

Рис. 2

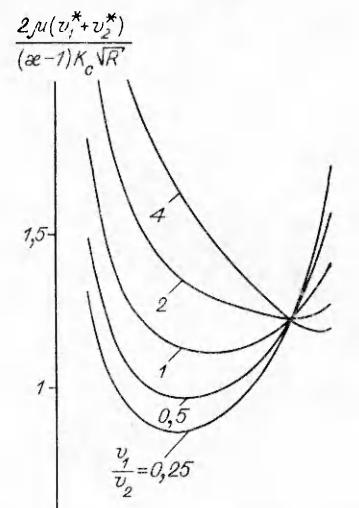


Рис. 3

зультатами численного расчета, приведенными в табл. 2, свидетельствует о том, что формула (4.9) обеспечивает достаточно высокую точность вычислений при  $\lambda < 0,5$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- Карпенко Л. Н., Бойко А. В. Плоская задача теории упругости для произвольной системы трещин в круге при заданных на его границе смещениях // Пробл. прочности.— 1983.— № 10.
- Boiko A. V., Karpenko L. N. On some numerical methods for the solution of the plane elasticity problem for bodies with cracks by means of singular integral equations // Int. J. Fracture.— 1981.— V. 17, N 4.
- Бойко А. В., Карпенко Л. Н. Предельное состояние круглой пластины с трещиной сложной формы // Пробл. прочности.— 1983.— № 12.
- Гахов Ф. Д. Краевые задачи.— М.: Наука, 1977.

г. Киев

Поступила 12/II 1990 г.,  
в окончательном варианте — 19/VI 1990 г.

УДК 539.4

B. B. Твардовский

### ПСЕВДОМАКРОТРЕЩИНА С «КВАЗИПЛАСТИЧЕСКИМ» ЗАКОНОМ СВЯЗИ НАГРУЗКА — РАСКРЫТИЕ БЕРЕГОВ

**1. Введение.** В данной работе рассматривается псевдомакротрещина, представляющая обычную трещину в композите или неоднородном теле, берега которой стянуты неразрушенными элементами структуры. Классическим примером объекта такого рода является макротрещина в композите с хрупкой керамической матрицей и неразрушенными вязкими волокнами, стягивающими ее берега и препятствующими ее раскрытию [1, 2]. В [3] в наиболее общем виде рассмотрена одиночная псевдомакротрещина в упругом линейно-анизотропном теле в условиях плоской деформации. При этом связь между усилиями, передаваемыми с берега на берег,  $\sigma_{ni}$  и раскрытием берегов  $w = [v_y(x)]$  предполагалась линейной:

$$(1.1) \quad \sigma_y(x) = kw(x).$$

Был введен параметр связи

$$(1.2) \quad \lambda = 2k \frac{1 - v_{yz}v_{zy}}{E_y} \operatorname{Re} \left( i \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \right),$$

имеющий размерность обратной длины ( $\lambda^{-1}$  по порядку величины совпадает с характерным размером структуры материала), и показано, что из условия

$$(1.3) \quad \lambda l \gg 1$$

следует независимость критической нагрузки  $p_*$  на страгивание псевдомакротрешины от ее длины  $2l$  [3]:

$$(1.4) \quad p_* = \sqrt{4\gamma_p k}.$$

Предполагалось, что распространение кончика псевдомакротрешины происходит квазихрупким образом, а  $2\gamma_p$  есть удельная диссипация энергии при его продвижении. Показано также [3], что условие (1.3) (реализуемое уже при длинах псевдомакротрешин, больших нескольких периодов структуры) ведет к возможности эффективного построения решения в виде асимптотического ряда по обратным степеням безразмерного параметра  $\lambda l$ .

Между тем очевидно, что рассмотренный в [3] случай линейного закона связи  $\sigma = w$  (1.1) совершенно не исчерпывает разнообразие практических ситуаций, с одной стороны, и технических потребностей — с другой. Так, из анализа, проведенного в [4, 5], следует, что при отслоении неразрушенных волокон от матрицы и проскальзывании за фронтом развивающейся трещины конституционное уравнение, соответствующее (1.1), имеет вид  $\sigma^\pm \sim \sqrt{w}$ . Возможны и более сложные ситуации. Ниже в этой связи построено разрешающее уравнение плоской задачи анизотропной теории упругости для одиночной псевдомакротрешины при заданном на ее берегах нелинейном «квазипластическом» законе

$$(1.5) \quad \sigma_y^\pm = p(w(x))$$

и получено его решение в конкретных случаях. Найдены предельные нагрузки для тела с псевдомакротрещиной для некоторых частных видов функции  $p(w)$ . Предполагается, что функция  $p(w)$  определяется структурой материала и видом разрушения и не зависит от размера и формы псевдомакротрешины. Она должна быть известна или найдена из независимых экспериментов.

Далее для определенности рассматривается лишь активное нагружение, поэтому учитывать процессы при разгрузке нет необходимости. Единственное ограничение, накладываемое на функцию  $p(w)$ , в данной работе есть условие ее неубывания, что обеспечивает единственность решения задачи. Более того, при этих условиях «отклика» упругого тела на введенную псевдомакротрещину с законом взаимодействия (1.5) (в том числе предельная нагрузка) не зависит от реальной физической природы взаимодействия берегов: функция  $p(w)$  может описывать как чисто нелинейно-упругое взаимодействие берегов, так и чистую пластичность элементов структуры, связывающих берега трещины, либо взаимодействие при наличии трения идеально упругих компонентов и т. п.

**2. Формулировка проблемы и асимптотическое решение.** Рассмотрим псевдомакротрещину, занимающую область  $|x_1| < l$ ,  $x_2 = 0$ ,  $|x_3| < \infty$  бесконечного анизотропного пространства. Будем предполагать наличие плоскости упругой симметрии нормальной оси  $x_3$ , тогда плоская задача распадается на две: продольный сдвиг и плоскую деформацию. На бесконечности задано однородное поле растягивающих напряжений

$$(2.1) \quad \sigma_{22}^{\infty} = p_{\infty}, \quad \sigma_{12}^{\infty} = \sigma_{11}^{\infty} = 0.$$

При неравных корнях  $\mu_r$  ( $r = 1, 2$ ) характеристического уравнения напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и перемещения  $u$ ,  $v$  выражаются через два комплексных потенциала С. Г. Лехницкого [6]:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \sigma_{11} &= 2\operatorname{Re}(\bar{\mu}_1 \Phi_1(z_1) + \bar{\mu}_2 \Phi_2(z_2)), \quad \sigma_{22} = 2\operatorname{Re}(\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)), \\ \sigma_{12} &= -2\operatorname{Re}(\mu_1 \Phi_1(z_1) + \mu_2 \Phi_2(z_2)), \quad u = 2\operatorname{Re}(p_1 \varphi_1(z_1) + p_2 \varphi_2(z_2)), \\ v &= 2\operatorname{Re}(q_1 \varphi_1(z_1) + q_2 \varphi_2(z_2)). \end{aligned}$$

Здесь  $z_r = x_1 + \mu_r x_2$ ;  $p_r$ ,  $q_r$  — комплексные параметры [6];  $\Phi_r(z_r) = \varphi_r'(z_r)$  ( $r = 1, 2$ ). На берегах псевдомакротрешины заданы условия связи (1.5), причем в силу симметрии

$$(2.3) \quad \sigma_{22}^+(x_1) = p(w(x_1)), \quad \sigma_{12}^+(x_1) = 0, \quad |x_1| < l$$

( $w(x) = v^+(x) - v^-(x)$ ). На оставшейся части оси  $x_1$  выполняются соотношения

$$(2.4) \quad \sigma_{12}^+(x_1) = 0, \quad v(x_1) = 0, \quad |x_1| > l.$$

Решение сформулированной задачи удобно искать в виде интегралов типа Коши аналогично тому, как это сделано в [3]:

$$(2.5) \quad \varphi_r(z_r) = \Gamma_r z_r + \frac{\mu_t}{2\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{q(x)}{\mu_t - \mu_r} \frac{dx}{x - z_r}$$

( $\Gamma_r$  — константы, определяющие поле (2.1) на бесконечности, а  $q(x)$  — непрерывная действительная функция, подлежащая определению). В выражениях (2.5) индексы  $r, t$  пробегают значения 1, 2 и альтернируют друг с другом: если  $r = 1$ , то  $t = 2$ , и наоборот. Неизвестная действительная функция  $q(x)$  связана с раскрытием псевдомакротрешины  $w(x) \equiv [v(x)]$  соотношением [3]

$$(2.6) \quad w(x) = \alpha q(x), \quad \alpha = 2 \frac{1 - v_{yz}^2}{E_y} \operatorname{Re} \left( i \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \right).$$

Условие непрерывности перемещений сводится к

$$(2.7) \quad q(l) = q(-l) = 0.$$

В этом случае (см. [3]) представления (2.2), (2.5) тождественно удовлетворяют всем граничным условиям (2.1), (2.3), (2.4), кроме первого условия (2.3). Распределение напряжений  $\sigma_{22}(x)$  на оси  $x_1$  дается формулой

$$(2.8) \quad \sigma_{22}^+(x) = \sigma_{22}^-(x) = p_\infty + \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{q'(\xi)}{\xi - x} d\xi,$$

причем для внутренних точек отрезка  $[-l, l]$  интеграл понимается в смысле главного значения по Коши. Удовлетворяя первому условию в (2.3) с помощью (2.6), (2.8), получаем нелинейное сингулярное интегро-дифференциальное уравнение

$$(2.9) \quad p(\alpha q(x)) - \frac{1}{\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{q'(\xi)}{\xi - x} d\xi = p_\infty$$

на неизвестную функцию  $q(x)$ , которое можно привести к нелинейному интегральному уравнению с логарифмическим ядром и решить численно. Здесь же будут рассмотрены условия, когда уравнение (2.9), (2.7) может быть решено асимптотически.

Оценим поведение функции  $q(x)$  при  $x \rightarrow \pm l$ . Использование свойств интегралов типа Коши вблизи концов линии интегрирования [7] применительно к уравнению (2.9) с учетом (2.7) приводит к обычной корневой зависимости раскрытия трещины  $w(x)$

$$(2.10) \quad q(x) \simeq 2N\sqrt{l - |x|}$$

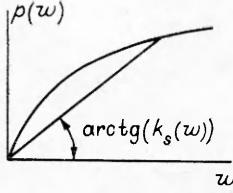
для любой ограниченной в нуле ( $w \rightarrow 0$ ) функции  $p(w)$ . Константа  $N$  связана с коэффициентом интенсивности напряжений  $K_1$  в кончике псевдомакротрешины соотношением

$$(2.11) \quad K_1 = N\sqrt{2\pi}.$$

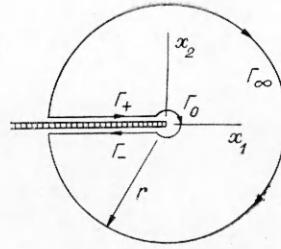
Таким образом, асимптотика напряженно-деформированного состояния около кончика псевдомакротрешины совпадает с обычной. Введем величину  $w_0 = \max \{w(x_1)\}$ ,  $x_1 \in [-l, l]$  — максимальное раскрытие псевдомакротрешины при данном уровне приложенных нагрузок (очевидно, что в случае граничных условий (2.1) максимум достигается в центре псевдомакротрешины). Тогда условие, эквивалентное неравенствам (1.3) линейной теории и определяющее малый параметр, по которому можно производить разложение решения, определяется с помощью секущего модуля функции  $p(w)$  (рис. 1)  $k_p(w) = p(w)/w$  и может быть представлено как

$$(2.12) \quad \lambda_p l \gg 1, \quad \lambda_p \equiv \alpha k_p(w_0).$$

Соответственно за малый параметр можно взять  $(\lambda_p l)^{-1}$ .



Р и с. 1



Р и с. 2

Если выполнено неравенство (2.12), то решение уравнения (2.9), асимптотически верное для точек отрезка  $[-l, l]$ , не слишком близких к его концам ( $|x| \leq l - \lambda_p^{-1}$ ), примет вид

$$(2.13) \quad q(x) = w_\infty \alpha^{-1} (1 + O(\lambda_p l)^{-1}),$$

где по определению положено  $w_\infty \equiv w(p_\infty)$ , а  $w(p)$  — функция, обратная  $p(w)$ . Физическая величина  $w_\infty$  представляет расхождение берегов псевдомакротрешины при достаточном удалении ( $\gg \lambda_p^{-1}$ ) от ее концов.

Вычислим коэффициент интенсивности напряжений  $K_1$  в кончике псевдомакротрешины, который, так же как и в случае псевдомакротрешины с линейными связями, при выполнении условий (2.12) не будет зависеть от ее длины. Соответственно предельные нагрузки тоже не будут зависеть от длины псевдомакротрешины. С этой целью рассмотрим полу бесконечную псевдомакротрешину под действием тех же самых нагрузок (2.1) и вычислим интеграл Эшелби — Черепанова — Райса

$$(2.14) \quad J = \int_{\Gamma} \left( \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dy - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial v_i}{\partial x} d\Gamma \right),$$

взятый по замкнутому контуру  $\Gamma = \Gamma_0 \cup \Gamma_+ \cup \Gamma_- \cup \Gamma_\infty$ , изображенному на рис. 2, и, следовательно, тождественно равный нулю. Разбив его на сумму интегралов, получим

$$(2.15) \quad J_0 = -J_\infty - J_+ - J_-.$$

Стягивая контур  $\Gamma_0$  к вершине псевдомакротрешины, найдем с учетом направления обхода интеграл

$$(2.16) \quad J_0 = -(\alpha/4)(K_1)^2.$$

Интеграл  $J_\infty$  по бесконечно удаленному контуру  $\Gamma_\infty$  стремится к нулю, поскольку поля напряжений и деформаций складываются из однородного внешнего поля и полей, связанных с псевдомакротрешиной, последние при удалении от вершины на расстояния  $r \gg \lambda_p^{-1}$  убывают по закону  $\sim r^{-1}$ , соответственно  $J_\infty \sim r^{-1}$ . Сумму интегралов  $J_+ + J_-$  легко представить в виде

$$J_+ + J_- = \int_{-r}^0 \sigma_{22}^+(x) \frac{\partial v^+}{\partial x} dx + \int_0^r \sigma_{22}^-(x) \frac{\partial v^-}{\partial x} dx.$$

Преобразуя это выражение, найдем  $J_+ + J_- = \int_0^r \sigma_{22}^\pm(x) dw(x)$ . Осуществляя здесь замену переменных с учетом того, что при  $r \rightarrow \infty$   $w(p) \rightarrow w_\infty$ , и условия (2.3), получим

$$(2.17) \quad J_+ + J_- = \int_0^{w_\infty} p(w) dw.$$

Собирая (2.15)–(2.17), имеем окончательно

$$(2.18) \quad K_I = \sqrt{\frac{4}{\alpha} \int_0^{w_\infty} p(w) dw}.$$

При линейном законе связи (1.1)  $p(w) = kw$  формула (2.18) переходит в  $K_I = p_\infty \sqrt{2/\lambda}$  ( $\lambda$  определено (1.2)), вычисленную в [3] иным способом.

Условие страгивания псевдомакротрешины с «пластическими» связями выведем из критерия Ирвина, приравнивая вычисленную величину  $K_I$  (2.18) ее критическому значению  $K_{Ic}$ :

$$(2.19) \quad K_I = K_{Ic} \equiv \sqrt{\frac{4\gamma_p E_y}{\kappa(1 - v_{yz}v_{zy})}}, \quad \kappa = \operatorname{Re} \left( i \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \right).$$

Подставляя (2.18) в (2.19), найдем окончательное условие страгивания псевдомакротрешины в виде

$$(2.20) \quad \int_0^{w_\infty} p(w) dw = 2\gamma_p,$$

где  $w_\infty^*$  следует трактовать как значение функции  $w(p_\infty)$  при  $p_\infty = p^*$ . Эту же формулу с помощью обратной функции  $w(p)$  можно представить как  $w_\infty^* p^* - \int_0^{p^*} w(p) dp = 2\gamma_p$ . Заметим, что при линейном законе связи  $p(w) = kw$  критерий (2.20) после вычисления интеграла сводится к соотношению (1.4), полученному в [3] другим путем.

Допущение условия (2.19) в качестве критерия разрушения вполне законно, поскольку непосредственно вблизи кончика псевдомакротрешины, согласно (2.10), реализуется чисто линейно-упругое напряженное состояние, а все возможные диссипативные процессы протекают на некотором удалении ( $\sim \lambda^{-1}$ ) от него. Следовательно, подвижное равновесие кончика псевдомакротрешины определяется исключительно вычисленным коэффициентом интенсивности напряжений  $K_I$  (2.18) и работой разрушения материала  $2\gamma_p$ . Величина  $2\gamma_p$  не включает потери на трение, выдергивание волокон и прочую диссипацию энергии, не ассоциируемую непосредственно с процессами, протекающими в кончике.

Таким образом, как отмечено выше, критическая нагрузка на страгивание псевдомакротрешины зависит лишь от вида функции  $p(w)$ , физический смысл которой может быть совершенно произведен.

В качестве примера рассмотрим псевдомакротрешину с логарифмическим законом связи берегов:

$$(2.21) \quad p(w) = p_0 \ln \left( 1 + \frac{k}{p_0} w \right)$$

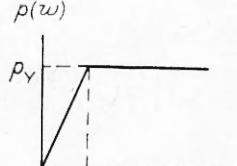
( $p_0$  и  $k$  — фиксированные константы). Подставляя (2.21) в (2.20), получаем уравнение, связывающее критическую нагрузку  $p^*$  с работой разрушения  $2\gamma_p$  и параметрами связи  $p_0$ ,  $k$ :

$$(2.22) \quad (p^*/p_0 - 1) \exp(p^*/p_0) + 1 = 2\gamma_p k/p_0^2,$$

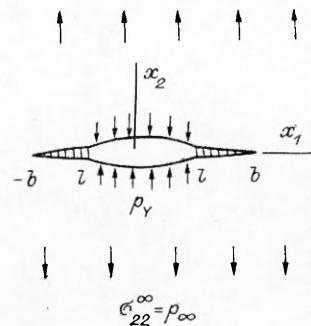
откуда при  $p^* \ll p_0$  вновь находим (1.4)  $p^* = \sqrt{4\gamma_p k}$ , а при  $p^* \gg p_0$  имеем  $p^* = p_0 \ln(2\gamma_p k/p_0^2)$ . После решения задачи необходимо проверить выполнение неравенства (2.12). В случае закона связи (2.21) это условие сводится к

$$(2.23) \quad klp^*/p_0 \gg E_y(\exp(p^*/p_0) - 1).$$

Если величина  $p^*$ , найденная из уравнения (2.22), при подстановке в условие (2.23) не нарушает его, то изложенный асимптотический подход дает верные результаты во всем возможном диапазоне внешних нагрузок



Р и с. 3



Р и с. 4

$p_{\infty}$  от нуля до  $p^*$ . Рассмотренный пример показывает, что, вообще говоря, для псевдомакротрецины длиной  $2l$  с нелинейным законом связи берегов (1.5) может существовать область внешних нагрузок  $p$ , при которых рассмотренный асимптотический подход неприменим, ибо нарушение неравенства (2.12) ведет к отклонениям от формул (2.13), (2.18) (см. п. 3).

Приведем без вывода предельную нагрузку  $p^*$  и условия применимости асимптотических формул в случае степенного закона взаимодействия берегов:  $p(w) = kw^{1/s}$  ( $s > 1$ ). Согласно (2.19), предельная нагрузка  $p^*$  выражается формулой  $p^* = (2\gamma_p(1 + 1/s)k^s)^{1/(s+1)}$ , а условие ее применимости есть  $lk^s \gg E_y(p^*)^{s-1}$ .

**3. Псевдомакротрецина с упругоидеальноупластическими и жестко-пластическими связями.** Случай псевдомакротрецины длины  $2b$  с упругоидеальноупластическими связями, определяемыми формулой

$$(3.1) \quad p(w) = \begin{cases} kw, & \text{если } w < w_Y, \\ p_Y \equiv kw_Y, & \text{если } w > w_Y \end{cases}$$

(рис. 3), заслуживает отдельного рассмотрения. Будем считать, что условие

$$(3.2) \quad kb \gg E_y$$

выполнено. Если внешняя нагрузка  $\sigma_{22}^{\infty} = p_{\infty}$  меньше предельной  $p_Y$ , то решение этой задачи тривиально следует из решения рассмотренной в [3] задачи о псевдомакротрецине с линейными связями. Если  $p_{\infty} > p_Y$ , то формально решение совпадает с решением задачи о макротрецине длиной  $2l$  ( $l < b$ ), испускающей из своих концов псевдомакротрецины размером  $b - l$  (рис. 4), рассмотренной в [8]. При этом на участках  $|x| < l$ , согласно (3.1), выполнены условия

$$(3.3) \quad \sigma_{22}^{\pm}(x) = p_Y, \quad \sigma_{12}^{\pm}(x) = 0,$$

а на участках  $l < |x| < b$

$$(3.4) \quad \sigma_{22}^{\pm}(x) = kw, \quad \sigma_{12}^{\pm}(x) = 0.$$

Решение задачи (3.3), (3.4) представляется интегралами типа Коши аналогично (2.5), причем на неизвестную действительную плотность потенциалов  $q(x)$  ( $q(\pm b) = 0$ ) может быть получено сингулярное интегродифференциальное уравнение, аналогичное [8]:

$$p_{\infty} + \frac{1}{\pi} \int_{-b}^{+b} \frac{q'(\xi)}{\xi - x} d\xi = \begin{cases} p_Y, & |x| < l, \\ \lambda q(x), & l < |x| < b. \end{cases}$$

Здесь  $\lambda$ , как и в [3, 8], определяется выражением (1.2). Неизвестная точка перехода  $l$  находится из условия  $\lambda q(l) = p_Y$ , причем на центральном участке  $q(x) > p_Y \lambda^{-1}$ , а при  $l < |x| < b$  должно быть выполнено  $q(x) < p_Y \lambda^{-1}$ . Заметим, что величина крайних участков  $b - l$  будет сравнима с длиной псевдомакротрецины ( $b - l \sim b$ ) лишь тогда, когда выполнено

условие

$$(3.5) \quad 0 < \frac{p_\infty - p_Y}{p_Y} \ll \frac{1}{\sqrt{\lambda b}}.$$

Поскольку неравенство (3.2) эквивалентно  $\lambda b \gg 1$ , то условие (3.5) определяет лишь относительно узкий диапазон внешних нагрузок, при которых возможно  $b - l \sim b$ . Если внешняя нагрузка  $p_\infty$  не удовлетворяет последнему неравенству в (3.5), то размер концевых зон будет мал по сравнению с длиной псевдомакротрецины:  $b - l \ll b$ .

Рассмотрим подробнее эту ситуацию, как наиболее важную, с одной стороны, и допускающую аналитическое решение — с другой. В этом случае вблизи конца псевдомакротрецины имеют место две асимптотики: ближняя на расстояниях  $r \ll \lambda^{-1}$ , с коэффициентом интенсивности напряжений  $K_I$  и дальняя на расстояниях  $r$  таких, что  $b - l \ll r \ll l$ ,  $r \gg \lambda^{-1}$ , с коэффициентом интенсивности напряжений

$$(3.6) \quad K_I^\infty = (p_\infty - p_Y) \sqrt{\pi b}.$$

Вычисляя интеграл Эшелби — Черепанова — Райса (2.14) по контуру, изображеному на рис. 2 (контур  $\Gamma_0$  проходит в области действия ближней асимптотики, а контур  $\Gamma_\infty$  — дальней), найдем связь между  $K_I$  и  $K_I^\infty$ :

$$\frac{1 - v_{yz}v_{zy}}{2E_y} \chi (K_I^\infty)^2 = \frac{1 - v_{zy}v_{yz}}{2E_y} \chi (K_I)^2 + k \frac{w^2(l)}{2} - p_Y w(l).$$

Поскольку в точке  $x = l$  выполнено  $w(l) = w_Y \equiv p_Y/k$ , последнее соотношение принимает простой вид

$$(3.7) \quad (K_I^\infty)^2 = (K_I)^2 - 2p_Y^2/\lambda.$$

Наконец, учитывая (3.6), получаем окончательное выражение

$$(3.8) \quad K_I = \sqrt{(p_\infty - p_Y)^2 \pi b + 2p_Y^2/\lambda}.$$

Последним слагаемым в подкоренном выражении пренебрегать, вообще говоря, не всегда возможно даже с учетом  $\lambda b \gg 1$ , поскольку уровень внешней нагрузки может оказаться таким, что первый член в подкоренном выражении будет сравним со вторым. Это имеет место, если, например,  $p_\infty \sim p_Y (1 + \sqrt{2/\pi \lambda b})$ .

Критические напряжения  $p_*$  определяются путем приравнивания вычисленной величины  $K_I$  (3.8) ее критическому значению (2.19):

$$(3.9) \quad p_* = p_Y + \sqrt{\frac{4\gamma_p E_y}{\chi(1 - v_{yz}v_{zy}) \pi b} - \frac{2p_Y^2}{\pi \lambda b}}.$$

Выражение (3.9) для  $p_*$  справедливо лишь при  $p_Y < \sqrt{4\gamma_p k}$ . В противном случае справедлива формула (1.4).

Псевдомакротрецина с жесткопластическими связями представляет предельный случай рассмотренного выше примера. Функция  $p(w)$  (3.1) берется в виде

$$p(w) = \begin{cases} 0, & \text{если } w < w_Y, \\ p_Y, & \text{если } w > w_Y. \end{cases}$$

При этом, если внешняя нагрузка  $p_\infty$  меньше  $p_Y$ , псевдомакротрецина не возмущает окружающее внешнее однородное поле. При  $p_\infty > p_Y$  поле псевдомакротрецины совпадает с полем обычной макротрецины, подверженной действию однородных нагрузок  $\sigma_y = p_\infty$  на бесконечности и нормальных усилий  $\sigma_y^\perp = p_Y$  на ее берегах, коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  дается выражением  $K_I = (p_\infty - p_Y) \sqrt{\pi b}$ , что приводит к критическим нагрузкам  $p_* = p_Y + \sqrt{4\gamma_p E_y / [\chi(1 - v_{yz}v_{zy}) \pi b]}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Evans A. G. The mechanical performance of fibre reinforced ceramic matrix composites // Proc. 9th RISQ International Symposium on Metallurgy and Materials Sciences, «Mechanical Physical Behaviour of Metallic and Ceramic Composites»/Eds. by S. I. Andersen, H. Lilholt, O. B. Pedersen.— Roskilde, 1988.
2. Казьмин В. И., Милейко С. Т., Твардовский В. В. Разрушение модельного композита с керамической матрицей // Механика композит. материалов.— 1988.— № 2.
3. Твардовский В. В. К теории псевдомакротреции в анизотропном теле (Ч. I. Одиночная псевдомакротреция) // Изв. АН СССР. МТТ.— 1991.— № 2.
4. Marshall D. B., Cox B. N., Evans A. G. The mechanism of matrix cracking in brittle-matrix fibre composites // Acta Met.— 1985.— V. 33, N 11.
5. McCartney L. N. Mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fibre-reinforced composites // Proc. Roy. Soc. Lond.— 1987.— V. A—409.— P. 329.
6. Лехицкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела.— М.: Наука, 1977.
7. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.— М.: Гостехиздат, 1946.
8. Твардовский В. В. К теории псевдомакротреции в анизотропном теле (Ч. II. Взаимодействие макро- и псевдомакротреций) // Изв. АН СССР. МТТ.— 1991.— № 3.

г. Черноголовка

Поступила 16/VII 1990 г.

УДК 532.593:621.7.044.2

И. А. Костюков

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ И МЕХАНИЗМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПОГРАНИЧНЫХ ЗОН ПРИ ДВУМЕРНОМ ВЗРЫВНОМ КОМПАКТИРОВАНИИ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

**1. Введение.** При компактировании порошковых материалов (ПМ) в условиях двумерного взрывного нагружения возможно возникновение зон структурных неоднородностей, расположенных вблизи границ раздела ПМ с деформируемой преградой. Такие неоднородности наблюдаются, например, в порошковых компактах цилиндрической формы, содержащих внутри монолитный стержень [1, 2], или при нанесении ПМ на плоскую металлическую подложку [3, 4]. Результаты металлографии позволяют выделить два основных типа неоднородностей: высокотемпературные («горячие») зоны, структура которых свидетельствует о значительном разогреве ПМ в процессе компактирования [1, 3, 4], и низкотемпературные («холодные») зоны, где процесс компактирования не сопровождается существенным повышением температуры [2].

В настоящее время нет устоявшейся точки зрения на механизмы возникновения указанных неоднородностей. Причина в том, что в большинстве работ выводы основываются главным образом на результатах металлографии структуры компактов, сохраненных после нагружения. При этом утрачивается наиболее ценная информация, касающаяся поведения ПМ в динамике, т. е. в момент нагружения. Результаты металлографии являются лишь косвенными свидетельствами динамических процессов, протекающих в ПМ, и нередко допускают неоднозначную интерпретацию. Это создает широкие возможности для выдвижения существенно различных концепций.

Естественный путь внесения ясности в рассматриваемую проблему — проведение комплексных исследований, сочетающих анализ структуры сохранившихся образцов с прямыми экспериментальными наблюдениями картины течения ПМ в момент нагружения и численными расчетами областей существования различных режимов течения. Это определило цель настоящей работы, которая заключалась в изучении возможных вариантов течений, возникающих при наклонном отражении ударных волн (УВ) в ПМ от поверхности монолитной металлической преграды, и выяснении влияния картины течения на структурные особенности получаемых компактов.

**2. Исследуемые материалы.** Эксперименты проводились на порошках титана, никеля, меди, мононикелида титана (TiNi) и оловянистой бронзы. Бронзовые частицы имели форму, близкую к сферической. Форма частиц остальных порошков неправильная. Дисперсность изменялась в диапазоне от 20—50 до 400—630 мкм. Исходная плотность ПМ составляла 30—63 % плотности монолитного состояния.

В экспериментальных сборках преграды изготавливались из алюминия, меди, никеля и молибдена. В численных расчетах использовался также бериллий. Такой выбор объектов изучения обусловлен широким спектром изменения физико-механических характеристик и практической значимостью некоторых из них для решения конкретных задач.