

## К РАСЧЕТУ ГРАДУИРОВОЧНЫХ КРИВЫХ АППАРАТОВ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С ПРОФИЛИРОВАННЫМИ НАКОВАЛЬНЯМИ

*Н. Н. Кузин, Ю. А. Садков, А. А. Семерчан*

*(Москва)*

Проведено определение градуировочных кривых аппаратов высокого давления на основе приближенного расчета напряженного состояния точек срединной (по высоте) плоскости тонкого слоя из обобщенного идеального пластического вещества, сжатого между жесткими профилированными наковальнями. Использована конкретная зависимость от высоты угла, образованного наибольшим главным напряжением и срединной плоскостью, и предположено существование в контакте зон скольжения, торможения и застоя. Даны рекомендации по определению границы зоны застоя для случая профилированных наковален. Расхождение между результатами расчета и эксперимента не превышает 8%.

В ряде работ [1, 2], посвященных расчету градуировочных кривых аппаратов высокого давления, исходное уравнение в напряжениях берется в форме, полученной на основе теории пластического течения вещества по жестким поверхностям [3]

$$(1) \quad \partial p / \partial r = \pm 2\tau_k / H,$$

где  $p$ ,  $\tau_k$  — соответственно давление в сжимаемом материале и касательные напряжения трения на контактной поверхности;  $H$  — толщина сжимаемого слоя, плавно и незначительно меняющаяся функция координат.

Практически на всей контактной поверхности (за исключением центральной и приграничной зон, размеры которых порядка толщины сжимаемого материала) контактные напряжения трения принимались равными пределу текучести  $K$  на сдвиг сжимаемого материала, являющегося функцией давления, т. е.  $\tau_k = K(p)$ . С целью учета влияния деформации пуансонов высота сжимаемого материала представлялась в виде суммы

$$H = h + 2\omega(r),$$

где  $\omega(r)$  — деформация пуансонов;  $h$  — толщина сжимаемого слоя без учета деформации.

Приводимые в работе [2] рассчитанные до 55 кбар величины давлений в центре сжимаемого слоя хорошо совпадают с результатами эксперимента. По данным работы [1], в области давлений выше 60 кбар результаты расчета превышают результаты эксперимента, с повышением давления это расхождение возрастает. Одной из причин указанного расхождения может быть то, что действительное влияние деформации пуансонов на характер течения сжимаемого слоя сложнее, чем простое увеличение высоты сжимаемого слоя, учитываемое уравнением (1) [1, 2].

В указанных работах расчету подвергались аппараты с незначительной толщиной ( $< 1$  мм) сжимаемого слоя. Малейшая деформация пуансонов вызывает существенное изменение характера течения сжимаемого материала, недостаточно точно учитываемое в указанных работах, что может являться причиной расхождения расчетных и экспериментальных результатов. В аппаратах [4,5] с профилированными наковальнями и сравнительно большими поперечными размерами рабочего пространства толщина сжимаемого слоя в центре аппарата превышает 10 мм; влия-

ние деформации пуансонов в этих аппаратах на характер течения сжимаемого слоя значительно меньше, чем в аппаратах с плоскими наковальнями.

В интервале давлений от 0 до 100 кбар можно ожидать неплохого совпадения экспериментальных данных с результатами расчета аппаратов с профилированными наковальнями и без учета влияния деформации пуансонов, что значительно облегчает процедуру счета.

В работах [1,2] расчету подвергались аппараты с плоскими наковальнями, так как в исходном уравнении (1) толщина сжимаемого слоя является незначительно меняющейся функцией координат. В случае исполнения торцов пуансонов профилированными толщина сжимаемого материала меняется в 2—3 раза; на характер течения (следовательно, и на градиент давления) существенное влияние будет оказывать не только толщина сжимаемого слоя, но и угол между направлением истечения и контактной поверхностью. Уравнение (1) не может учитывать указанное влияние.

В данной работе в качестве исходного в напряжениях используется уравнение, полученное из дифференциальных уравнений равновесия совместно с предположением о неоднородности напряженного состояния в сжимаемом материале по координате, совпадающей с направлением сближения пуансонов; при этом характер неоднородности определяется формой контактной поверхности пуансонов.

Вывод исходного уравнения проводится на примере осесимметричного сжатия. Напряженное состояние осесимметричного сжатого тела описывается дифференциальными уравнениями равновесия, записанными в цилиндрических координатах  $(r, \theta, z)$  с осью  $z$ , совмещенной с направлением сближения пуансонов:

$$(2) \quad \begin{aligned} \partial\sigma_r/\partial r + \partial\tau_{rz}/\partial z + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r &= 0; \\ \partial\sigma_z/\partial z + \partial\tau_{rz}/\partial r + \tau_{rz}/r &= 0, \end{aligned}$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{rz}$  — соответственно радиальная, окружная, осевая и касательная компоненты тензора напряжения.

Компоненты  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{rz}$ , направления которых находятся в осевой плоскости  $rz$ , на основе теории Мора можно выразить в виде известных зависимостей от среднего напряжения  $\sigma$  ( $\sigma < 0$ ) в плоскости осевого сечения и угла  $\alpha$ , образованного наибольшим главным напряжением в осевой плоскости с положительным направлением оси  $r$ :

$$(3) \quad \sigma_r = \sigma + K \cos 2\alpha; \quad \sigma_z = \sigma - K \cos 2\alpha; \quad \tau_{rz} = K \sin 2\alpha,$$

где  $K$  — предел текучести на сдвиг сжимаемого материала;  $\sigma = (\sigma_r + \sigma_z)/2$  — среднее напряжение в плоскости осевого сечения ( $rz$ ).

Принимая условие полной пластичности Хаара<sup>\*</sup>—Кармана  $\sigma_\theta = \sigma_1 = -\sigma_2$  и пластический режим течения, соответствующий ребру призмы Треска

$$(4) \quad \sigma_2 - \sigma_3 = 2K,$$

получим выражение для окружного напряжения

$$(5) \quad \sigma_\theta = \sigma + K.$$

Зависимости (3), (5) позволяют систему уравнений (2) с четырьмя неизвестными записать в виде системы из двух уравнений с двумя неизвестными функциями  $\sigma$  и  $\alpha$

$$(6) \quad \begin{aligned} \partial\sigma/\partial r &= K \sin 2\alpha \cdot \partial 2\alpha/\partial r - K \cos 2\alpha \cdot \partial 2\alpha/\partial z + \\ &+ K(1 - \cos 2\alpha)/r - \partial K/\partial r \cos 2\alpha - \partial K/\partial z \sin 2\alpha; \\ \partial\sigma/\partial z &= \partial K/\partial z \cos 2\alpha - \partial K/\partial r \sin 2\alpha - K \sin 2\alpha \cdot \partial 2\alpha/\partial z - \\ &- K \cos 2\alpha \cdot \partial 2\alpha/\partial r - K \sin 2\alpha/r. \end{aligned}$$

Аналитическое решение системы (2), как и системы (6), в общем виде встречает значительные математические трудности, поэтому немалую ценность при решении прикладных задач имеют приближенные методы решения системы уравнений (6).

В большинстве конструкций аппаратов высокого давления сжатие подвергаются тела, имеющие срединную плоскость, перпендикулярную направлению сближения пуансонов. Система уравнений (6) для точек срединной плоскости в системе координат, плоскость  $r\theta$  которой совмещена со срединной плоскостью, значительно упрощается

$$\partial(\sigma + K)/\partial r = -K\partial 2\alpha/\partial z; \quad \partial(\sigma - K)/\partial z = 0,$$

так как в срединной плоскости  $\alpha=0$ ,  $\partial 2\alpha/\partial r=0$ .

Полученная система уравнений эквивалентна одному уравнению

$$\partial(\sigma + K)/\partial r = -K\partial 2\alpha/\partial z$$

с двумя неизвестными  $\sigma$  и  $\alpha$ .

Для отыскания неизвестной  $\sigma$  необходимо знание функции  $\alpha$ . Из граничных условий можно определить величину  $\Delta$ , на которую меняется угол  $2\alpha$  при изменении  $H$  от 0 до  $H/2$

$$\Delta = -(\operatorname{arctg}(\tau_k/K_k) - 2\beta),$$

где  $\beta = \operatorname{arctg} \partial/\partial r \cdot (H/2)$  — угол, образуемый касательной к профилю наковальни с положительным направлением оси  $r$ ;  $K_k$  — предел текучести на сдвиг сжимаемого материала в контакте его с пуансоном.

Неизвестным является характер изменения угла  $2\alpha$  от 0 до  $-\Delta$  при изменении  $z$  от 0 до  $H/2$ . В данной работе характер изменения выражается с помощью выбранной функции  $2\alpha = f(z)$ . Видом выбранной функции  $2\alpha = f(z)$  определится и неоднородность течения сжимаемого материала по координате  $z$ . Выбранная функция  $2\alpha = f(z)$  должна давать известные решения задачи сжатия пластических тел.

При решении задачи о сжатии полосы постоянной высоты в работе [6] получена линейная зависимость сдвиговой составляющей от координаты  $z$ , т. е.

$$\tau_{rz} = K2z/H.$$

Линейная зависимость сдвиговой составляющей от координаты  $z$  в случае сжатия полосы постоянной толщины соответствует изменению угла  $2\alpha$  от координаты  $z$  по закону  $\arcsin(2z/H)$ , т. е.

$$(7) \quad 2\alpha = \arcsin(2z/H).$$

Предполагая изменение угла  $2\alpha$  от координаты  $z$  по закону  $\arcsin(2z/H)$  при любых наклонах контактной поверхности, функцию  $2\alpha = f(z)$  представим в виде

$$2\alpha = \Delta \frac{\arcsin(2z/H)}{\arcsin(2H/H2)} = \frac{\Delta}{\pi/2} \arcsin(2z/H).$$

Определяя значение производной

$$\frac{\partial 2\alpha}{\partial z} = \frac{\Delta}{\pi/2} \frac{2/H}{\sqrt{1 - (2z/H)^2}}$$

и подставляя ее значение при  $z=0$  в уравнение (7), получим исходное уравнение равновесия в напряжениях

$$(8) \quad \partial(\sigma + K)/\partial r = -K[\Delta/(\pi/2)]2/H.$$

При сжатии идеального пластичного материала ( $K = \text{const}$ ) между плоскими наковальнями и при граничном условии  $\tau_k = K$

$$\Delta = -\pi/2$$

и уравнение (8) в виде  $\partial\sigma/\partial r = \partial p/\partial r = K2/H$  совпадает с уравнением (1), полученным в [3]. При сжатии идеального пластичного материала между профилированными торцами пуансонов и при том же граничном условии  $\tau_k = K$  уравнение (8) принимает вид

$$\partial\sigma/\partial r = \partial p/\partial r = K[(\pi/2 - 2\beta)/\pi/2]2/H.$$

Окончательный вид уравнения (8) определяется зависимостью  $K(\sigma)$  предела текучести на сдвиг сжимаемого материала.

В данной работе зависимость предела текучести на сдвиг сжимаемого материала вытекает из определения понятия обобщенного идеально пластичного тела, каким принимается сжимаемое тело. Понятие обобщенного идеально пластичного тела введено в работе [6] на основе рассмотрения огибающих кругов Мора для наибольших главных напряжений. В данной работе за огибающие кругов Мора принимались прямые, наклоненные к оси  $\sigma$  под углом  $\rho = -\text{arctg } \delta$ , где  $\delta$  — коэффициент внутреннего трения сжимаемого материала. Из чисто геометрических соображений зависимость предела текучести  $K$  на сдвиг представится выражением

$$K = K_0 \cos \rho + \sigma \sin \rho,$$

где  $K_0$  — предел текучести на сдвиг при атмосферном давлении. Значения величин  $K_0$  и  $\rho$  определялись по данным работ [7, 8].

Уравнение (8) решается при принятых в теории обработки металлов давлением граничных условиях, обоснованных экспериментально. На свободных поверхностях нормальные и касательные напряжения принимаются равными нулю. На контактных поверхностях выделяются три зоны с характерными закономерностями изменения касательных напряжений трения: зона скольжения, примыкающая к свободной поверхности тела, в которой контактное напряжение трения определяется законом Кулона (касательные напряжения пропорциональны нормальным напряжениям); зона торможения, в которой контактное напряжение трения равно напряжению сдвига сжимаемого материала в его предельном состоянии ( $\tau_k = K \cos \rho$ ), и зона застоя в месте раздела течения, где контактное напряжение уменьшается до нуля. Размер крайней зоны (зона скольжения) в случае отсутствия смазки на контактных поверхностях имеет порядок толщины сжимаемого слоя; с небольшой погрешностью ею можно пренебречь, считая, что на контактной поверхности сразу начинается зона торможения. Уравнение (8) для зоны торможения имеет вид

$$\partial\sigma/\partial r = [(K_0 \cos \rho + \sigma \sin \rho)/(1 + \sin \rho)][(\pi/2 + \rho - 2\beta)/\pi/2] 2/H.$$

В зоне застоя, расположенной в центральной части сжимаемого тела, принималась обычная для этой зоны зависимость касательных напряжений трения  $\tau_k = (r/r_0)K \cos \rho$ , где  $r_0$  — координата начала зоны застоя. Уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{K_0 \cos \rho + \sigma \sin \rho}{1 + \sin \rho} \frac{\arcsin \left[ \frac{r}{r_0} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \rho \right) \right] - 2\beta}{\pi/2} \frac{2}{H}.$$

В работе [9] на основе экспериментальных данных по сжатию между плоскими плитами предложено принимать  $r_0 = H$ . В случае профилированных наковален затруднительно определить координаты начала зоны застоя по рекомендации [9]. В данной работе начало зоны застоя определялось из сравнения смещаемого объема и пропускной способности боковой поверхности при рассматриваемом значении  $r$ . Величина смещаемого объема равна  $\pi r^2 v_z$ , где  $v_z$  — скорость относительного сближения пуансонов аппарата; пропускная способность боковой поверхности при том же значении  $r$  равна  $2\pi r H v_r$ , где  $v_r$  — усредненная по высоте радиальная скорость течения. В случае превышения величины смещаемого объема над пропускной способностью при рассматриваемом значении  $r$  (т. е.  $\pi r^2 v_z > 2\pi r H v_r$ ) течением охвачено сжимаемое тело по всей высоте, рассматриваемое сечение находится вне зоны застоя. В случае превышения пропускной способности над величиной смещаемого объема ( $\pi r^2 v_z < 2\pi r H v_r$ ) течению подвержен сжимаемый слой не по всей высоте, а только в срединных частях слоя, рассматриваемое сечение находится в пределах зоны застоя. Координаты границы зоны застоя определяются из равенства смещаемого объема и пропускной способности боковой поверхности при рассматриваемом значении  $r$ , т. е.  $\pi r_0^2 v_z = 2\pi r_0 H v_r$ .

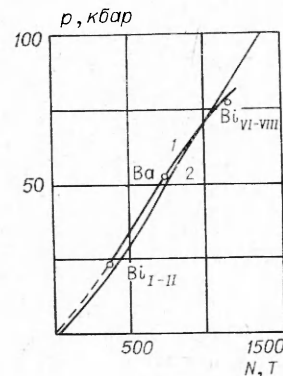
Для областей сжимаемого слоя, близлежащих к центральной его части, можно принять  $v_r \approx v_z$ . Поэтому для определения координаты начала зоны застоя достаточно сравнить величины площадей поперечного сечения, перпендикулярного направлению сближения пуансонов, и боковой поверхности сжимаемого слоя при том же значении координаты  $r$ . Из указанного сравнения следует выражение координаты границы зоны застоя

$$r_0 = 2H(r_0).$$

В случае плоского течения координаты границы зоны застоя из тех же соображений определяются выражением  $x_0 = H(x_0)$ , совпадающим с рекомендациями [9] для случая сжатия тела плоскими наковальнями. После определения среднего напряжения  $\sigma$  определяются все компоненты напряжения и давления  $p = \sigma + K/3$  в срединной плоскости сжимаемого тела.

По распределению давления в срединной плоскости сжимаемого слоя определяется необходимое усилие  $N$  и строится градуировочная кривая  $N = f(p_0)$ , где  $p_0$  — давление в центре сжимаемого слоя.

Результаты эксперимента и расчета по определению градуировочной кривой одной из модификаций аппарата [4, 5], проведенного с использованием полученного уравнения равновесия (4) в напряжениях, представлены на фигуре, где видно, что расхождение экспериментально определенных и расчетных градуировочных кривых (кривые



1, 2 соответственно) в пределах до 90 кбар составляет не более 7—8% при давлении до 100 кбар, что можно считать удовлетворительным. Расхождение расчетных и экспериментальных результатов выше 90 кбар может быть вызвано влиянием деформации пуансонов, не учитываемой в данной работе.

Поступила 20 V 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Огибалов П. М., Кийко Н. А. Поведение вещества под давлением. М., изд. Моск. ун-та, 1962.
2. Миринский Д. С. К определению градуировочных кривых установок сверхвысокого давления.— ПМТФ, 1964, № 2.
3. Ильюшин А. А. Вопросы теории течения пластичного вещества по поверхностям.— ПММ, 1954, т. 18, № 3.
4. Верещагин Л. Ф., Семерчан А. А., Кузин Н. Н., Садков Ю. А. Некоторые данные о работе трехступенчатого аппарата высокого давления.— Докл. АН СССР, 1968, т. 183, № 3.
5. Верещагин Л. Ф., Семерчан А. А., Кузин Н. Н., Садков Ю. А. Некоторые данные о работе трехступенчатого аппарата высокого давления с рабочим объемом 100 см<sup>3</sup>.— Докл. АН СССР, 1972, т. 202, № 1.
6. Прандтль Л. Примеры применения теоремы Генки к равновесию пластических тел.— В кн.: Теория пластичности. М., ИЛ, 1948.
7. Верещагин Л. Ф., Зубова Е. В. Измерение напряжения сдвига ряда веществ при давлениях до 100 000 атм.— Докл. АН СССР, 1960, т. 134, № 4.
8. Миринский Д. С. К расчету давления, созданного в аппаратах сверхвысокого давления с упругоэластической средой.— Изм. техника, 1967, № 3.
9. Унксов Е. П. Инженерные методы расчета усилий при обработке металлов давлением. М., «Машиностроение», 1952.

УДК 534.222

#### ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ВЗРЫВА СИММЕТРИЧНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ЗАРЯДА ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

*Н. Б. Ильинский, А. Г. Лабуткин, Р. Б. Салимов*

(Казань)

В работе [1] в рамках модели явления взрыва, предложенной М. А. Лаврентьевым, решена плоская задача об определении формы выемки грунта при взрыве поверхностного заряда постоянной толщины (когда импульсное давление постоянно по ширине заряда).

Ниже для той же модели явления взрыва, получившей название «твердожидкостной» [2], рассматривается задача об определении формы выемки грунта при взрыве поверхностного заряда, толщина сечения которого меняется по линейному закону. (Задача сводится к однородной линейной краевой задаче Гильберта с разрывными коэффициентами. Решение получено в замкнутом виде, даны рекомендации по его практической реализации.)

Пусть при взрыве бесконечно длинного заряда сечением  $ABB'$   $A'B_*V_*$ , симметричным относительно вертикальной оси, образовалась выемка грунта сечением  $CDC_*$  (фиг. 1). Исследуем случай, когда в