УДК 532.5

В. С. Садовский

БЕСЦИРКУЛЯЦИОННОЕ ОБТЕКАНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Методы решения задач о нестационарном движении профиля крыла в идеальной несжимаемой жидкости изложены в [1]. В данной работе приведены результаты исследования некоторых локальных особенностей обтекания вращающейся пластины потоком идеальной жидкости. Определена величина подсасывающих сил на кромках пластины. Показано, что при постоянных угловой и поступательной скоростях только эти силы создают сопротивление и подъемную силу пластины. Выявлено существенное влияние положения точки вращения на отмеченные характеристики.

Схема течения изображена на рисунке, все зависимые и независимые величины сделаны безразмерными с помощью полухорды пластины и скорости невозмущенного потока. Система координат x, y связана с пластиной, вращающейся с угловой скоростью ω относительно точки $x = x_0$, $y = 0$.

Потенциал скорости φ бесциркуляционного течения имеет вид $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Здесь

$$\varphi_1 = \omega(-(1/4)e^{-2\xi} \sin 2\eta + x_0 e^{-\xi} \sin \eta)$$

— потенциал бесциркуляционного течения, вызванного вращением пластины в покоящейся жидкости, а ортогональные эллиптические координаты ξ, η связаны с декартовыми соотношениями $x = \operatorname{ch} \xi \cos \eta$, $y = \operatorname{sh} \xi \sin \eta$, $0 \leqslant \xi \leqslant \infty$, $-\pi \leqslant \eta \leqslant \pi$. Потенциал φ_2 — действительная часть комплексного потенциала

$$w_2(z) = -z \cos \alpha - i\sqrt{z^2 - 1} \sin \alpha \ (z = x + iy)$$

бесциркуляционного обтекания пластины, установленной под углом атаки α.

При вращательном движении в соответствии с φ_1 касательная составляющая скорости u_1 на пластине вычисляется по формуле

$$u_1(x) = \pm \omega \frac{2x^2 - 2xx_0 - 1}{2\sqrt{1 - x^2}}.$$

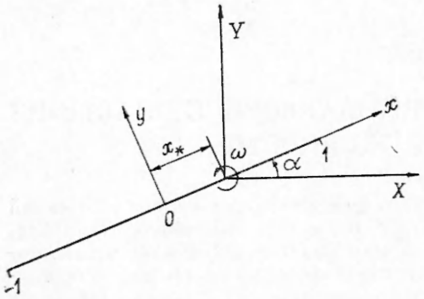
Здесь и далее верхний и нижний знаки отвечают сторонам пластины $y = +0$ и $y = -0$. Видно, что продольная скорость на острых кромках обращается в бесконечность. Однако если вращение происходит относительно точки четверти хорд $x_0 = -0{,}5$, то на задней кромке $x = -1$ она равна нулю независимо от величины ω.

С учетом φ_2 касательная скорость на вращающейся пластине при обтекании ее набегающим потоком дается выражением

$$u(x) = -\cos\alpha \pm \frac{\omega\left(2x^2 - 2xx_0 - 1\right) - 2x \sin \alpha}{2\sqrt{1 - x^2}}.$$

Естественно, что в общем случае для $u(x)$ условие Чаплыгина — Жуковского на острых кромках не выполняется, в то время как нормальная составляющая скорости всюду конечна и определяется условием непротекания.

Вычислим подсасывающие силы, действующие на острые кромки. Из интеграла Коши — Лагранжа следует, что причиной бесконечно больших отрицательных давлений может быть не только неограниченность величины скорости, но и возможная неограниченность слагаемого $\partial\varphi/\partial t$, которое в нестационарных течениях весьма существенно. С учетом $\partial x/$



$/\partial t = y\omega$, $\partial\alpha/\partial t = \omega$, $\partial y/\partial t = (x_0 - x)\omega$ получено, что при $y = 0$ и $\omega = \mathrm{const}$

$$\partial\varphi_1/\partial t = -\omega^2(x - x_0)^2,\ \partial\varphi_2/\partial t = $$
$$= \omega(x \sin\alpha + \sqrt{1 - x^2}) \cos\alpha.$$

Видно, что эти производные на кромках пластины $x = \pm 1$ конечны, поэтому подсасывающая сила, как и в стационарном случае, полностью определяется поведением скорости при $x \to \pm 1$.

Известно, что если в окрестности острой кромки распределение скорости имеет вид $V \approx A/\sqrt{l}$ (l — расстояние от кромки), то подсасывающая сила $F_\tau = \pi\rho A^2$ (ρ — плотность жидкости). Коэффициент A найдем из приведенного выше выражения для $u(x)$ при $x \to \pm 1$. Для коэффициента c_τ подсасывающей силы, равного отношению F_τ к скоростному напору невозмущенного потока и хорде пластины, имеем

$$c_\tau(\pm 1) = (\pi/2)[\omega(1/2 \mp x_0) \mp \sin\alpha]^2.$$

Строго говоря, эти формулы справедливы для постоянной угловой скорости вращения пластины, так как вклад нестационарности течения в величину давления получен только для этого случая.

Отметим два обстоятельства, вытекающие из этих формул: 1) на величину c_τ значительно влияет положение точки вращения x_0; 2) достижение одного и того же угла атаки α на режимах его возрастания и убывания дает существенно различные значения подсасывающей силы на острой кромке.

Аэродинамические коэффициенты подъемной силы и сопротивления вычисляются через присоединенные массы соответственно для постоянных значений скорости набегающего потока и угловой скорости вращения:

$$c_Y = -\pi\omega(\omega x_0 + \sin\alpha)\sin\alpha,\ c_X = \pi\omega(\omega x_0 + \sin\alpha)\cos\alpha.$$

Легко установить их связь с величинами c_τ. Коэффициент суммарной подсасывающей силы, действующей на пластину $\Delta c_\tau = c_\tau(1) - c_\tau(-1) = \pi\omega(\omega x_0 + \sin\alpha)$. Если спроектируем Δc_τ на оси X, Y, то получим выражения, в точности совпадающие с выражениями для коэффициентов c_X, c_Y. Это означает, что в рассматриваемом случае аэродинамическое воздействие на пластину полностью определяется только подсасывающими силами.

В заключение отметим, что сдвиг точки вращения пластины по нормали к ней никак не отражается на полученных результатах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Седов Л. И.** Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики.— М.: Наука, 1966.

г. Москва *Поступила 25/VII 1988 г.*

УДК 532.5

Г. И. Таганов

К ТЕОРИИ ГЛУБОКОГО ДИНАМИЧЕСКОГО СРЫВА НА КРЫЛЕ

Нестационарное обтекание профиля крыла при отличной от нуля скорости изменения угла атаки ($d\alpha/dt = \dot\alpha$), возникающее при колебаниях крыла с большой амплитудой, сопровождается отрывом потока и явлением, которое можно назвать динамическим гистерезисом аэродинамических характеристик (в отличие от известного гистере-