

УДК 532.546

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЕКАНИЯ НЕФТЯНОЙ ПЛЕНКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

Х. М. Гамзаев

Азербайджанская государственная нефтяная академия, AZ 1010 Баку, Азербайджан

E-mail: xan.h@rambler.ru

Рассмотрен процесс растекания нефтяной пленки, образующейся при разливе нефти в море. Предложена математическая модель данного процесса и получены в явном виде формулы для определения размеров нефтяной пленки.

Ключевые слова: нефтяная пленка, автомодельное решение, математическое моделирование растекания.

Введение. В последние годы значительно возрос интерес к исследованию механизма распространения нефти в морской среде. Суммарное поступление нефтепродуктов в море в первом приближении пропорционально объему мировой нефтедобычи, что определяет растущую опасность загрязнения моря. Основными источниками загрязнения моря нефтепродуктами являются добыча нефти в море, морские перевозки нефти и связанные с ними операции, вынос нефтепродуктов реками, поступление нефти из атмосферы, с индустриальными и бытовыми стоками, природное просачивание нефти у берегов морей с большими толщинами донных отложений и тектонической активностью [1]. При этом объем нефтепродуктов, поступающих в море вследствие аварий танкеров и других судов, составляет незначительную часть общего объема загрязнений. Однако загрязнения такого типа являются наиболее опасными, поскольку их нельзя предсказать и они имеют локальный характер при большой мощности, что затрудняет процессы самоочищения и может приводить к нарушению экологического равновесия.

При планировании и проведении работ по борьбе с аварийными разливами в море возникает необходимость прогнозирования распространения нефти в море. Такие прогнозы позволяют, в частности, предупреждать о возможности загрязнения нефтью береговой зоны, о пересечении нефтяным пятном районов интенсивной хозяйственной деятельности, курсов судов и т. д.

Распространение нефти в море при аварийных разливах представляет собой сложный процесс, для описания которого необходим учет большого количества разнообразных факторов. Для случая мгновенного локального разлива некоторого объема нефти этот процесс схематически можно представить следующим образом. Сначала наблюдается растекание нефти по поверхности моря под действием сил, обусловленных гравитацией (плотность воды больше плотности нефти, поэтому нефть “возвышается” над поверхностью моря) и вязким трением, а затем — силы, обусловленной поверхностным натяжением. Задача осложняется тем, что в процессе растекания свойства нефти изменяются вследствие ее испарения и растворения в воде. На определенном этапе работа сил, обусловленных поверхностным натяжением, меняет знак и растекание прекращается. Дальнейшее увеличение размеров пленки определяется турбулентным ветром и течением, т. е. турбулентной диффузией. Помимо изучения механизма распространения пятна нефти относительно его

центра тяжести большое значение имеет исследование движения, т. е. дрейфа, пятна нефти, который определяется воздействием ветра, течения и поверхностного волнения.

Подходы к моделированию растекания нефтяной пленки. В настоящее время существует большое количество подходов к моделированию растекания нефтяной пленки по поверхности моря. В работах [2, 3] процесс растекания нефтяной пленки по поверхности моря представлен в виде последовательности трех фаз: инерционной, гравитационно-вязкой и фазы поверхностного натяжения. На основе такого упрощения процесса растекания для каждой фазы предложена методика определения зависимости радиуса нефтяной пленки от времени. Для инерционной фазы эта зависимость определяется из приближенного равенства сил, обусловленных горизонтальным градиентом давления и инерцией, для гравитационно-вязкой фазы — из приближенного равенства сил, обусловленных горизонтальным градиентом давления и вязкостью, для фазы поверхностного натяжения — из приближенного равенства сил, обусловленных вязкостью и поверхностным натяжением.

Следует отметить, что предложенная методика является достаточно простой, однако имеет ряд существенных недостатков, к числу которых можно отнести упрощенную трактовку основных механизмов растекания нефти, отсутствие четкого критерия определения длительности различных фаз растекания и т. д.

В работах [4–6] для исследования растекания нефтяной пленки по поверхности моря предложены двух- и трехмерные гидродинамические модели, представляющие собой системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Однако решение этих уравнений является очень сложным вследствие их нелинейности и наличия свободной границы. Поэтому возникает необходимость разработки достаточно простой математической модели, описывающей основные механизмы распространения нефти в море и пригодной для практического использования. Наиболее перспективным является подход, при котором основные параметры и уравнения осредняются по толщине пленки.

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим процесс растекания нефтяной пленки, образующейся при аварийном разливе нефти в море. Предположим, что растекание нефтяной пленки по поверхности моря происходит под действием сил, обусловленных гравитацией и вязким трением. Основными характеристиками нефтяной пленки будем считать ее радиус и толщину. Тогда, используя уравнение сохранения массы для элементарного объема нефтяной пленки и уравнение движения, математическую модель рассматриваемого процесса в осесимметричном случае можно представить в виде уравнения сохранения массы

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruh)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

и уравнения движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -g\delta \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{\tau}{\rho_o h}, \quad (2)$$

где h — толщина нефтяной пленки; u — осредненная по толщине пленки скорость движения; τ — касательное напряжение на нижней границе пленки; g — ускорение свободного падения; $\delta = (\rho_w - \rho_o)\rho_o^{-1}$; ρ_w, ρ_o — плотность воды и нефти соответственно; r — радиальная координата; t — время.

Поскольку процесс распространения нефтяной пленки происходит медленно, можно пренебречь ускорением движения в ней и упростить уравнение движения. Тогда, полагая

$$\tau = \mu u/h,$$

из уравнения (2) получаем

$$u = -\frac{\rho_o \delta g h^2}{\mu} \frac{\partial h}{\partial r},$$

где μ — вязкость нефти. Подставляя полученное выражение для u в уравнение (1), находим

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h^4}{\partial r} \right), \quad (3)$$

где $\alpha = \rho_o \delta g / (4\mu)$.

Начальное распределение пленки представим в виде сосредоточенного мгновенного источника:

$$h(r, 0) = 0 \quad \text{при} \quad r \neq 0, \quad 2\pi \int_0^{\infty} h(r, 0) r dr = V_0 \quad (4)$$

(V_0 — начальный объем разлитой нефти). Примем следующее граничное условие:

$$h(\infty, t) = 0, \quad t \geq 0. \quad (5)$$

Анализ размерностей, выполненный в [7], показывает, что решение задачи (3)–(5) является автомодельным и зависит от величин t, r, α, V_0 . Решение задачи (3)–(5) имеет вид

$$h(r, t) = \psi(t) f(\xi), \quad \xi = r/\varphi(t). \quad (6)$$

Подставляя выражения (6) в уравнение (3), получаем

$$\frac{\varphi^2 f}{\alpha \psi^4} \frac{d\psi}{dt} - \frac{\varphi' \varphi \xi}{\alpha \psi^3} \frac{df}{d\xi} = \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{df^4}{d\xi} \right). \quad (7)$$

Из анализа размерностей следует

$$\psi(t) = \left(\frac{V_0}{2\pi \alpha t} \right)^{1/4}, \quad \varphi(t) = \left(\frac{V_0^3 \alpha t}{8\pi^3} \right)^{1/8}.$$

Из уравнения (7) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функции $f(\xi)$:

$$\frac{d^2 f^4}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi}{8} \frac{df}{d\xi} + \frac{f}{4} = 0. \quad (8)$$

Умножая обе части уравнения (8) на величину ξ , получаем уравнение в полных дифференциалах:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi^2}{8} f \right) = 0. \quad (9)$$

Из соотношения (4) следует, что

$$2\pi \int_0^{\infty} h(r, t) r dr = \text{const} = V_0 \quad (10)$$

при любом значении t . С учетом условий (4), (6) из выражения (10) находим

$$\int_0^{\infty} \xi f(\xi) d\xi = 1, \quad f(\infty) = 0. \quad (11)$$

Проинтегрировав уравнение (9) на отрезке $[0, \xi]$, получаем соотношение

$$\xi \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi^2}{8} f = 0,$$

интегрирование которого с учетом второго условия (11) дает общее решение

$$f(\xi) = \begin{cases} (\sqrt[3]{3}/4)(\xi_0^2 - \xi^2)^{1/3}, & \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi \geq \xi_0. \end{cases}$$

Используя первое условие в (11), определим константу ξ_0 :

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{4} \int_0^{\xi_0} \xi(\xi_0^2 - \xi^2)^{1/3} d\xi = 1.$$

Отсюда находим $\xi_0 = 4/\sqrt[8]{162}$.

Таким образом, решение задачи (3)–(5) можно представить в окончательном виде:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \left(\frac{V_0}{2\pi\alpha t} \right)^{1/4} \left(\xi_0^2 - \frac{r^2}{(V_0^3\alpha t / (8\pi^3))^{1/4}} \right)^{1/3}, & r \leq r_k(t), \\ 0, & r \geq r_k(t). \end{cases} \quad (12)$$

Из решения (12) следует, что в каждый момент времени нефтяная пленка имеет конечный радиус $r_k(t)$, который определяется соотношением

$$r_k(t) = \xi_0 \left(\frac{V_0^3\alpha t}{8\pi^3} \right)^{1/8}. \quad (13)$$

Для нефтяной пленки максимальной толщины получаем выражение

$$h(0, t) = \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \left(\frac{V_0}{2\pi\alpha t} \right)^{1/4} \xi_0^{2/3}. \quad (14)$$

Таким образом, формулы (12)–(14) можно использовать для прогнозирования размеров и положения нефтяной пленки, образующейся при аварийных разливах нефти в море.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герлах С. А. Загрязнение морей. Л.: Гидрометеиздат, 1985.
2. Fay J. A. Physical processes in the spread of oil on a water surface // Proc. of the Joint conf. prevention and control oil spills. Washington: Amer. Petrol. Inst., 1971. P. 463–467.
3. Fay J. A. The spread of oil slicks on a calm sea // Oil on the sea. N. Y.: Plenum Press, 1969. P. 53–63.
4. Монин А. С. Явления на поверхности океана / А. С. Монин, В. П. Красицкий. Л.: Гидрометеиздат, 1985.
5. Озмидов Р. В. Диффузия примесей в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1985.
6. Карлин Л. Н., Асадов С. Б. Моделирование загрязнения при аварийных разливах нефти в Каспийском море // Тр. Междунар. конф. “Международное и региональное значение трубопровода Баку — Тбилиси — Джейхан”, Баку (Азербайджан), 6–7 июня 2002 г. Баку: Адилоглы, 2002. С. 110–112.
7. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеиздат, 1978.

Поступила в редакцию 31/X 2007 г.,
в окончательном варианте — 4/III 2008 г.