

УДК 533.6.011

АВТОКОЛЕБАНИЯ И БИФУРКАЦИИ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПРОСТЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

А. Г. Кузьмин

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург
E-mail: alexander.kuzmin@inbox.spbu.ru

Численно исследовано обтекание турбулентным потоком двух симметричных профилей, у которых средняя часть является прямолинейной, а носовая и хвостовая части представляют собой дуги окружности. Изучена зависимость амплитуды колебаний коэффициента подъемной силы от числа Маха натекающего потока M_∞ при нулевом угле атаки. Найдены диапазоны значений M_∞ , в которых возникают бифуркации течения.

Ключевые слова: аэродинамический профиль, местные сверхзвуковые зоны, ударные волны, автоколебания, бифуркации.

Введение. Как известно, характерной особенностью сверхкритических профилей, предназначенных для полета на трансзвуковых скоростях, является малая кривизна их верхней части [1–3]. Однако физические явления, сопровождающие обтекание таких профилей, изучены недостаточно. Численные исследования, основанные на решении системы уравнений Эйлера, показали, что при определенных углах атаки и числах Маха свободного потока в стационарном невязком течении возникают бифуркации [4–7]. Бифуркации и неединственность решения задачи трансзвукового обтекания обусловлены неустойчивостью взаимодействия двух местных сверхзвуковых зон, расположенных по одну сторону от профиля [8, 9].

В работе [10] исследовано турбулентное обтекание профиля с затупленным носком и заостренной задней кромкой, форма которого задается формулой

$$y(x) = \pm 0,06 \sqrt{1 - (2x - 1)^4 (1 - x^{16})^2}, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (1)$$

Подтверждено существование бифуркаций, наблюдавшихся ранее в расчетах невязкого обтекания, кроме того, установлено возникновение автоколебаний, обусловленных неустойчивостью отрыва пограничных слоев под действием ударных волн в хвостовой части профиля.

В данной работе проведено исследование турбулентного обтекания модельных профилей, средняя часть которых представляет собой прямолинейные участки, в случаях, когда относительная толщина профиля составляет 0,08 и 0,07.

1. Постановка задачи и численный метод. Рассматривается двумерное течение воздуха вблизи симметричного профиля толщиной h , средняя часть которого прямолинейна:

$$y(x) = \pm h/2, \quad a \leq x \leq 1 - a, \quad (2a)$$

а носовая и хвостовая части представляют собой дуги окружности радиусом R , гладко состыкованные с прямолинейным участком в точках $x = a$ и $x = 1 - a$ соответственно:

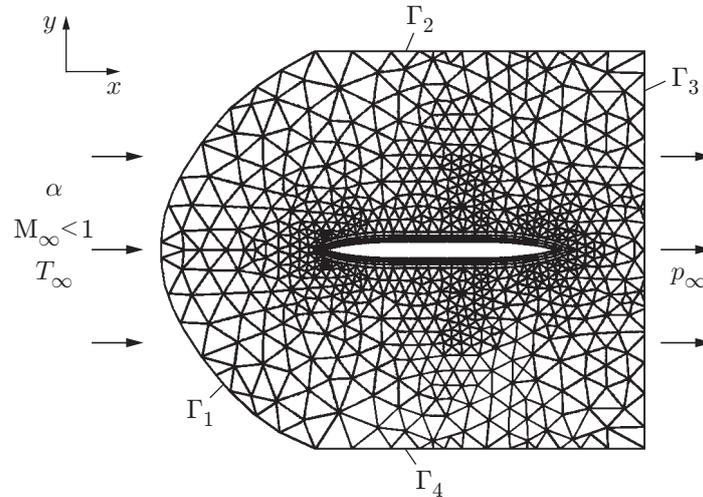


Рис. 1. Границы расчетной области и вычислительная сетка

$$y(x) = \mp b \pm \sqrt{b^2 + 2ax - x^2}, \quad 0 \leq x \leq a; \quad (2б)$$

$$y(x) = \mp b \pm \sqrt{b^2 + 2a(1-x) - (1-x)^2}, \quad 1-a \leq x \leq 1. \quad (2в)$$

Здесь $b = (a^2 - h^2/4)/h$ — расстояние от центра окружности до оси x ; $R = (a^2 + b^2)^{1/2} = b + h/2$.

Расчетная область ограничена С-образной внешней границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$, удаленной от профиля на расстояние, равное 40 длинам хорды (рис. 1). На входной части Γ_1 границы Γ заданы стационарные значения числа Маха $M_\infty < 1$ и статической температуры T_∞ , а также нулевой угол атаки ($\alpha = 0$). На выходной части Γ_3 задано статическое давление p_∞ , связанное с температурой T и плотностью ρ уравнением состояния $p = \rho T c_v (\gamma - 1)$, $\gamma = 1,4$. На верхней Γ_2 и нижней Γ_4 границах расчетной области, параллельных вектору скорости натекающего потока, ставится условие скольжения. На профиле (2а)–(2в) заданы условия прилипания и отсутствия теплового потока. Начальными условиями являются параметры свободного однородного течения (в которое мгновенно вносится профиль) или неоднородное поле, полученное в результате расчета обтекания при других значениях M_∞ .

Для численного решения системы уравнений Навье — Стокса, осредненных по числу Рейнольдса, использована вычислительная программа, основанная на методе конечных объемов второго порядка точности. Дискретизация уравнений по пространственным координатам проведена на неструктурированных сетках с использованием смещения вверх по потоку и ограничителей Van Albada [11]. Производные по времени аппроксимированы по неявной схеме Эйлера. Рассматривалось полностью турбулентное течение и использовалась модель турбулентности SST- $k-\omega$, которая с высокой точностью описывает возникновение и развитие автоколебаний [12, 13].

Вычислительная сетка состояла из четырехугольных элементов в области вблизи профиля и треугольных элементов в остальной области (см. рис. 1). Для обеспечения необходимой точности расчета параметров в пограничном слое положение ближайших к профилю узловых точек выбиралось таким образом, чтобы безразмерное расстояние y^+ от них до профиля составляло менее единицы [12]. Разработанная вычислительная программа тестировалась на ряде задач, в том числе на задаче о трансзвуковом обтекании профиля 18 %-й толщины, образованного двумя дугами окружности. Сравнение полученных частот и амплитуд автоколебаний с известными численными и экспериментальными

данными для этого профиля [14, 15] показало, что использованный метод имеет высокую точность. В частности, при $Re = 11 \cdot 10^6$, $\alpha = 0$ и постепенном уменьшении M_∞ наблюдалось возникновение автоколебаний в диапазоне $0,723 \leq M_\infty \leq 0,780$. Некоторое отличие от результатов экспериментов, согласно которым автоколебания возникают при $0,732 \leq M_\infty \leq 0,777$ [15], объясняется тем, что эксперименты проводились в аэродинамической трубе с малыми размерами рабочей части, адаптированной к потоку при числе Маха $M_\infty = 0,775$. Соответственно при меньших значениях M_∞ такая форма рабочей части неточно моделировала обтекание в неограниченной атмосфере из-за влияния стенок трубы на поток.

2. Обтекание профиля 8 %-й толщины. Рассмотрим профиль (2а)–(2в) с $h = 0,08$, $a = 0,3$. Расчеты обтекания при $\alpha = 0$, $T_\infty = 250$ К, $p_\infty = 5 \cdot 10^4$ Па,

$$0,850 \leq M_\infty \leq 0,877 \quad (3)$$

показали, что, как правило, возникают автоколебания потока (вследствие отрыва пограничных слоев от верхней и нижней сторон профиля в его хвостовой части). На рис. 2 представлена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при начальных условиях, соответствующих однородному потоку с $M_\infty = 0,857$. Число Рейнольдса, вычисленное по длине хорды профиля, равной 0,5 м, и $M_\infty \approx 0,864$, составляет $5,2 \cdot 10^6$.

Для оценки точности полученного решения использованы три расчетные сетки, состоящие из 80 000, 120 000 и 180 000 ячеек с количеством узлов поперек пограничного слоя 30, 40 и 50 соответственно. Сравнение найденных амплитуд колебаний коэффициента подъемной силы C_L показало, что результаты, полученные на второй и третьей сетках, достаточно близки и решение практически не зависит от размеров сетки. Поэтому для дальнейшего анализа бифуркаций и автоколебаний использовалась вторая сетка.

На рис. 3 представлены амплитуды установившихся колебаний коэффициента подъемной силы $\Delta C_L = C_{L,\max} - C_{L,\min}$ при различных значениях M_∞ (U_∞ — значения скорости натекающего потока, найденные по M_∞ и скорости звука, которая определяется температурой T_∞). Реализация симметричного или асимметричного режима обтекания зависит от начальных данных и предыстории изменения параметров M_∞ и α [6, 7].

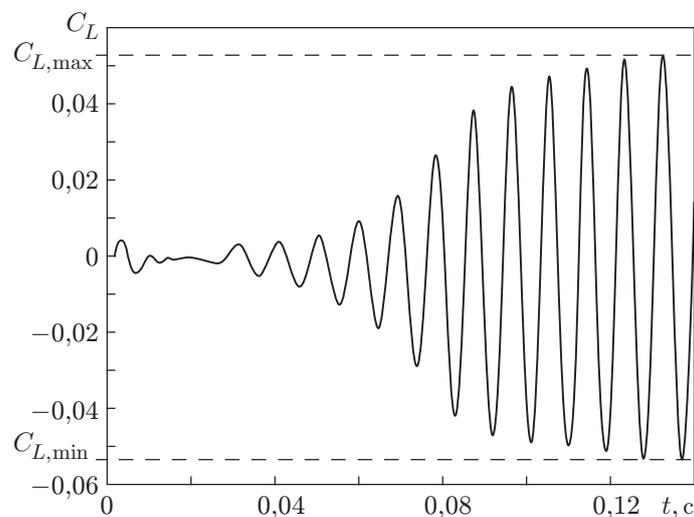


Рис. 2. Зависимость коэффициента подъемной силы C_L от времени t для профиля (2а)–(2в) толщиной $h = 0,08$ при начальных условиях, соответствующих однородному потоку с $M_\infty = 0,857$

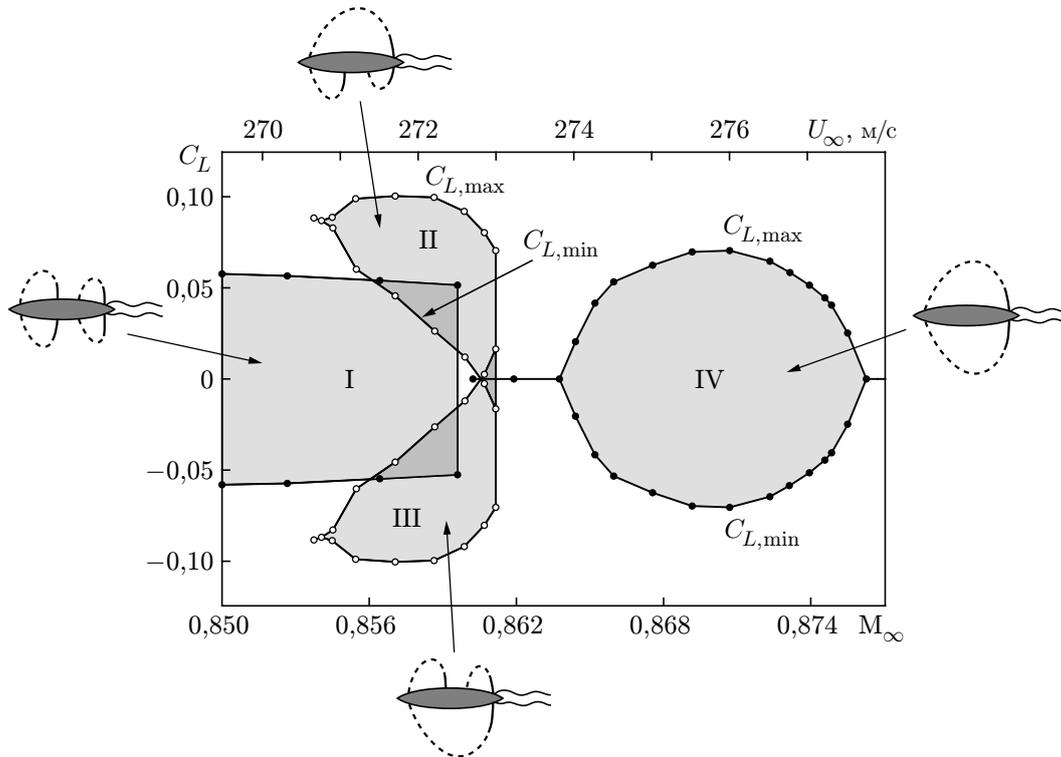


Рис. 3. Максимальные и минимальные значения коэффициента подъемной силы C_L для установившихся автоколебаний потока вблизи профиля (2а)–(2в) толщиной $h = 0,08$ при $\alpha = 0$, $Re = 5,2 \cdot 10^6$:

I–IV — области, соответствующие режимам обтекания с местными сверхзвуковыми зонами (I — четыре зоны; II, III — три зоны; IV — две зоны)

Области I и IV соответствуют картинам обтекания, которые после осреднения по времени являются симметричными относительно оси x . В частности, на рис. 4, а, б представлено поле течения с четырьмя сверхзвуковыми зонами, полученное в некоторый момент времени t при $M_\infty = 0,857$.

Ширина областей II и III на рис. 3 определяется бифуркационным интервалом

$$0,8537 \leq M_\infty \leq 0,8612. \quad (4)$$

Соответствующие асимметричные картины обтекания (рис. 4, в, г) могут быть получены при импульсном возмущении угла атаки и $M_\infty \approx 0,8575$, установлении режима автоколебаний с постоянной амплитудой и затем постепенном увеличении или уменьшении значений M_∞ [7]. Расчет на измельчающихся сетках показал, что погрешность определения границ интервала (4) для выбранной модели турбулентности составляет $\pm 0,0005$.

На режиме симметричного обтекания в диапазоне $0,8604 \leq M_\infty \leq 0,8637$ автоколебания затухают, что объясняется смещением отделившихся пограничных слоев в положение, при котором не происходит резонансного развития возмущений. В диапазоне

$$0,8637 < M_\infty < 0,8763 \quad (5)$$

вновь возникают и устанавливаются автоколебания. Однако при больших значениях M_∞ колебания вновь исчезают. Кроме того, происходит затухание колебаний на режиме несимметричного обтекания при $M_\infty \approx 0,854$, т. е. в начале бифуркационного интервала (4).

Автоколебания в интервале (5) получены при использовании в качестве начальных данных параметров однородного потока. Если в качестве начальных данных использовать

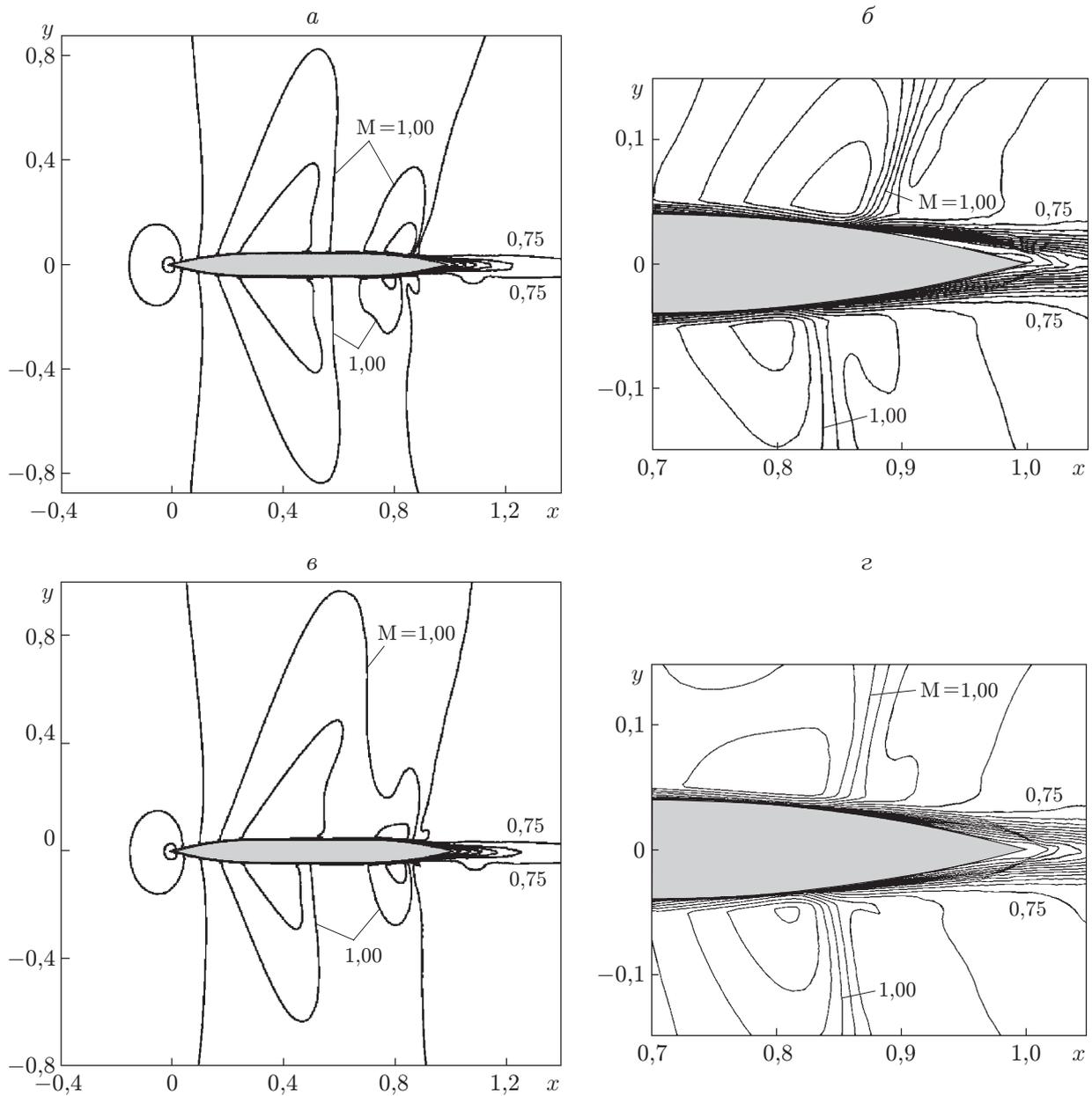


Рис. 4. Изолинии числа Маха на режимах симметричного (*a*, *б*) и асимметричного (*в*, *г*) обтекания профиля (2а)–(2в) при $h = 0,08$, $\alpha = 0$, $M_\infty = 0,857$ в некоторый момент времени t на установившемся автоколебательном режиме:

a, *в* — положение местных сверхзвуковых зон; *б*, *г* — фрагмент поля течения вблизи хвостовой части профиля

поле течения, полученное при других значениях M_∞ , то границы интервала (5) изменятся незначительно, поэтому гистерезис по M_∞ в этом интервале выражен слабо.

Из рис. 3 следует, что существует сингулярное число Маха $M_\infty \approx 0,86$, при котором симметричное относительно оси x обтекание реализовать нельзя. Это обусловлено невозможностью непрерывного объединения двух местных сверхзвуковых зон на профиле при постепенном увеличении значения M_∞ [7]. В свою очередь, невозможность непрерывного слияния сверхзвуковых зон в случае невязкого течения объясняется тем, что не существует промежуточного стационарного состояния, в котором две местные сверхзвуковые зоны имеют одну общую точку на профиле [8, 9].

На режимах несимметричного обтекания в интервале (4) частота автоколебаний составляет около 100 Гц. На режимах симметричного обтекания частота увеличивается от 110 до 140 Гц при возрастании M_∞ в диапазоне (3).

Расчеты обтекания профиля (2а)–(2в) при $h = 0,08$ без учета вязкости потока (на основе уравнений Эйлера) показали, что в этом случае бифуркационный интервал (4) сужается: $0,8546 \leq M_\infty \leq 0,8560$. При этом значения C_L , полученные на асимметричных режимах, лишь на 10–25 % отличаются от полусуммы $C_{L,\max}$ и $C_{L,\min}$ в колеблющемся потоке при учете турбулентной вязкости. Отметим, что в случае профиля (1) пренебрежение вязкостью приводит, наоборот, к увеличению бифуркационного интервала [10].

3. Обтекание профиля 7 %-й толщины. Рассмотрим профиль (2а)–(2в) при $h = 0,07$. Остальные параметры те же, что и для профиля 8 %-й толщины: $a = 0,3$, $\alpha = 0$, $T_\infty = 250$ К, $p_\infty = 5 \cdot 10^4$ Па.

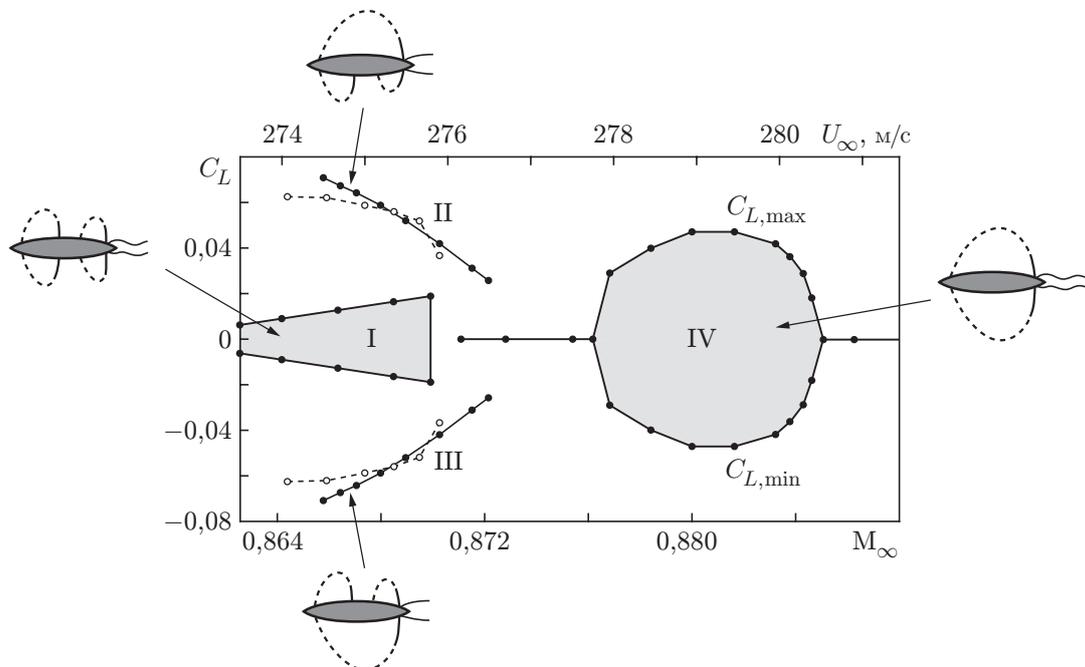


Рис. 5. Максимальные и минимальные значения коэффициента подъемной силы C_L для профиля (2а)–(2в) при $h = 0,07$, $\alpha = 0$, $Re = 5,3 \cdot 10^6$:

штриховые кривые — результаты расчетов асимметричного обтекания без учета вязкости потока; сплошные — то же с учетом вязкости; I — область, соответствующая режиму обтекания с четырьмя сверхзвуковыми зонами; II, III — режимы обтекания с тремя сверхзвуковыми зонами; IV — область, соответствующая режиму обтекания с двумя сверхзвуковыми зонами

Уменьшение толщины профиля приводит к смещению трансзвукового режима обтекания в сторону больших значений M_∞ и существенной стабилизации течения. Как показано на рис. 5, для профиля 7 %-й толщины автоколебания отсутствуют при асимметричном обтекании. Вместе с тем в симметричном течении с двумя сверхзвуковыми зонами при

$$0,8762 \leq M_\infty \leq 0,8854 \quad (6)$$

наблюдаются автоколебания со значительной амплитудой.

В данном случае бифуркационный интервал $0,8658 \leq M_\infty \leq 0,8722$ имеет меньшую длину, чем интервал (4). Сингулярное число Маха $M_\infty \approx 0,8706$. Пренебрежение вязкостью потока приводит к смещению границ бифуркационного интервала в сторону меньших значений M_∞ (штриховые кривые на рис. 5).

Расчеты турбулентного обтекания профиля (2а)–(2в) с $a = 0,4$, т. е. с уменьшенной длиной прямолинейного участка и увеличенной длиной участков, образованных дугами окружности, показали, что длина бифуркационных интервалов уменьшается как при $h = 0,08$, так и при $h = 0,07$.

Заключение. Рассмотренный профиль (2а)–(2в) отличается от профиля (1) тем, что имеет острый носок (с углом заострения, приблизительно равным 15°). Кроме того, угол задней кромки также равен 15° , а не 0° , как в случае профиля (1). Наконец, при $x = a$ и $x = 1 - a$ кривизна профиля (2а)–(2в) разрывна, в отличие от профиля (1). Тем не менее зависимость $C_L(M_\infty)$, представленная на рис. 3 для профиля (2а)–(2в) толщиной $h = 0,08$, аналогична соответствующей зависимости профиля (1) [10]. Это свидетельствует о том, что основное влияние на возникновение бифуркаций оказывает протяженность средней части профиля с нулевой или малой кривизной, а не форма носовой или хвостовой части.

Амплитуда колебаний коэффициента подъемной силы C_L существенно зависит от толщины профиля. При незначительном уменьшении толщины (с 0,08 до 0,07) автоколебания затухают на режимах асимметричного обтекания и существенно ослабевают на режимах симметричного обтекания с четырьмя сверхзвуковыми зонами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Volpe G.** Inverse design of airfoil contours: Constraints, numerical method and applications // Computational methods for aerodynamic design (inverse) and optimization: Papers presented and discussions held at the specialists meeting of the fluid dynamics panel, Loen (Norway), 22–23 May 1989. Neuilly-sur-Seine: Advisory Group for Aerospace Res. and Dev.: NATO, 1989. AGARD Rep. CP-463. Paper 4. P. 1–18.
2. **Zores R.** Transonic airfoil design with expert systems. Reston, 1995. (Paper / AIAA; N 95-1818).
3. **Ko A., Mason W. H., Grossman B., Schetz J. A.** A-7 strut braced wing concept transonic wing design. Blacksburg, 2002. (Tech. rep. / Virginia Polytech. Inst. and State Univ.; N L-14266).
4. **Jameson A.** Airfoils admitting non-unique solutions of the Euler equations. Reston, 1991. (Paper / AIAA; N 91-1625).
5. **Hafez M. M., Guo W. H.** Some anomalies of numerical simulation of shock waves. Pt 1. Inviscid flows // Comput. Fluids. 1999. V. 28, N 4/5. P. 701–719.
6. **Иванова А. В., Кузьмин А. Г.** Неединственность трансзвукового обтекания аэродинамического профиля // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 4. С. 152–159.
7. **Кузьмин А. Г.** Бифуркации трансзвукового обтекания симметричного аэродинамического профиля // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 4. С. 160–163.
8. **Kuz'min A. G.** Interaction of a shock wave with the sonic line // Proc. of the IUTAM symp. transsonic IV, Göttingen (Germany), 2–6 Sept. 2002. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003. P. 13–18.

9. **Kuz'min A. G., Ivanova A. V.** The structural instability of transonic flow associated with amalgamation/splitting of supersonic regions // J. Theor. Comput. Fluid Dynamics. 2004. V. 18, N 5. P. 335–344.
10. **Kuz'min A., Shilkin A.** Transonic buffet over symmetric airfoils // Proc. of the 4th Intern. conf. on CFD, Ghent (Belgium), 10–14 July 2006. N. Y.: Springer, 2008. P. 178–183.
11. **Mohammadi B.** Fluid dynamics computation with NSC2KE: an user-guide, release 1.0. Le Chesnay, 1994. (Rep. / INRIA; N RT-0164).
12. **Menter F.** Zonal two equation $k-\omega$ turbulence model predictions. Reston, 1993. (Paper / AIAA; N 93-2906).
13. **Geissler W., Koch S.** Adaptive airfoil // Proc. of the IUTAM symp. transsonicum IV, Göttingen (Germany), 2–6 Sept. 2002. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003. P. 303–310.
14. **Geissler W., Ruiz-Calavera L. P.** Transition and turbulence modelling for dynamic stall and buffet // Proc. of the 4th Intern. symp. on engineering turbulence modelling and measurements, Ajaccio (Corsica, France), 24–26 May 1999. Oxford: Elsevier, 1999. P. 1–10.
15. **McDevitt J. B., Levy L. L., Deiwert G. S.** Transonic flow about a thick circular-arc airfoil // AIAA J. 1976. V. 14, N 5. P. 606–613.

*Поступила в редакцию 29/V 2007 г.,
в окончательном варианте — 31/VIII 2007 г.*
