревых волн первой моды, как и для непроницаемой поверхности [5], с увеличением Re положение максимума $\alpha^i_{\max}(F)$ не меняется и соответствует значению $F_1 \approx 0,59 \cdot 10^{-4}$. В случае акустических волн второй моды на пористой стенке (в отличие от непроницаемой стенки) имеет место изменение частотного параметра F , которое увеличивается вниз по потоку. Само максимальное значение α^i вниз по потоку меняется незначительно (в пределах 5–10 %): для вихревых компонент оно уменьшается, а для акустических увеличивается.

Ряд характеристик остаются одинаковыми как для непроницаемой, так и для пористой поверхности, в частности значения фазовых скоростей возмущений ($c_I \approx 0,88$, $c_{II} \approx 0,92$) и положение максимума пульсаций массовой скорости m (максимум второй моды расположен ближе к внешней границе пограничного слоя ($Y \approx 16$) по сравнению с максимумом первой моды ($Y \approx 12$)). Сохраняется влияние типа волны на коэффициенты продольного усиления. На рис. 2 представлена зависимость инкрементов α^i двумерных и трехмерных волн первой и второй мод от волнового параметра b при $M = 5,35$, $Re = 1080$, $n = 0,5$. Видно, что для первой моды инкременты трехмерных компонент превышают инкременты двумерных компонент, максимум α^i имеет место при $b = 0,14$. Это значение соответствует углу наклона волнового вектора к направлению основного потока, приблизительно равному 45° , что согласуется с данными измерений наиболее опасных углов. Среди волн второй моды наиболее неустойчивы плоские двумерные волны с $b = 0$. Эти результаты справедливы для всех частот и чисел Рейнольдса.

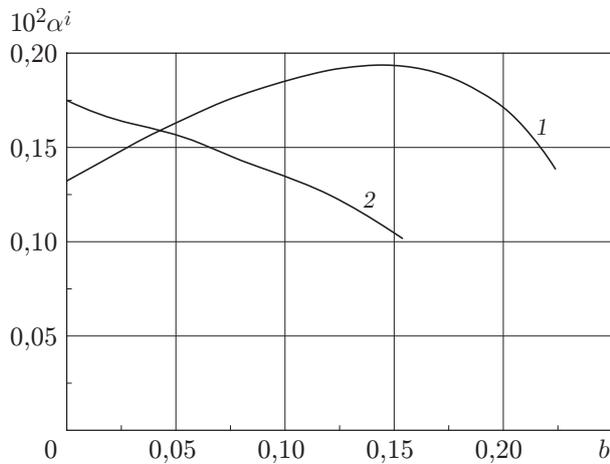


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость линейных инкрементов α^i бегущих волн Толлмина — Шлихтинга с $F = 0,59 \cdot 10^{-4}$ (1) и волн второй моды с $F = 10^{-4}$ (2) от волнового параметра b при $Re = 1080$, $M = 5,35$, $n = 0,5$

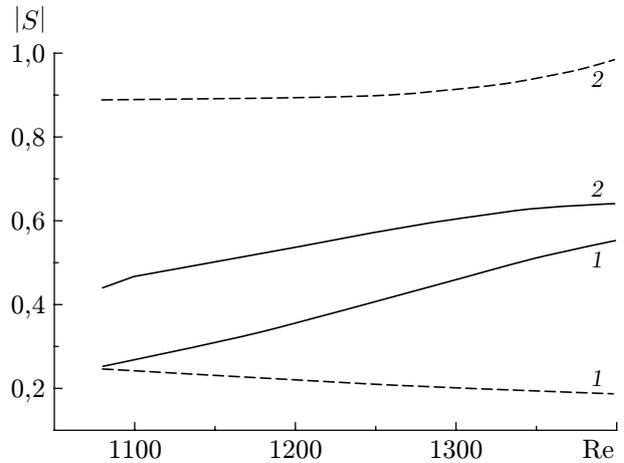


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость модуля коэффициента нелинейной связи от числа Рейнольдса ($M = 5,35$, $n = 0,5$) для возмущений второй моды с $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ (сплошные линии) и вихревых возмущений с $F_{II/2} = 0,6 \cdot 10^{-4}$ (штриховые линии) в разных триплетах, образованных двумерными акустическими волнами, взаимодействующими с вихревыми волнами:

1 — двумерная волна ($b = 0$); 2 — трехмерная волна ($b = \pm 0,14$)

Результаты сравнения, проведенного в [7], показывают, что для пограничного слоя на конусе расчетные значения коэффициента усиления для второй моды достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Различия фиксируются при больших числах Рейнольдса в конце интервала наблюдений, где экспериментальные значения существенно меньше расчетных.

На рис. 3 представлена зависимость $|S|(Re)$ для первого из рассмотренных триплетов, связывающего двумерную волну второй моды (будем называть ее гармоникой с частотным параметром $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$) и вихревые волны первой моды (субгармоники с $F_{II/2} = 0,6 \cdot 10^{-4}$), при указанных выше значениях чисел Маха, Рейнольдса и пористости. В этом триплете на частоте субгармоники рассмотрены как двумерные вихревые волны с $b = 0$ (кривые 1), так и трехмерные вихревые волны с $b = \pm 0,14$ (кривые 2). Сплошным кривым на рис. 3 соответствуют коэффициенты $|S_{2,3}^1|$ для акустической гармоники на F_{II} , а штриховым — коэффициенты $|S_{1,3}^2| = |S_{1,2}^3|$ для вихревых субгармоник.

Ясно, что в подобных триплетах нелинейное взаимодействие является более интенсивным, если на частоте субгармоники имеют место трехмерные волны, для которых коэффициенты нелинейных связей на порядок больше соответствующих коэффициентов для двумерных волн.

Установлено также, что значения инкрементов и коэффициентов нелинейной связи для триплетов второго типа, связывающих гармонику второй моды с F_{II} и волны первой моды (компоненту с максимальным инкрементом F_I и компоненту с разностной частотой F_{II-I}), и рассмотренного выше субгармонического триплета различаются незначительно, поэтому следует ожидать, что при одной и той же начальной интенсивности динамика этих вихревых компонент вдоль пограничного слоя будет подобной.

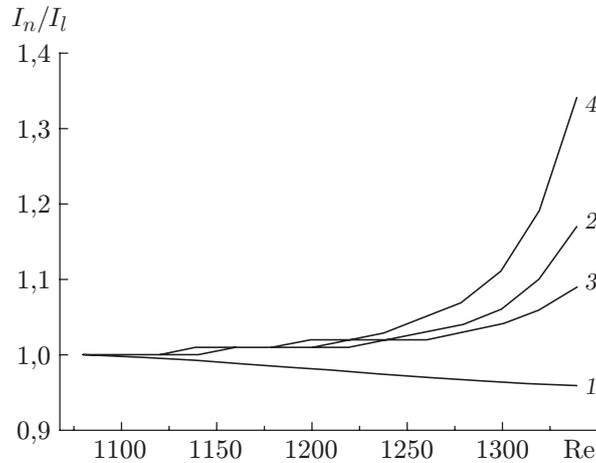


Рис. 4. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей взаимодействующих волн I_n/I_l от числа Рейнольдса Re для первого (1, 2) и второго (1, 3, 4) триплетов при $M = 5,35$, $n = 0,5$:

1 — двумерная акустическая волна ($F_{II} = 1,1 \cdot 10^{-4}$); 2 — трехмерная вихревая волна ($F_{II/2} = 0,55 \cdot 10^{-4}$, $b = \pm 0,14$); 3, 4 — трехмерные вихревые волны (3 — $F_I = 0,59 \cdot 10^{-4}$, $b = 0,14$; 4 — $F_{I-I} = 0,51 \cdot 10^{-4}$, $b = -0,14$)

Рассмотрены также нелинейные взаимодействия, описываемые системой (4). Расчеты выполнены для значений частотного параметра $F_{II} = 1,35 \cdot 10^{-4}$; $1,20 \cdot 10^{-4}$; $1,10 \cdot 10^{-4}$. Поскольку $F_I = 0,59 \cdot 10^{-4}$, нетрудно определить частотные параметры $F_{II/2}$ и F_{II-I} в этих триплетах.

Установлено, что нелинейное взаимодействие волн второй и первой мод на пористой поверхности значительно отличается от взаимодействия таких же волн на непроницаемой твердой поверхности: оно очень слабое. Показано, что для начала нелинейного процесса необходима интенсивность волн, составляющая более 1 % средней массовой скорости ρU (в случае гиперзвуковых скоростей это очень большие значения). Ниже указанных пороговых значений развитие волн происходит по линейным законам, наблюдаемая нелинейность приводит к изменению амплитуды волны менее чем на 1 %.

Заметим также, что энергия всегда передается в субгармоническую область независимо от начальных значений амплитуд и соотношения между ними на различных частотах. В случае пограничного слоя на пластине даже при больших начальных значениях интенсивностей волн (приблизительно 1 % среднего значения ρU) нелинейность практически отсутствует. Поэтому далее приведены данные только для пограничного слоя на конусе.

Естественно, что в первую очередь нелинейность начинает проявляться, если на частоте субгармоник имеют место трехмерные вихревые волны, для плоских волн увеличение амплитуды на порядок меньше (см. рис. 3).

На рис. 4 приведена зависимость отношения нелинейных (I_n) и линейных (I_l) интенсивностей от числа Рейнольдса для двух триплетов, составленных из гармоник — акустической волны второй моды с $F_{II} = 1,1 \cdot 10^{-4}$ (кривая 1) и трехмерных вихревых волн с $F_{II/2} = 0,55 \cdot 10^{-4}$ (кривая 2) и $F_I = 0,59 \cdot 10^{-4}$, $F_{II-I} = 0,51 \cdot 10^{-4}$ (кривые 3, 4). Нелинейное взаимодействие на большей части рассмотренного диапазона значений Re является слабым и усиливается лишь в конце интервала, где, как указано выше, расчетные значения инкрементов α^i недостоверны.

В данном случае наиболее существенно увеличилась разностная мода второго триплета, но это происходит не всегда: на разных частотах наблюдается разное локальное уве-

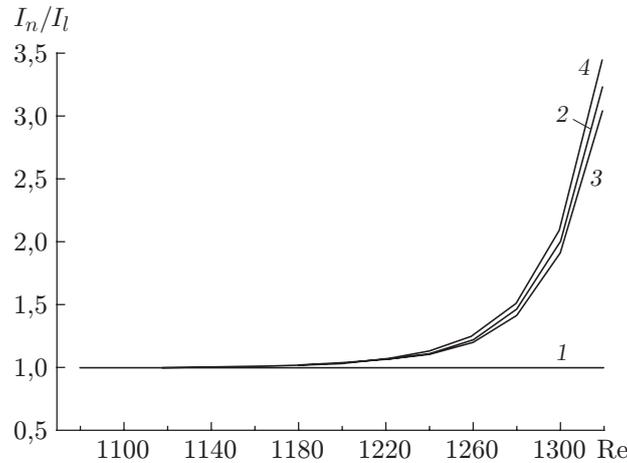


Рис. 5. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей взаимодействующих волн I_n/I_l от числа Рейнольдса Re для первого (1, 2) и второго (1, 3, 4) триплетов при $M = 5,35$, $n = 0,5$:

1 — двумерная акустическая волна ($F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$); 2 — трехмерная вихревая волна ($F_{II/2} = 0,6 \cdot 10^{-4}$, $b = \pm 0,14$); 3, 4 — трехмерные вихревые волны (3 — $F_I = 0,59 \cdot 10^{-4}$, $b = 0,14$; 4 — $F_{II-I} = 0,61 \cdot 10^{-4}$, $b = -0,14$)

личение той или иной вихревой компоненты, что может привести к появлению небольших отдельных пиков. В результате такого перераспределения энергии интенсивность акустической компоненты становится несколько меньше линейной интенсивности. Для сравнения отметим, что в подобных триплетях на непроницаемой твердой поверхности даже при значительно меньших начальных интенсивностях взаимодействующих волн имеет место взрывной характер нелинейного нарастания вихревых компонент уже при $Re \approx 1200$ [5].

На рис. 5 показаны аналогичные зависимости для триплетов с частотным параметром акустической моды $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ при значениях параметров вихревых компонент $F_{II/2} = 0,6 \cdot 10^{-4}$; $F_I = 0,59 \cdot 10^{-4}$; $F_{II-I} = 0,61 \cdot 10^{-4}$. Из рис. 5 следует, что и на этих частотах интенсивности субгармонических компонент слабо меняются на большей части рассматриваемого диапазона значений Re , возрастая в его конце по указанным выше причинам. Поскольку субгармонические частоты очень близки, интенсивности вихревых компонент практически совпадают.

В тех случаях, когда имеют место триплеты различного вида, возникает необходимость проведения их сравнительной оценки. Для этого следует ввести понятие эффективной амплитуды или эффективной интенсивности и сравнить величину $I_{eff} = \sqrt{(I_{F_I}^2 + I_{F_{II-I}}^2)/2}$ или $I_{eff} = (I_{F_I} + I_{F_{II-I}})/2$ с интенсивностью возмущения на половинной частоте $F_{II/2}$. В результате расчетов установлено, что в рассмотренных условиях значение I_{eff} превышает значение $I_{F_{II/2}}$ на несколько процентов. Это позволяет подтвердить предварительный вывод (сделанный при рассмотрении коэффициентов нелинейной связи) о том, что эффективность рассмотренных триплетов практически одинакова.

На рис. 6 показано взаимодействие трехмерной вихревой волны первой моды с F_I , которая в данном триплете является гармоникой, с ее двумерной и трехмерной субгармониками с $F_{I/2}$, амплитуды которых на порядок меньше амплитуды гармоники. Установлено, что в таком триплете следует ожидать нелинейного нарастания только двумерной вихревой субгармонической компоненты (кривая 2). Гармоника и трехмерная вихревая субгармоническая компоненты растут по линейному закону (кривые 1, 3).

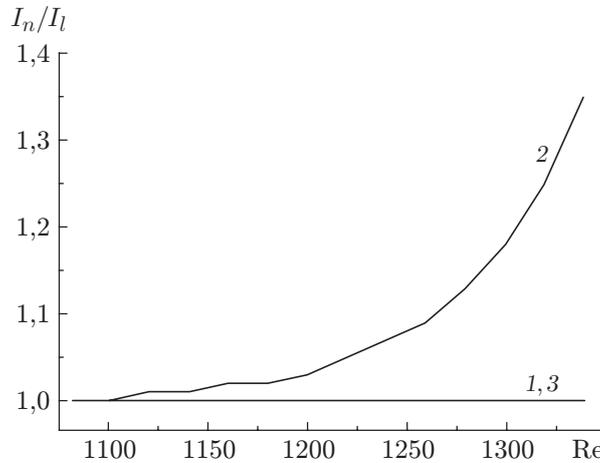


Рис. 6. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей взаимодействующих вихревых волн I_n/I_l от числа Рейнольдса Re при $M = 5,35$, $n = 0,5$:

1 — трехмерная вихревая волна ($F_1 = 0,59 \cdot 10^{-4}$, $b = 0,14$); 2, 3 — субгармонические вихревые волны с $F_{1/2} = 0,295 \cdot 10^{-4}$ (2 — двумерная компонента ($b = 0$); 3 — трехмерная компонента ($b = 0,14$))

Кроме того, рассмотрено взаимодействие волн в триплетах с двумерными и трехмерными вихревыми составляющими в различных комбинациях. Установлено, что нелинейное взаимодействие возможно для разных вихревых волн, но (так же как и в рассмотренном случае) оно достаточно слабое и проявляется в конце рассмотренного диапазона значений Re .

С учетом сказанного выше можно утверждать, что теоретически подтверждены выводы экспериментов [3]. При обтекании конуса на пористой поверхности нелинейное взаимодействие акустических и вихревых волн в гиперзвуковом пограничном слое очень слабое и происходит в режиме перераспределения энергии между акустической и вихревыми компонентами, что приводит к незначительному затуханию акустической компоненты и небольшому увеличению вихревых компонент. В случае трехмерных вихревых волн подобное взаимодействие происходит более интенсивно. Уменьшение нелинейности обусловлено наличием пористого покрытия, которое при гиперзвуковых числах Маха поглощает звуковые возмущения и вызывает затухание акустических возмущений второй моды, а также усиливает вихревые колебания (очевидно, за счет изменения напряжений Рейнольдса и их градиента по нормали в пристенной области).

Исчезновение волны накачки (которой на твердой поверхности соответствует плоская акустическая волна) приводит к затягиванию ламинарного режима течения и увеличению протяженности областей линейного нарастания возмущений. В этом случае в трехволновых системах возможен нелинейный характер взаимодействия вихревых компонент, а также заполнение низкочастотного спектра вихревых мод.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бойко А. В.** Возникновение турбулентности в пристенных течениях / А. В. Бойко, Г. Р. Грек, А. В. Довгаль, В. В. Козлов. Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1999.
2. **Kachanov Yu. S.** Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition // Ann. Rev. Fluid Mech. 1994. V. 26. P. 411–482.

3. **Bountin D. A., Shiblyuk A. N., Maslov A. A., Chokani N.** Nonlinear aspects of hypersonic boundary layer stability on a porous surface. Reno (NV), 2004. (Paper / AIAA; N 0258).
4. **Гапонов С. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
5. **Гапонов С. А., Терехова Н. М., Смородский Б. В.** Трехволновое взаимодействие возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 39–45.
6. **Гапонов С. А., Масленникова И. И.** Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 3–12.
7. **Fedorov A., Shiblyuk A., Maslov A., et al.** Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating // J. Fluid Mech. 2003. V. 479. P. 99–124.
8. **Гапонов С. А.** Влияние сжимаемости газа на устойчивость пограничного слоя над проникаемой поверхностью при дозвуковых скоростях // ПМТФ. 1975. № 1. С. 121–125.
9. **Гапонов С. А.** Влияние свойств пористого покрытия на устойчивость пограничного слоя // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1971. № 3, вып. 1. С. 21–23.
10. **Daniels F. B.** On the propagation of sound waves in a cylindrical conduit // J. Acoust. Soc. Amer. 1950. V. 44. P. 563–564.

*Поступила в редакцию 27/V 2008 г.,
в окончательном варианте — 24/X 2008 г.*
