

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КАВИТАЦИИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ВЫСТУПА НА СТЕНКЕ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Л. А. Галин, А. П. Фролов, К. К. Шальнев

(Москва)

Прогнозирование условий возникновения кавитации и, следовательно, кавитационной эрозии представляет значительный интерес при проектировании и эксплуатации гидротехнических сооружений и различного рода гидравлических машин.

В работе [1] задача об определении чувствительности к кавитации крылового профиля сведена к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. При этом высказано предположение, что кавитация возникает в том месте контура, где скорость жидкости достигает наибольшего значения. Известно также [2], что режим возникновения кавитации определяется как геометрическими характеристиками обтекаемого тела, так и физическими свойствами жидкости (вязкость, поверхностное натяжение, количество растворенных газов и др.). Ниже на примере обтекания выступа на стенке плоского канала рассматривается задача об определении зависимости критического числа возникновения кавитации от высоты выступа, высоты канала и угла наклона передней грани выступа. При этом все физические свойства жидкости предполагаются неизменными, изменяются только геометрические характеристики обтекаемого выступа.

Делается предположение, что обтекание угловой точки имеет локальный характер, причем здесь не происходит обтекание бесконечно острого выступа. В действительности в жидкости непосредственно за обтекаемым углом образуется линия разрыва, давление на которой постоянно, а радиус кривизны которой не зависит или слабо зависит от геометрии выступа. Таким образом, предполагается, что радиус кривизны линии тока в окрестности угла, который заранее неизвестен, остается постоянным при изменении других характеристик течения.

В дальнейшем обоснованность этого предположения устанавливается на основании сравнения результатов расчета с экспериментом.

1. Предложенная в [2] модель течения кавитирующей жидкости в начальной стадии развития кавитации позволяет определить размер очага кавитационной эрозии в случае обтекания жидкостью полигональных тел. Оказалось, что предсказываемые этой теорией размеры очага эрозии хорошо совпадают с опытными результатами. Однако поскольку контур обтекаемого тела был составлен из отрезков прямых, то кавитация, возникающая около выступающих в поток угловых точек, теоретически должна исчезать только при бесконечно большом числе кавитации

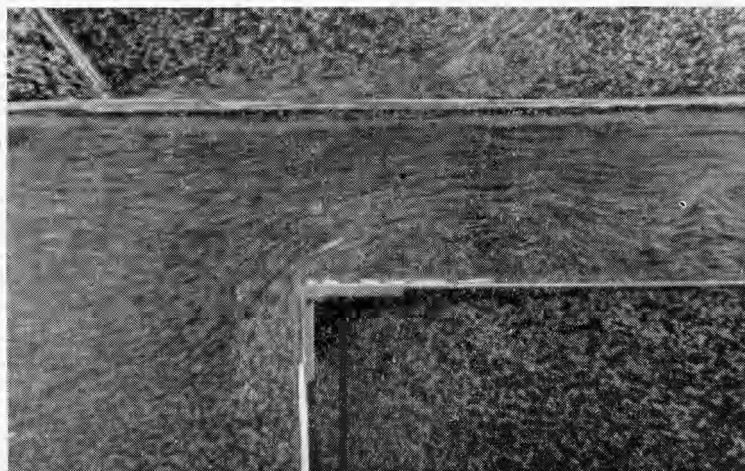
$$\kappa = \frac{2(p - p_v)}{\rho v^2} \quad (1.1)$$

Здесь p , ρ , v — давление, плотность и скорость жидкости соответственно; p_v — давление паров. Это обстоятельство не согласуется с экспериментальными данными о конечных значениях критических чисел возникновения и исчезновения кавитации при обтекании жидкостью полигональных тел. Указанное расхождение объясняется, главным образом, отличием геометрии реального потока от схемы безотрывного обтекания угловой точки. В действительности жидкость непосредственно за угловой точкой отрывается от обтекаемой поверхности с образованием некоторой зоны, заполненной относительно медленно движущейся завихренной жидкостью.

Для уяснения структуры потока вблизи выступа были поставлены опыты в гидравлическом лотке с моделью выступа прямоугольной формы. Высота выступа 40 мм, ширина канала 100 мм. При скорости потока $V = 0.12 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ число Рейнольдса N_{Re} , отнесенное к высоте выступа, составляло ~ 5000 . Вода в лотке подкрашивалась черной тушью, визуализация течения достигалась распылением мелкого алюминиевого порошка, частицы которого плавали на поверхности воды.

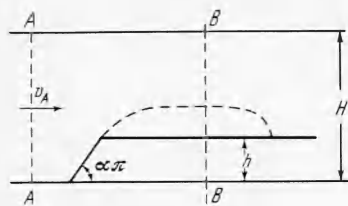
Визуальные наблюдения и фотоснимки области течения показывают, что обтекание выступа происходит с образованием свободных вихрей, заполняющих зону срывного течения. Граница основного потока и завихренной области практически стационарна и отчетливо наблюдается (фиг. 1). В экспериментах, результаты которых будут изложены ниже и где изучалось возникновение кавитации на выступе, помещенном в рабочую камеру гидродинамической трубы, значения числа N_{Re} были примерно на два порядка выше, чем в гидравлическом лотке. Но, как видно из зависимости числа Струхала от числа Рейнольдса N_{Re} для плохообтекаемых тел [3, 4] вихревая структура срывной зоны сохраняется и при обтекании модели в трубе. С ростом числа N_{Re} размеры вихрей становятся более мелкими, а граница, разделяющая две области течения, — более гладкой.

При рассмотрении обтекания выступа на дне плоского канала пренебрежем диффузией завихренности из срывной зоны в основной потенциальный поток и примем границу между этими областями за твердую непроницаемую стенку. Для сравнительно короткого участка канала между сечениями $A-A$ и $B-B$ (фиг. 2) это предположение вы-

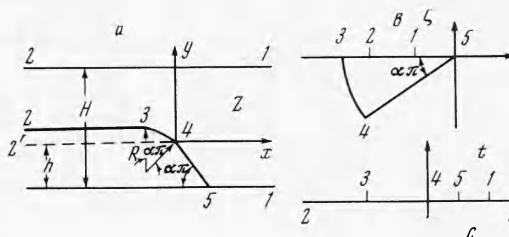


Фиг. 1

полняется достаточно хорошо. В дальнейшем при конформных отображениях будем рассматривать бесконечный канал, на концах которого $1-1$ и $2-2$ (фиг. 3) выполняются те же гидродинамические условия, что и в сечениях $A-A$ и $B-B$ (фиг. 2) соответственно. Примем, что граница между срывной зоной и потенциальным потоком состоит из прямолинейного полубесконечного отрезка $2-3$ и криволинейного участка $3-4$, форма которого будет определена позже. Остальные границы потока образованы твердыми непроницаемыми стенками канала.



Фиг. 2



Фиг. 3

2. С учетом изложенного определим режим возникновения кавитации при обтекании идеальной несжимаемой жидкостью ступенчатого выступа, имеющего скругленную кромку. Схема потенциального потока на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ приведена на фиг. 3. На границах области течения имеем следующие условия.

На кромке $3-4$ раньше, чем где-либо в потоке, будет происходить образование и рост кавитационных пузырьков. Как и в работе [2], положим, что на том участке границы потока, где возникают кавитационные пузырьки, давление постоянно и равно давлению паров.

За критический режим возникновения или исчезновения кавитации примем такие условия течения в канале, когда зона кавитации охватывает всю кромку $3-4$, т. е.

$$p = p_v \text{ на } 3-4 \quad (2.1)$$

При относительной малости радиуса кривизны кромки $3-4$ определенное указанном образом критическое число кавитации будет близко к числу кавитации, определяемому экспериментально по звуковому излучению жидкости и соответствующему возникновению единичных кавитационных пузырьков в какой-то точке участка $3-4$.

В плоскости годографа $\zeta = dw/dz$, где $w(z)$ — комплексный потенциал потока, области действительного течения 1-2-3-4-5-1 соответствует сектор круга радиуса v_3 с центральным углом $\alpha\pi$ (фиг. 3, в). Здесь v_3 — скорость жидкости в точке 3. Для решения задачи построим конформное отображение, переводящее область действительного течения на плоскости z в указанный сектор на плоскости ζ . Первоначально преобразуем конформно сектор 1-2-3-4-5-1 на плоскости ζ в верхнюю полуплоскость вспомогательного комплексного переменного t (фиг. 3, с) с помощью функции

$$t = \frac{u-1}{(u_2-u)(u_2-1)}, \quad u = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\zeta}{v_3} \right)^{1/\alpha} + \left(\frac{v_3}{\zeta} \right)^{1/\alpha} \right] \quad (2.2)$$

При этом

$$t_2 = \infty, \quad t_3 = \frac{2}{1-u_2^2}, \quad t_4 = 0, \quad t_5 = \frac{1}{1-u_2}$$

$$u_1 = -\frac{1+(\kappa+1)^{1/\alpha}}{2(\kappa+1)^{1/2\alpha}}, \quad v_3^2 = v_1^2(\kappa+1)$$

Постоянная u_2 будет определена в процессе решения задачи.

Конформное отображение верхней полуплоскости t на многоугольник 1-2-2'-4-5-1 плоскости z (фиг. 3, а) осуществляется интегралом Кристоффеля—Шварца

$$z = -c \int_0^t \frac{t^\alpha dt}{(t-t_5)^\alpha (t-t_1)} \quad (2.3)$$

Используя метод приближенного конформного отображения, переведем верхнюю полуплоскость t в криволинейный многоугольник 1-2-3-4-5-1 плоскости z при помощи функции

$$z = -c \int_0^t \frac{t^\alpha + \gamma(t-t_3)^\alpha}{(t-t_5)^\alpha (t-t_1)} dt \quad (2.4)$$

где постоянные c и γ определяются геометрическими размерами криволинейного многоугольника. Интеграл (2.4) определяет форму кромки 3-4 при $t_3 \leq t \leq 0$.

Совершим обход на плоскости t точки 1 по бесконечно малой, а точки 2 — по бесконечно большой полуокружности. Из (2.4) получим два уравнения для нахождения неизвестных постоянных

$$H = c\pi \frac{t_1^\alpha + \gamma(t_1-t_3)^\alpha}{(t_1-t_5)^\alpha}, \quad H - h - R(1 - \cos \alpha\pi) = c\pi(1 + \gamma) \quad (2.5)$$

Здесь R — характерный радиус кривизны кромки 3-4. Недостающие уравнения можно получить из соответствия точек 3 на плоскостях t и z . Из фиг. 3 видно, что

$$z_3 = -R \sin \alpha\pi - iR(1 - \cos \alpha\pi) \quad (2.6)$$

Подставляя (2.2) и (2.6) в (2.4), получаем еще два действительных уравнения для определения неизвестных c , γ , u_2 , R в зависимости от критического числа кавитации κ

$$R \sin \alpha\pi = cf + c\gamma g \cos \alpha\pi, \quad R(1 - \cos \alpha\pi) = c\gamma g \sin \alpha\pi$$

$$f = \int_0^\beta \frac{x^\alpha dx}{(x+t_5)^\alpha (x+t_1)}, \quad g = \int_0^\beta \frac{(\beta-x)^\alpha dx}{(x+t_5)^\alpha (x+t_1)}, \quad \beta = -t_3 \quad (2.7)$$

Система уравнений (2.5) и (2.7) может быть сведена к одному уравнению относительно u_2

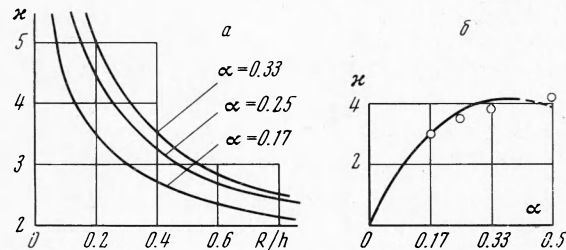
$$\frac{\pi(a_1 - a_2)R(1 - \cos \alpha\pi)}{hf \sin \alpha\pi} - \frac{H}{h} + \left[\frac{H}{h} - 1 - \frac{R}{h}(1 - \cos \alpha\pi) \right] a_2 = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{R}{h} = \frac{(H/h - 1)(a_1 + a_2 f/g) - (H/h)(1 + f/g)}{(1 - \cos \alpha\pi)(a_1 + a_2 f/g)}$$

$$a_1 = \left(\frac{t_1}{t_1 - t_5} \right)^\alpha, \quad a_2 = \left(\frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_5} \right)^\alpha$$

Интегралы f и g , входящие в уравнение (2.8), могут быть для рациональных α выражены через элементарные функции. Однако при практических расчетах легче вычислять их непосредственно с помощью числовых методов.

После решения уравнения (2.8) на ЭЦВМ получаем зависимость числа кавитации от характерного радиуса кривизны кромки R . Результаты расчетов для некоторых значений α при $h/H = 0.2$ представлены на фиг. 4, а. Кривые на фиг. 4, а имеют ту особенность, что при $R \rightarrow 0$ число кавитации $\kappa \rightarrow \infty$. Однако это не противоречит экспериментальным данным о конечных значениях чисел возникновения кавитации



Фиг. 4

при обтекании угловых точек, поскольку безотрывное обтекание острой кромки ($R \sim 0$) возможно только при очень малых числах N_{Re} (ползущие течения), которые совершенно не характерны для кавитационных течений. Полагая в некотором диапазоне углов α радиус кривизны $R = \text{const}$ и используя данные фиг. 4, а, можно построить зависимость $\kappa = \kappa(\alpha)$ (фиг. 4, б).

3. В рабочей камере гидродинамической трубы были поставлены опыты по исследованию зависимости $\kappa = \kappa(\alpha)$ при обтекании выступа. Рабочая камера имела сечение 20×100 мм², высота выступа 20 мм. Было испытано четыре модели с углами $\alpha = 0.50, 0.33, 0.25, 0.17$. Скорость жидкости перед моделью $v = 14.2$ м·сек⁻¹ сохранялась постоянной во всех опытах.

Возникновение кавитации определялось акустическим методом, т. е. появлением характерного шума — щелчков. Чтобы устранить погрешность в определении критического значения числа кавитации κ вследствие «гистерезиса», опыты проводились прямым и обратным ходом: понижением давления в уравнительной башенке трубы и повышением его до получения одного и того же состояния кавитации — появления характерного шума. Число кавитации определялось по формуле (фиг. 2)

$$\kappa = \frac{P_A - P_T - P_v}{q}, \quad q = 0.5\rho v_A^2 \quad (3.1)$$

где p_T — атмосферное давление, p_v — давление паров.

Результаты экспериментального определения критического числа кавитации $\kappa = \kappa(\alpha)$ представлены на фиг. 4, б, точками. Сопоставление опытных и расчетных значений κ обнаруживает хорошее совпадение результатов при $\alpha \leq 0.4$. При $0.4 < \alpha \leq 0.5$ теоретическая кривая отходит от экспериментальных точек. Это обстоятельство, очевидно, объясняется нарушением при больших α условия $R = \text{const}$, на основании которого строится график на фиг. 4, б.

Поступила 15 XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Anton I., Pora O. Determination of the sensitivity to cavitation of a cascade of hydrofoils of arbitrary shape. Rev. Roum. Sci. Techn. Mec. Appl., 1967, vol. 12, No 2.
2. Галин Л. А., Марков В. Г., Фролов А. П. Об одной модели кавитационных течений в начальной стадии кавитации. ПМТФ, 1969, № 4.
3. Ильичев В. И. О частоте образования кавитационных каверн в пограничных турбулентных слоях и спутных течениях. Докл. АН СССР, 1956, т. 136, № 5.
4. Попов С. Г. О зависимости между числами Струхалия и Рейнольдса при плоском обтекании круглого цилиндра. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.
5. Перник А. Д. Проблемы кавитации. Л., Судпромгиз, 1963.