

УДК 535.529:541.64

РЕОКИНЕТИКА ПЕРЕНОСА ИМПУЛЬСА В СРЕДАХ С МИКРОСТРУКТУРОЙ

В. И. Попов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Предложена теория переноса импульса в химически активных средах с микроструктурой, в основу которой положено представление о существовании непрерывного внутреннего параметра, связанного со среднестатистической структурой среды, подчиняющегося основным положениям реологии и физической кинетики. Получены выражения для компонент тензора напряжения, позволяющие оценить и проанализировать влияние физико-химических свойств среды, внешних параметров воздействия на характеристики переноса импульса. В качестве примера рассмотрены однородные потоки (нестационарные сдвиговый, осциллирующий, элонгационный), результаты исследования которых могут быть использованы при изучении сложнопереформированных потоков.

Составляющие многофазных сред существенно различаются размерами и физическими свойствами. Процессы переноса в таких гетерогенных средах, где отдельная фаза занимает часть объема среды ($V = \sum V_j, j = 1, \dots, n$), описываются в [1] в приближении “многоскоростных (температурных) взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов” с учетом осреднения термомеханических характеристик и физических свойств по совокупности их значений для отдельных локально-равновесных фаз, занимающих объем V_j . Перенос в этих средах может быть обусловлен неравновесным характером массового, силового, энергетического, физико-химического межфазного взаимодействия внутри представительного объема смеси V .

Вместе с тем существует большое количество мелко- и ультрадисперсных несжимаемых многокомпонентных сред и их течений [2], для которых проблема переноса может быть рассмотрена с позиций квазигомогенного подхода с привлечением методов реологии и физической (структурной) кинетики. В гомогенной среде каждый компонент может занимать весь объем среды ($V = V_j, j = 1, \dots, n$). Перенос импульса (вещества, энергии) и соответствующие потоки в таких средах, возникающие под действием внешних и внутренних сил, могут быть описаны отклонением функции распределения плотности вероятности физико-химических (структурных) свойств компонентов среды от их равновесного состояния.

Полагаем, что вклад реакционных сил в изменение импульса зависит от скорости изменения моментов функции распределения плотности вероятности химически активного числа компонентов среды, вступивших в реакцию.

Рассматривается достаточно общий класс реологических сред, определяемый структурно-механическими свойствами.

Известно, что среда с невзаимодействующими между собой мелкими частицами (объемная концентрация частиц $\varphi \leq 0,02$) в ламинарном режиме не проявляет реологических свойств. В этом случае многокомпонентная среда моделируется пространственной флуктуационной сеточной структурой [3–6], заполненной нерологической средой (например, низкомолекулярный растворитель, окислитель и т. п.). Модель среды с микроструктурой представлена в работе [6].

Характерной кинетической величиной структурной сетки может служить безынерционный сегмент Куна [7]. Это наименьший микроскопический линейный масштаб b_i

субцепи протяженностью $b_i S < H$, который для данного макроскопического возмущения имеет случайную подвижность (i -го физико-химического компонента) с линейной скоростью v_i . Здесь S — количество сегментов между двумя ближайшими узлами сетки; H — характерный макроскопический масштаб, на котором существенно меняются термодинамические и статистические параметры течения среды. Непрерывность случайной величины (компонента) обеспечивается введением функции распределения плотности вероятности $W_i(x, v_i, t)$, для которой x , v_i и t являются независимыми переменными. Средняя скорость компонента с числовой (концентрационной) плотностью $n_i(x, t) = \int W_i(x, v_i, t) dv_i$ представляет собой осредненную по распределению v_i величину $\bar{v}_i(x, t) = n_i^{-1} \int v_i W_i(x, v_i, t) dv_i$. Скорость течения смеси определяется как $v_0(x, t)$. Тепловая скорость компонента определяется как разность $v_i - v_0$, диффузионная скорость потока компонентов определяется как разность $\bar{v}_i - v_0$. При этом система отсчета движется с макроскопической скоростью течения смеси.

Из-за сложности учета информации о движении компонентов-сегментов (учета межсегментальной жесткости, ориентации этих компонентов и т. п.) модель упрощается. В дальнейшем предполагается, что несущая среда взаимодействует с неупорядоченной ($Sb_i \neq \text{const}$) пространственной свободносочлененной сеточной структурой в ее узлах (x_i^α , $\alpha = 1, \dots, n$), в которых сконцентрированы стоковые гидродинамические, упругие (энтропийные) и тепловые диффузионные силы. Следовательно, считается, что эффективный узел (диаметром d_i) гидродинамически взаимодействует с несущей средой (газом, жидкостью, окислителем топлива и т. п.) так же, как совокупность компонентов-сегментов субцепи с плотностью $n_i \approx Sb_i$. Скорость химической реакции моделируется скоростью изменения числа активных сеточных узлов, вступивших в реакцию.

В соответствии с кинематической теоремой переноса [8] уравнение непрерывности для функции распределения плотности вероятности W_i реагирующего i -го компонента (узла) имеет вид

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \text{div}(W_i \bar{v}_i) = M_i. \quad (1)$$

Здесь \bar{v}_i — скорость узла относительно подвижной (связанной с центром масс узлов) системы координат; $M_i = \partial W_i / \partial t$ — скорость изменения плотности вероятности числа узлов, вступивших в реакцию (скорость химической реакции энергетически активных узлов).

Соотношение для \bar{v}_i в уравнении (1) находим из условия безынерционного баланса сил, действующих на выделенный узел: $\Sigma f \approx 0$. Сила сопротивления Стокса узла относительно невозмущенной им макроскопической скорости среды в точке расположения узла

$$f_1 = -\xi(\bar{v}_i - \dot{v}_{ij} x_j). \quad (2)$$

Здесь ξ — коэффициент трения узла диаметром d_i .

В растянутой субцепи (на величину h) действует стягивающая ее энтропийная сила $F = 3kTh/(Sb_i^2)$. Обозначая через x_i^α ($\alpha = 1, 2, \dots, n$) координаты узлов окружения и учитывая, что начало координат помещено в центр масс, получим $\sum_{\alpha=1}^n x_i^\alpha \approx 0$. Эффективная масса узла $m_\alpha = \text{const}$. В соответствии с этим для упругой силы имеем (принимая наиболее вероятное значение $\alpha \approx 4$)

$$f_2 = \frac{3kT}{Sb_i^2} \sum_{\alpha=1}^n (x_i^\alpha - x_i) \approx -\frac{12kTx_i}{Sb_i^2}, \quad (3)$$

где k — постоянная Больцмана.

Диффузионная сила, возникающая вследствие теплового движения i -го узла со скоростью \bar{v}_i относительно системы координат, равна [3–5]

$$f_3 = -D\xi\nabla \ln c = -kT \frac{\partial \ln W_i}{\partial x_i}. \quad (4)$$

Здесь D — коэффициент диффузии; T — температура. Из условия безынерционного баланса сил имеем

$$\bar{v}_i = \xi^{-1}(\xi\dot{v}_{ij}x_j + f_2 + f_3). \quad (5)$$

Из (1)–(5) находим

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + x_j\dot{v}_{ij} \frac{\partial W_i}{\partial x_j} = \varkappa^{-1}[\Delta W_i + \nabla(xW_i)] \pm \frac{\partial \bar{W}_i}{\partial t}, \quad (6)$$

где $\varkappa = \xi S b_i^2 / (12kT)$ — время перехода структуры среды к наиболее вероятному конфигурационному состоянию (время динамической релаксации). В соотношении (6) координаты $x_{i,j}$ отнесены к величине $(S b_i^2 / 12)^{0,5}$.

Для равновесного состояния все производные в левой части и последний член в правой части уравнения (6) равны нулю. С учетом нормировки на $\int_{-\infty}^{\infty} W_i(x) dx = 1$ уравнение (6) имеет вид

$$W_0 = (12 / (2\pi S b_i^2))^{3/2} \exp(-12x^2 / (2S b_i^2)).$$

При этом среднеквадратичное отклонение узла от начала координат (пространство конфигурации) составляет $\langle x^2 \rangle_0 = \int x^2 W_0 dx = S b_i^2 / 4$. Следовательно, равновесное состояние среды характеризуется внутренним структурным масштабом (среднеквадратичным радиусом инерции) порядка $\langle x^2 \rangle_0 = 3\varkappa D$. Следует отметить, что W_0 зависит от величины $S b_i^2$, имеющей физический смысл (среднеквадратичный радиус инерции сил взаимодействия).

Умножая на $x_i x_j$ и интегрируя (6), находим уравнение для первых моментов функции распределения $(\langle x_i x_j \rangle = \int x_i x_j W_i dV_i)$

$$\frac{d\langle x_i x_j \rangle}{dt} = \langle x_i x_k \rangle \dot{v}_{kj} + \langle x_j x_k \rangle \dot{v}_{ki} - 2\varkappa^{-1}(\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij}) \pm \frac{\partial \langle x_i x_j \rangle}{\partial t}. \quad (7)$$

При выводе уравнения (7) использованы условия несжимаемости ($\dot{v}_{kk} = 0$), нормировка величины W_i и сделан переход от объемного интеграла к поверхностному при условии $W_i \rightarrow 0$ на бесконечности. Здесь δ_{ij} — единичная матрица.

В дальнейшем при решении конкретных задач в различных условиях деформирования полагаем, что скорость химической реакции (в условиях источника или стока) зависит от величины $\langle x_i x_j \rangle$, т. е. $\partial \langle x_i x_j \rangle / \partial t = \pm k \langle x_i x_j \rangle$ (или $\partial \langle x_i x_j \rangle / \partial t = \pm k(\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij})$). Константа скорости химической реакции может зависеть от температуры по закону Аррениуса $k = k_0 \exp(-E/(RT))$. Здесь E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная. Время реакции τ (время химической релаксации или время существования узлов в масштабе $\langle x^2 \rangle_0$) для реакции первого порядка обратно пропорционально скорости реакции: $k \sim \tau^{-1}$. Величина $k_0 \sim \tau_0^{-1}$ — масштаб полного времени химической реакции.

Перенос импульса возникает только в неравновесных состояниях среды, когда функция распределения плотности вероятности отличается от равновесной. Из соотношения (7) следует, что это отличие возникает из-за локальной и пространственной неоднородности величины $\langle x_i x_j \rangle$, а также вследствие химических реакций.

Приводя (7) к безразмерному виду, получаем

$$\text{De}_0 \frac{d\langle x_i x_j \rangle}{d\bar{t}} = \text{We}_0 [\langle x_i x_k \rangle \bar{v}_{kj} + \langle x_j x_k \rangle \bar{v}_{ki}] - \beta(G, T) [\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij}]. \quad (8)$$

Здесь $\bar{t} = t/t_*$; t_* — время завершения физико-химических изменений в пространстве конфигурации $\langle x^2 \rangle_0 = Sb_i^2/4$; G — градиент скорости.

Видно, что реокинетика процесса характеризуется числом Дебры $\text{De}_0 = \bar{\alpha}_0/t_*$ и числом Вейссенберга $\text{We}_0 = G\bar{\alpha}_0$, а также физической нелинейностью типа $\beta(G, T) = 2\bar{\alpha}_0/\bar{\alpha}(G) \pm (\bar{\alpha}_0/\tau_0) \exp(-E/(RT))$, где $\bar{\alpha}_0$ — максимальное время релаксации при $G \rightarrow 0$; $\beta^{-1}(G, T)$ — безразмерное время физико-химической релаксации при условии стока или источника узлов в реакционном пространстве (соответственно в выражении для β берется знак “плюс” или “минус”).

Из уравнения (8) следует, что под действием внешних сил (G, T) макроскопический перенос импульса в рассматриваемых средах должен осуществляться не мгновенно, а в соответствии с временами физической и химической релаксации.

При низкой температуре реагирования $\bar{\alpha} \ll \tau = \tau_0 \exp(E/(RT))$, $\beta = (2\bar{\alpha} \pm \tau)/(\tau\bar{\alpha}) \approx 1/\bar{\alpha}$, поэтому определяющим (самым медленным) механизмом переноса является химическая кинетика. При достаточно высокой температуре $\beta \approx 1/\tau$, и определяющим механизмом переноса может быть диффузионный. Когда времена физической и химической релаксации имеют один и тот же порядок, перенос осуществляется в переходном (диффузионно-кинетическом) режиме.

Вектор плотности потока импульса узлов через элементарную поверхность по направлению x_j в единицу времени относительно v_0 находим следующим способом [8]. Если один узел взаимодействует со средой с силой $f_1 = -\xi(\bar{v}_i - \dot{v}_{ij}x_j)$, а в единице объема n_i узлов, то

$$P_{ij} = -P_0\delta_{ij} + 2\mu\dot{e}_{ij} - 0,5n_i \int x_j(f_2 + f_3)W_i dV_i, \quad (9)$$

где $\dot{e}_{ij} = 0,5(\partial v_{ij} + \partial v_{ji})$ — симметричная часть тензора скоростей деформации; μ — вязкость несущей среды.

В соответствии с (3), (4) из (9) находим

$$P_{ij} = -P_0\delta_{ij} + 2\mu\dot{e}_{ij} + \varepsilon(\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij}). \quad (10)$$

При выводе соотношения (10) использовались теорема Остроградского — Гаусса и нормировка. Величина $\varepsilon = 0,5n_i kT$ — экспериментально определяемый модуль упругости среды. Моменты функции распределения плотности вероятности узлов отнесены к величине $Sb_i^2/12$.

Из уравнения (10) следует, что известное соотношение для тензора напряжений в данной модели дополняется анизотропной частью $\varepsilon(\langle x_i x_j \rangle - \delta_{ij})$, устанавливающей меру отклонения напряженного состояния среды от равновесного значения.

Используя полученные соотношения, рассмотрим на отдельных примерах влияние реокинетических факторов переноса импульса.

Для случая $\dot{v}_{21} = G \sin(\omega t)$ система уравнений для моментов функции распределения (8) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle x_1^2 \rangle}{dt} + \beta[\langle x_1^2 \rangle - 1] &= 2G\langle x_1 x_2 \rangle \sin(\omega t), & \frac{d\langle x_1 x_2 \rangle}{dt} + \beta\langle x_1 x_2 \rangle &= G\langle x_2^2 \rangle \sin(\omega t), \\ \frac{d\langle x_2^2 \rangle}{dt} + \beta[\langle x_2^2 \rangle - 1] &= 0, & \frac{d\langle x_1 x_3 \rangle}{dt} + \beta\langle x_1 x_3 \rangle &= G\langle x_2 x_3 \rangle \sin(\omega t), \\ \frac{d\langle x_3^2 \rangle}{dt} + \beta[\langle x_3^2 \rangle - 1] &= 0, & \frac{d\langle x_2 x_3 \rangle}{dt} + \beta\langle x_2 x_3 \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь G — амплитуда деформирования; $\omega = 2\pi/t_*$, где t_* — период деформирования (характерный временной масштаб); $\beta = 2/\alpha + (1/\tau_0) \exp(-E/(RT))$.

Из системы неоднородных уравнений (11) методом вариации произвольных постоянных находим соответствующие моменты $\langle x_i x_j \rangle$. При этом использовано начальное условие $t = 0$: $\langle x_1^2 \rangle = \langle x_2^2 \rangle = \langle x_3^2 \rangle = 1$, $\langle x_3 x_1 \rangle = \langle x_1 x_2 \rangle = \langle x_2 x_3 \rangle = 0$.

Последовательное решение системы уравнений (11) приводит к следующим безразмерным выражениям для ненулевых моментов:

$$\begin{aligned} \langle x_2^2 \rangle = \langle x_3^2 \rangle &= 1, \quad \langle x_1 x_2 \rangle = \frac{G}{\beta^2 + \omega^2} [\beta \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t) - \beta \exp(-\beta t)], \\ \langle x_1^2 \rangle &= 1 + \frac{2G^2\beta}{\beta^2 + \omega^2} \left[\frac{1}{2\beta} - \frac{0,5\beta \cos(2\omega t) + \omega \sin(2\omega t)}{\beta^2 + 4\omega^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega}{2\beta} \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\beta \sin(2\omega t) - 2\omega \cos(2\omega t)}{\beta^2 + 4\omega^2} \right) + \frac{\exp(-\beta t) \cos(\omega t)}{\omega} \right] + A \exp(-\beta t), \\ A &= -\frac{G^2}{\beta^2 + \omega^2} \left[1 - \frac{3\omega\beta}{\beta^2 + 4\omega^2} - \frac{\omega}{\beta^2} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Для случая $\omega = 0$ из (12) имеем

$$\langle x_1 x_2 \rangle = \frac{G}{\beta} (1 - \exp(-\beta t)), \quad \langle x_1^2 \rangle = 1 + \frac{2G^2}{\beta^2} (1 - \exp(-\beta t) - \beta t \exp(-\beta t)). \quad (13)$$

Выражения (13) при $t \rightarrow \infty$ можно записать в виде

$$\| \langle x_i x_j \rangle \| = \left\| \begin{array}{ccc} 1 + 2G^2/\beta^2 & G/\beta & 0 \\ G/\beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right\|. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (10), для тензора напряжений получим

$$P_{ij} = \left\| \begin{array}{ccc} -P_0 + 2\varepsilon G^2/\beta^2 & \mu G + \varepsilon G/\beta & 0 \\ \mu G + \varepsilon G/\beta & -P_0 & 0 \\ 0 & 0 & -P_0 \end{array} \right\|. \quad (15)$$

Из (15) следует, что для реализации сдвигового течения, задаваемого постоянным градиентом скорости $G = \dot{\nu}_{12}$, напряженное состояние характеризуется тензором напряжения с касательными $\tau_{12} = \tau_{21}$ и нормальными компонентами P_{ii} , причем $\tau_{ij} \sim G$, а $(P_{11} - P_{22}) \sim G^2$. Подобная вязкоупругость следует из опытов [9–11], а также из различных феноменологических моделей как дифференциального, так и интегрального [2] типов.

Для рассматриваемых сред имеет место анизотропия потоков импульса и скорости химической реакции. На рис. 1, 2 для переходного режима течения ($G\tau_0 = 0,1$) представлены зависимости разности нормальных $P_{11} - P_{22}$ и касательных τ_{12} компонент напряжений от безразмерного времени и величины RT/E . Разность нормальных напряжений во времени вначале меняется медленнее, чем касательные напряжения, в дальнейшем — быстрее. С увеличением RT/E разность $P_{11} - P_{22}$ уменьшается быстрее, чем τ_{12} . При малых временах внешнего воздействия перенос импульса практически не зависит от RT/E .

Известно, что не все столкновения молекул, энергия которых превышает энергию активации, приводят к химическому превращению. Для протекания реакции кроме требуемой энергии активации необходимо, чтобы соударяющиеся молекулярные структуры были

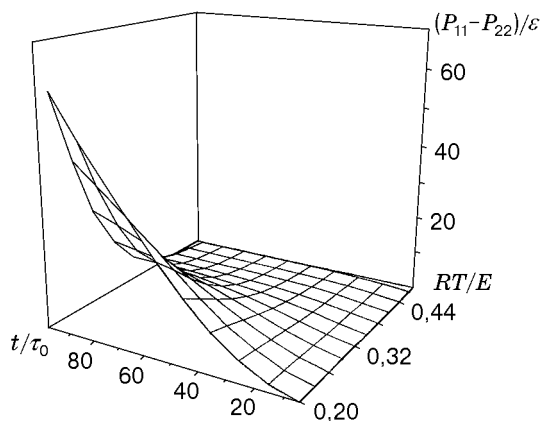


Рис. 1

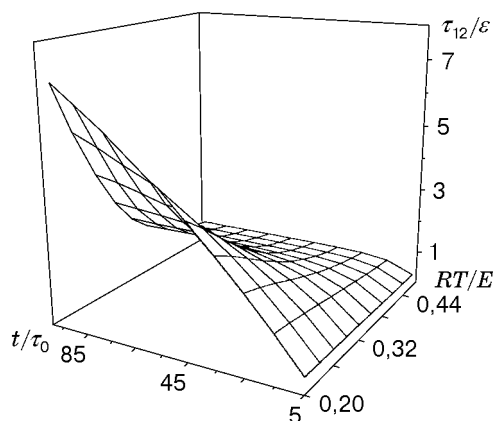


Рис. 2

определенным образом ориентированы и упакованы, а импульсы упорядочены. Для сложных структур ориентация может существенно влиять на скорость и направление химических реакций.

Посредством ортогональных преобразований [12] матрицы (14) находим

$$\frac{\langle x_1^2 \rangle - \langle x_2^2 \rangle}{2\langle x_1 x_2 \rangle} = \frac{G\alpha_0}{2\alpha_0/\alpha \pm (\alpha_0/\tau_0) \exp(-E/(RT))} = \operatorname{ctg} 2\psi. \quad (16)$$

Соотношение (16) определяет вероятность того, что главные оси эллипса вращения для моментов ориентированы по течению. В случае $G \rightarrow 0$ и $\psi = 45^\circ$ $P_{11} - P_{22} = 2\tau_{12} = 0$; в случае $\psi = 22,5^\circ$ имеет место соотношение $P_{11} - P_{22} = 2\tau_{12}$. Из (16) следует, что с увеличением G угол ориентации и энергия активации среды уменьшаются. Это связано с увеличением частоты контактов между компонентами. Следовательно, с увеличением скорости сдвига скорость реакции возрастает. Зависимость $\operatorname{ctg} 2\psi = f(RT/E, t/\tau_0)$ при $G\tau_0 = 0,1$ представлена на рис. 3. Ориентация оказывает существенное влияние на анизотропию потока и скорость химических реакций в области малых температур.

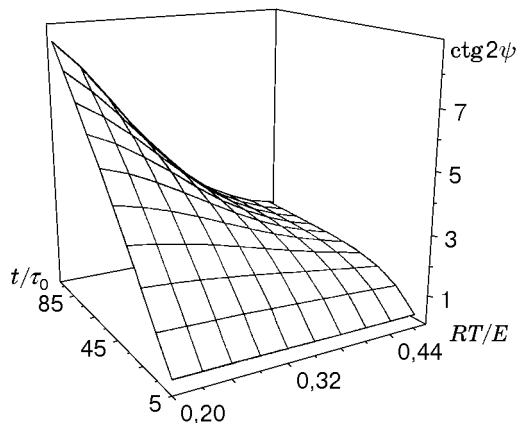


Рис. 3

На рис. 4, 5 соответственно в переходном и стационарном режимах деформирования высокомолекулярных сред представлены экспериментальные и расчетные данные по приведенной выше модели в условиях $\tau_0 \rightarrow \infty$. Характеристики модели α , ε находились из опытных данных [13–16] в соответствии с прогнозами данной теории в стационарных условиях деформирования. На рис. 4 сплошными линиями представлены результаты экспериментов [13], выполненных с 8%-м раствором полистирола в трикрезилфосфате ($\vartheta_1 = \operatorname{ctg} 2\psi$ (линия 1); $\vartheta_2 = \tau_{12}/\varepsilon$ (линия 2); $\vartheta_3 = (P_{11} - P_{22})/\varepsilon$ (линия 3)). На рис. 4 приведена также расчетная зависимость $\vartheta_4 = \varepsilon(P_{11} - P_{22})/\tau_{12}^2 = f(\beta t)$ (линия 4). Выражение $\varepsilon(P_{11} - P_{22})/\tau_{12}^2$ представляет собой отношение запасенной упругой энергии при сдвиге к диссипируемой. Из результатов анализа следует, что в отличие от зависимостей для τ_{12} , $P_{11} - P_{22}$ и $\operatorname{ctg} 2\psi$ отношение $\varepsilon(P_{11} - P_{22})/\tau_{12}^2$ не зависит от амплитуды деформирования и слабо зависит от RT/E .

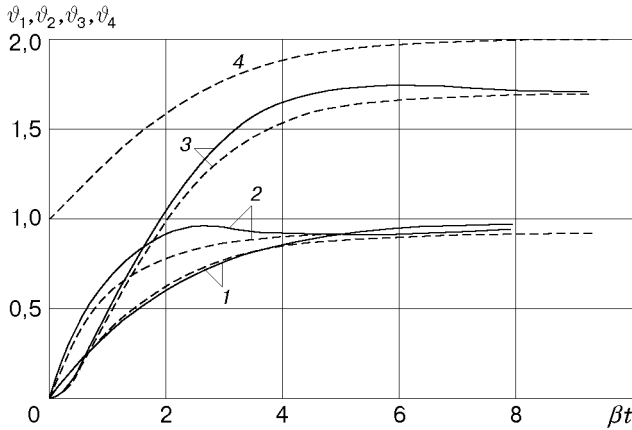


Рис. 4

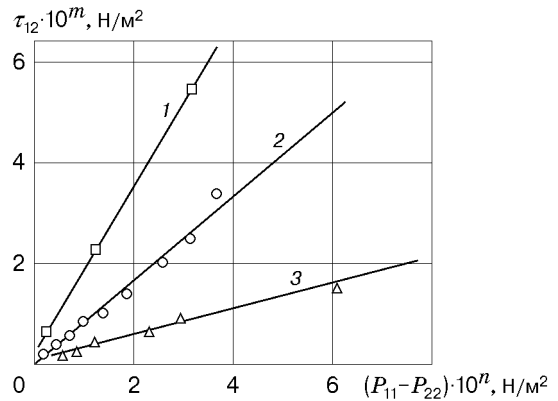


Рис. 5

На рис. 5 представлены экспериментальные данные (точки): 1 — [11], $m = -3, n = -4$; 2 — [12], $m = -2, n = -2$; 3 — [13], $m = -1, n = -3$ и расчетные (сплошные линии). На рис. 5 m и n — масштабные коэффициенты.

В случае одноосного растяжения под действием постоянного градиента скорости в силу несжимаемости $\dot{v}_{22} = \dot{v}_{33} = -0,5\dot{v}_{11}$ все недиагональные компоненты (7) равны нулю. Для диагональных компонент имеем

$$\frac{dx_i^2}{dt} + \beta[\langle x_i^2 \rangle - 1] = 2\dot{v}_{ii}\langle x_i^2 \rangle. \tag{17}$$

Решая (17) аналогично тому, как это сделано выше, получим

$$\langle x_i^2 \rangle = (1 - 2\dot{v}_{ii}\beta^{-1})^{-1} \{1 - 2\dot{v}_{ii}\beta^{-1} \exp[-\beta t(1 - 2\dot{v}_{ii}\beta^{-1})]\}. \tag{18}$$

В этом случае тензор напряжения имеет вид $P_{ii} = -P_0 + \varepsilon(\langle x_i^2 \rangle - 1)$, а его девиаторная часть для P_{11} в соответствии с (18) —

$$P_{11} = \frac{2\varepsilon\dot{v}_{11}}{\beta(1 - 2\dot{v}_{11}/\beta)} \{1 - \exp[-\beta t(1 - 2\dot{v}_{11}/\beta)]\}.$$

Зависимость $P_{11}/\varepsilon = f(RT/E, t/\tau_0)$ для $v_{11}\tau_0 = 0,1$ в условиях растяжения представлена на рис. 6.

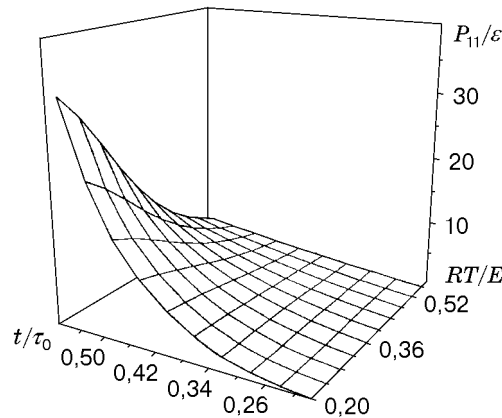


Рис. 6

Изложенный выше подход позволяет оценить и проанализировать влияние физико-химических свойств среды, внешних параметров воздействия, структурных (ориентационных) изменений в среде на характеристики переноса импульса при условии источника или стока вещества.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
2. **Астарита Дж., Марручи Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978.
3. **Yamamoto M.** The viscoelastic properties of network structure. 1. General formalism // J. Phys. Soc. Japan. 1956. V. 11, N 4. P. 413–421.
4. **Yamamoto M.** The viscoelastic properties of network structure. 2. Structural viscosity // J. Phys. Soc. Japan. 1957. V. 12, N 10. P. 1148–1158.
5. **Yamamoto M.** The viscoelastic properties of network structure. 3. Normal stress effect (Weissenberg effect) // J. Phys. Soc. Japan. 1958. V. 13, N 10. P. 1200–1211.
6. **Попов В. И.** О связи параметров течения концентрированных растворов высокополимеров с их среднестатистической ориентационной структурой // ПМТФ. 1986. № 5. С. 103–107.
7. **Волькенштейн М. В.** Конфигурационная статистика полимерных цепей. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1959.
8. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973. Т. 1, 2.
9. **Ohl N., Gleissle W.** The second normal stress difference for pure and highly filled viscoelastic fluids // Rheol. acta. 1992. V. 31, N 3. P. 294–305.
10. **Виноградов Г. В., Малкин А. Я.** Реология полимеров. М.: Химия, 1997.
11. **Хан Ч. В.** Реология в процессах переработки полимеров. М.: Химия, 1979.
12. **Аквивис М. А., Гольдберг В. В.** Тензорное исчисление. М.: Наука, 1972.
13. **Graessly W. W., Park W. S., Grawley R. L.** Experimental tests of constitutive relations for polymers undergoing uniaxial shear flows // Rheol. acta. 1997. V. 16, N 3. P. 291–301.
14. **Gaskins F. H., Philippoff W.** The behaviour of jets of viscoelastic fluids // Trans. Soc. Rheol. 1959. V. 3. P. 181–187.
15. **Brodnyan J. G., Gaskins F. H., Philippoff W., Lendrat E. G.** The rheology of various solutions of cellulose derivatives // Trans. Soc. Rheol. 1958. V. 2. P. 285–302.
16. **King R. G.** Rheological measurement of three polyethylene melts // Rheol. acta. 1966. V. 5, N 1. P. 35–43.

*Поступила в редакцию 18/V 1998 г.,
в окончательном варианте — 6/VII 1999 г.*
