

## ВЛИЯНИЕ ГЛИНИСТОЙ КОРКИ НА ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ ВБЛИЗИ СКВАЖИНЫ В ПОРИСТОЙ НАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ

А.В. Синева<sup>1</sup>, Е.И. Роменский<sup>1,2</sup>, В.Н. Доровский<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Компания «Бейкер Хьюз», Новосибирский технологический центр,  
630128, Новосибирск, ул. Кутателадзе, 4а, Россия

<sup>2</sup> Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,  
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптога, 4, Россия

Рассматривается измерение проницаемости пористой формации при радиальных колебаниях скважинной жидкости в присутствии глинистой корки на поверхности раздела формации и скважинной жидкости. Источник возбуждает радиальные волны в скважине, приемник фиксирует затухающие во времени скважинные колебания жидкости. Зная временную зависимость экспоненциального затухания скважинных колебаний жидкости, по теоретической зависимости декремента затухания от проницаемости формации определяется проницаемость пористой среды.

*Волна Стоунли, проницаемость, глинистая корка, декремент затухания.*

## EFFECTS OF A MUDCAKE ON STONELEY WAVES IN A FLUID-FILLED POROUS FORMATION AROUND A BOREHOLE

A.V. Sineva, E.I. Romensky, and V.N. Dorovsky

A mudcake formed on the borehole wall between a fluid-filled porous formation and the borehole fluid can affect Stoneley wave propagation used to estimate the formation permeability. The mudcake effect on the permeability dependence of radial oscillations of borehole fluid is investigated in a system with a source generating radial acoustic waves in the borehole and hydrophones (pressure sensors) that record the respective attenuating oscillations of the borehole fluid. The permeability of the porous formation is estimated from theoretical permeability dependence of the attenuation exponent, knowing the time dependence of the exponential attenuation of borehole fluid oscillations.

*Stoneley waves, permeability, mudcake*

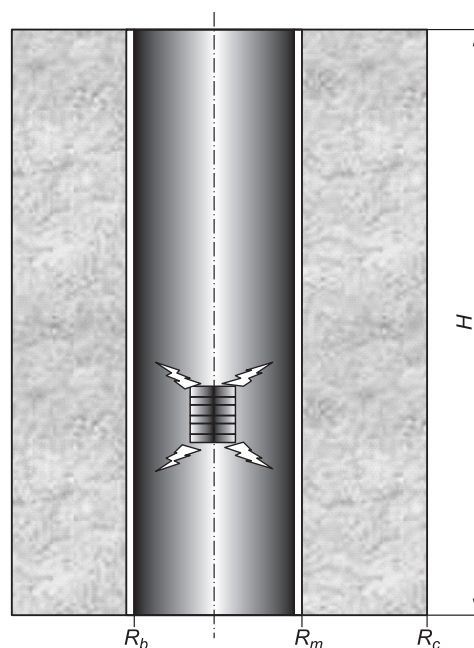
### ВВЕДЕНИЕ

Особый интерес к волне Стоунли в скважинах в пористых средах обусловлен зависимостью ее фазовой скорости и масштаба поглощения от проницаемости коллектора. Зависимость длины поглощения волны от проницаемости формации — эффект нулевого порядка, т.е. в отсутствие проницаемости волна не затухает, но если порода проницаема, то волна поглощается. Последнее обстоятельство делает волну Стоунли особо привлекательным объектом для измерения структурных свойств пористой среды [Xianyun, Hezhu, 2007]. Технологическая схема производства буровых работ создает покрытие (глинистую корку) между скважинной жидкостью и пористой средой, проницаемость которой нас непосредственно интересует. При этом достоверное знание реологических характеристик корки (реакция на приложенные напряжения сдвига, ее вязкость и т.д.), как правило, отсутствует. Возникает вопрос — каковы маскирующие свойства глинистой корки в процессе измерения проницаемости в измерительных схемах, использующих свойства волны Стоунли. Другими словами, как влияет размер и реологические свойства корки на длину поглощения, а также групповую скорость волны Стоунли. Интерес в такой постановке вопроса отнюдь не праздный, а ответ не очевидный. Представим себе глинистую корку достаточно тонкой. В этом случае, поскольку волна Стоунли в пористой среде заведомо поверхностная волна, то асимптотический «пространственный хвост» волны в породе в какой-то мере обеспечит ее затухание. Наличие этого эффекта сохраняет надежду на возможность использования диссипативных характеристик волны Стоунли для измерения проницаемости. С другой стороны, при достаточно толстой корке возникает взаимодействие двух волн Стоунли, распространяющихся вдоль обеих сторон покрытия и здесь неупругие реологические свойства корки способны обеспечить аномальные режимы поглощения волны.

Другой важный физический эффект [Доровский и др., 2010], позволяющий проводить измерение проницаемости коллектора (зависимость характеристик радиальных колебаний скважинной жидкости от проницаемости среды), также должен быть замещен соответствующим аналогом в присутствии глинистой корки. Возникает принципиальный вопрос об изменении измерительной схемы проницаемости

**Рис. 1. Строение образца со скважиной в пористой среде и глинистой корке на границе скважины.**

Пояснения см. в тексте.



при радиальных колебаниях скважинной жидкости в этом случае. Основное свойство этих колебаний состоит в зависимости относительной скорости матрицы породы и жидкости в ней от проницаемости пористой среды в окрестности границы раздела сред. Измеряя относительную скорость на границе раздела со стороны скважины, можно вычислить по этой зависимости проницаемость среды. В присутствии корки, вблизи нее зависимость относительной скорости от проницаемости сохраняется, но прямое измерение относительной скорости со стороны границы раздела корка—скважинная жидкость становится невозможным. Однако, поскольку относительная скорость в среде за скважиной сохраняет зависимость от проницаемости, это означает, что она, в свою очередь, является инструментом эффективного затухания скважинных колебаний жидкости. Последнее обстоятельство может также служить инструментом измерения проницаемости коллектора в присутствии корки. Изложенные замечания представляют веские основания для численного исследования характера затухания волны Стоунли в присутствии глинистой корки.

Следует отметить, что влияние глинистой корки на волны Стоунли исследовалось в работе [Liu, Johnson, 1997], где глинистая корка моделировалась упругой мембраной, и на основе теоретического анализа в рамках модели Био получены выводы о том, что наличие корки уменьшает влияние проницаемости на длину поглощения волны Стоунли. Все результаты работы представлены как зависимости различных параметров волны Стоунли от частоты, что затрудняет интерпретацию результатов при сопоставлении с измерениями в эксперименте. В статье [Maximov, Merkulov, 2002] теоретически изучались волновые поля в области весьма низких частот, при этом использовались такие модели глинистой корки, как упругий слой и слой вязкой жидкости с результатами, также представленными в зависимости от частоты. Было отмечено сильное влияние реологической модели корки на зависимость характеристик волны Стоунли от проницаемости.

### СКВАЖИННАЯ ЖИДКОСТЬ, ВЯЗКОУПРУГИЙ СЛОЙ, ПРОНИЦАЕМАЯ ФОРМАЦИЯ

В статье численно исследуется распространение волн, создаваемых источником в образце конечного размера. Образец (рис. 1) представляет собой цилиндр высоты  $H$  и радиуса  $R_c$ , в центре которого имеется скважина радиуса  $R_b$ , ось которой совпадает с осью цилиндра. Между скважиной и материалом цилиндра расположен тонкий цилиндрический слой, моделирующий глинистую корку. Радиус границы раздела корки и пористой среды —  $R_m$ . Скважина наполнена жидкостью, той же жидкостью насыщен пористый материал образца. Глинистая корка непроницаема для жидкости и плотно прилегает к пористой среде, не допуская вытекания жидкости из нее.

Акустические волны в модели описываются уравнениями акустики для жидкости в скважине, линейризованными двухскоростными уравнениями [Blokhin, Dorovsky, 1995] для насыщенной пористой среды и линейными уравнениями вязкоупругой среды Максвелла [Godunov, Romenskii, 2003] для глинистой корки. При этом в расчетах используются материальные параметры глинистой корки из статьи [Maximov, Merkulov, 2002], а время релаксации касательных напряжений в расчетах варьируется, поскольку его величина неизвестна.

Таким образом, располагаем уравнениями:

1) для скважинной жидкости

$$\frac{\partial \rho_{00} v_r}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \rho_{00} v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (\rho_{00} c^2 v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_{00} c^2 v_z) = -\frac{\rho_{00} c^2 v_r}{r},$$

$v_r, v_z$  — скорости вдоль осей  $r, z$ ,  $p$  — давление,  $\rho_{00}, c$  — плотность и скорость звука;

2) для вязкоупругой глинистой корки

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial w_r}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} &= \frac{2\mu_e}{r} (\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{\varphi\varphi}), & \rho_e \frac{\partial w_z}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= \frac{2\mu_e}{r} \varepsilon_{rz}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t} - \frac{\partial w_r}{\partial r} &= -\frac{1}{\tau} \left( \varepsilon_{rr} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}}{3} \right), & \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\varphi}}{\partial t} &= \frac{w_r}{r} - \frac{1}{\tau} \left( \varepsilon_{\varphi\varphi} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}}{3} \right), \\ \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial t} - \frac{\partial w_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\tau} \left( \varepsilon_{zz} - \frac{\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}}{3} \right), & \frac{\partial \varepsilon_{rz}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{\partial w_r}{\partial z} &= -\frac{1}{\tau} \varepsilon_{rz}, \end{aligned}$$

$w_r, w_z$  — скорости вдоль осей  $r, z$ ;  $\sigma_{rr}, \sigma_{rz}, \sigma_{zz}$  — напряжения, связанные с упругими деформациями  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{rz}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$  законом Гука

$$\sigma_{rr} = (\lambda_e + 2\mu_e)\varepsilon_{rr} + \lambda_e \varepsilon_{\varphi\varphi} + \lambda_e \varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{rz} = 2\mu_e \varepsilon_{rz}, \quad \sigma_{zz} = \lambda_e \varepsilon_{rr} + \lambda_e \varepsilon_{\varphi\varphi} + (\lambda_e + 2\mu_e)\varepsilon_{zz},$$

$\lambda_e, \mu_e$  — постоянные Ламе,  $\rho_e$  — плотность,  $\tau$  — время релаксации касательных напряжений;

3) для насыщенной пористой среды

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s u_r + \rho_l v_r) + \frac{\partial}{\partial r} (p + h_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} h_{rz} &= -(h_{rr} - h_{\varphi\varphi})/r, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s u_z + \rho_l v_z) + \frac{\partial}{\partial r} h_{rz} + \frac{\partial}{\partial z} (p + h_{zz}) &= -h_{rz}/r, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_s (u_r - v_r) + \frac{\partial}{\partial r} h_{rr} + \frac{\partial}{\partial z} h_{rz} &= -(h_{rr} - h_{\varphi\varphi})/r - \rho_0 \rho_l \chi (u_r - v_r), \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_s (u_z - v_z) + \frac{\partial}{\partial r} h_{rz} + \frac{\partial}{\partial z} h_{zz} &= h_{rz}/r - \rho_0 \rho_l \chi (u_z - v_z), \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho / \rho_0 + \frac{\partial}{\partial r} (\rho_s u_r + \rho_l v_r) / \rho_0 + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s u_z + \rho_l v_z) / \rho_0 &= -(\rho_s u_r + \rho_l v_r) / \rho_0 / r, \\ \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t} - \frac{\partial u_r}{\partial r} &= 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\varphi}}{\partial t} = \frac{u_r}{r}, \quad \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial t} - \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_{rz}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0, \end{aligned}$$

$\rho$  — отклонение плотности смеси от начального равновесного значения  $\rho_0$ ,  $\rho_s = (1 - \Phi)\rho_s^f, \rho_l = \Phi\rho_l^f$  — парциальные плотности упругого скелета и насыщающей жидкости,  $\rho_s^f, \rho_l^f$  — массовые плотности упругого скелета и насыщающей жидкости,  $\rho_0 = \rho_s + \rho_l$  — полная плотность смеси;  $u_r, u_z$  — скорости упругого скелета вдоль осей  $r, z$ ,  $v_r, v_z$  — скорости насыщающей жидкости вдоль осей  $r, z$ ;  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{rz}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$  — тензор деформаций упругого скелета;  $p$  — давление,  $h_{rr}, h_{zz}, h_{rz}, h_{\varphi\varphi}$  — тензор напряжений, связанный с плотностью и тензором деформаций формулами

$$\begin{aligned} p &= K(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + (K + \rho_0^3 \alpha_3) \frac{\rho}{\rho_0}, \\ h_{rr} &= -(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{rr} - \lambda\varepsilon_{\varphi\varphi} - \lambda\varepsilon_{zz} - K \frac{\rho}{\rho_0}, \\ h_{\varphi\varphi} &= -\lambda\varepsilon_{rr} - (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\varphi\varphi} - \lambda\varepsilon_{zz} - K \frac{\rho}{\rho_0}, \\ h_{zz} &= -\lambda\varepsilon_{rr} - \lambda\varepsilon_{\varphi\varphi} - (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} - K \frac{\rho}{\rho_0}, \\ h_{rz} &= -2\mu\varepsilon_{rz}. \end{aligned}$$

Здесь  $K, \lambda, \mu, \alpha_3$  — константы материала;  $\chi$  — коэффициент межфазного трения.

На границах раздела жидкой, упругой и насыщенной пористой сред выполнены условия:  
граница жидкость — глинистая корка:

$v_r = w_r$  — непрерывность радиальной скорости,  
 $p = -\sigma_{rr}$  — непрерывность радиального напряжения,  
 $\sigma_{rz} = 0$  — отсутствие касательного к границе раздела напряжения;  
*граница глинистая корка — насыщенная пористая среда:*  
 $\rho_e w_r = \rho_l v_r + (\rho_e - \rho_l) u_r$  — баланс потока массы через границу раздела (предполагается, что скорость движения границы совпадает со скоростью упругого скелета),

$$-\sigma_{rr} = \frac{\rho_l}{\rho} p + \frac{\rho_s}{\rho} p + h_{rr} \text{ — непрерывность радиального напряжения,}$$

$-(1 - \Phi)\sigma_{rr} = \frac{\rho_s}{\rho} p + h_{rr}$  — непрерывность парциального напряжения упругого скелета и глинистой корки,

$$h_{rz} = -\sigma_{rz} \text{ — непрерывность касательного к границе раздела напряжения,}$$

$$w_z = u_z \text{ — непрерывность скорости вдоль границы раздела (отсутствие проскальзывания).}$$

Граничные условия для свободных границ имеют следующий вид.

При  $z = H$  :

*жидкость*

$$p = 0 \text{ — отсутствие внешнего давления,}$$

*глинистая корка*

$$\sigma_{zz} = 0, \sigma_{rz} = 0 \text{ — отсутствие нормального и касательного напряжений,}$$

*насыщенная пористая среда*

$p/\rho_0 + h_{zz} = 0, h_{rz} = 0, u_z - v_z = 0$  — отсутствие нормального и касательного напряжений, а также условие того, что жидкость не вытекает через поверхность пористой среды.

При  $r = R_c$  :

*насыщенная пористая среда*

$p/\rho_0 + h_{rr} = 0, h_{rz} = 0, u_r - v_r = 0$  — отсутствие нормального и касательного напряжений, а также условие того, что жидкость не вытекает через поверхность  $r = R_c$  пористой среды.

Нижняя граница расчетной области  $z = 0$  представляет собой поверхность симметрии, для которой выполнены ниже следующие граничные условия:

*жидкость*

$$v_z = 0,$$

*глинистая корка*

$$w_z = 0, \sigma_{rz} = 0,$$

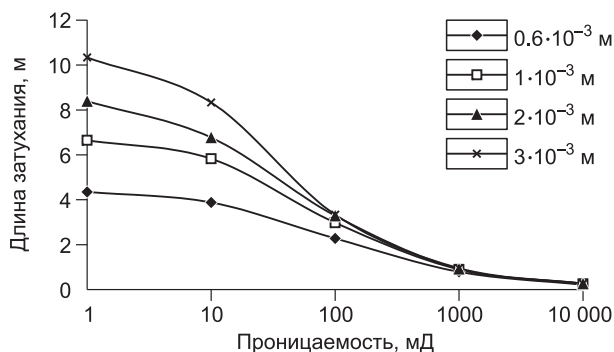
*насыщенная пористая среда*

$$u_z, h_{rz} = 0, v_z = 0.$$

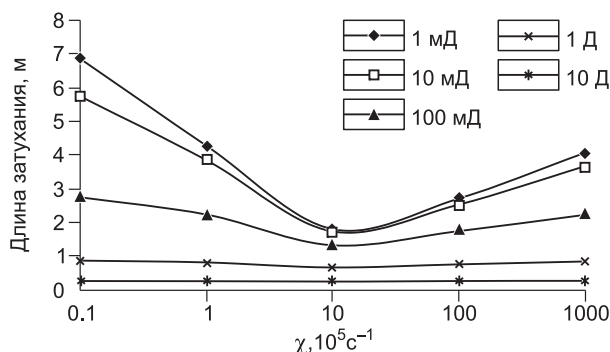
Источник возбуждения колебаний в жидкости задается в виде цилиндра, ось которого совпадает с осью скважины, радиус меньше радиуса скважины  $R_b$ , а высота находится в пределах от 0 до  $H$ . Нижнее основание цилиндра может располагаться в произвольной заданной точке. Колебания возбуждаются путем задания импульса давления  $p(t)$  на границе источника. После того как импульс давления отключается, граница источника предполагается жесткой стенкой, для которой выполнено условие равенства нулю нормальной скорости  $v_n = 0$ . Ниже описаны результаты численных расчетов двух двумерных задач о распространении волн от источника, расположенного на оси скважины. Расчеты выполнялись с использованием двумерной программы [Доровский и др., 2010], основанной на разностной схеме типа Годунова высокой точности с использованием WENO реконструкции по пространству и Рунге—Кутты по времени [Того, 2009].

### ЗАТУХАНИЕ ВОЛНЫ СТОУНЛИ

Важным представителем волнового поля в скважинной среде, окруженной проницаемой формацией, является волна Стоунли. Диссипация энергии в пористой среде приводит к затуханию волны Стоунли. Это дает возможность измерения параметров пористой среды по характеру ее затухания. В этом параграфе приведены результаты двумерных численных расчетов и анализ поведения волны Стоунли при наличии глинистой корки на поверхности скважины. Рассматриваемая задача является симметричной относительно плоскости  $z = 0$ . Излучатель конечных размеров в виде цилиндра располагается на оси скважины и занимает область  $[0, R_s] \times [0, h]$ . Приемники регистрации давления расположены вблизи границы скважины с интервалом 0.03 м. Первый приемник помещен на расстоянии 0.1 м от плоскости  $z = 0$ . Параметры расчетной области выбирались следующими: высота — 0.5 м, радиус — 0.2 м, радиус скважины — 0.04 м, радиус источника — 0.01 м, высота источника — 0.02 м. Расчеты проводились для



**Рис. 2.** Зависимость длины поглощения волны Стоунли от проницаемости для различных значений толщины глинистой корки.



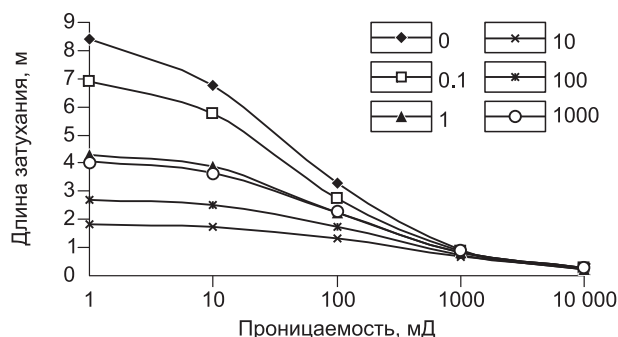
**Рис. 3.** Зависимость длины затухания от  $\chi = 1/\tau$  для различных значений проницаемости.

толщин корки  $6.0 \cdot 10^{-4}$ ,  $1.0 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.0 \cdot 10^{-3}$ ,  $3.0 \cdot 10^{-3}$  м; для вязкоупругой модели Максвелла варьировалось время релаксации касательных напряжений. Проницаемость среды изменялась в пределах от  $1 < \text{мД}$  до  $10 \text{ Д}$ . Материальные параметры для трех типов сред, фигурирующих в задаче, принимали значения: жидкость с плотностью —  $10^3 \text{ кг/м}^3$  и скоростью звука —  $1.5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ; глинистая корка с плотностью —  $1.1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , со скоростью продольных волн —  $1.5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$  и скоростью поперечных волн —  $0.32 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ; насыщенная пористая среда с плотностью скелета —  $2.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , плотностью насыщающей жидкости —  $1.0 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^3$ , скоростями быстрых продольных волн —  $3.5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ , медленных продольных волн —  $1.2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ , поперечных волн —  $2.4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ , а также с пористостью —  $0.2$ . Источник акустических колебаний определялся зависимостью давления от времени на поверхности  $p = p(t) = p_0 \sin(10^5 \pi t)$ ,  $t < 10^{-5} \text{ с}$ . После окончания действия импульса давления граница источника предполагалась жесткой стенкой с граничным условием  $v_r = 0$ . В результате расчетов формировались зависимости давления во времени для каждого приемника сигнала. Волна Стоунли выделялась из полученных таким путем «трасс».

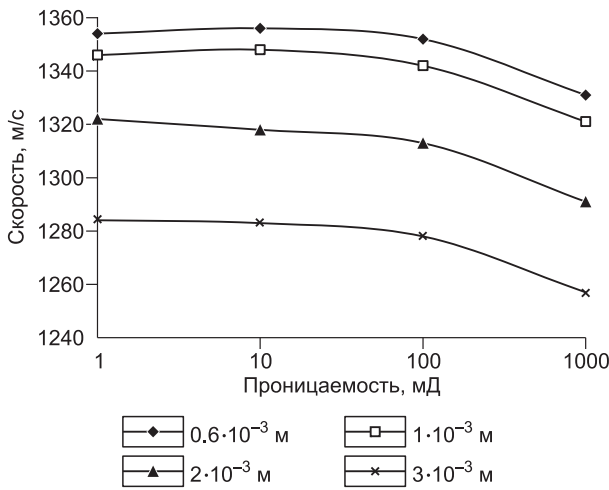
На рис. 2 представлена зависимость длины поглощения волны Стоунли как функции проницаемости для различных значений толщины глинистой корки. Видно, что с увеличением толщины корки длина затухания также увеличивается, а с увеличением проницаемости длина затухания уменьшается для всех толщин корки. В пределе высоких значений проницаемости длина поглощения стремится к нулю, что связано с асимптотическим пространственным характером затухания волны Стоунли. Как следствие, наблюдаем сливание всех кривых в одну линию в области высоких значений проницаемости. Другими словами, для больших проницаемостей длина затухания практически не зависит от толщины корки. Получена эмпирическая формула, связывающая длину затухания, толщину корки и проницаемость:  $k \sim \exp(-1.4 \cdot L/\sqrt{h})$ , где  $k$  — проницаемость (мД),  $h$  — толщина корки (в метрах),  $L$  — длина затухания (в метрах). Важно отметить, что чувствительность зависимости длины поглощения как функция проницаемости с увеличением толщины корки растет.

Рис. 3 представляет результаты расчетов для случая, когда глинистая корка является вязкоупругой средой Максвелла. На рисунке представлена зависимость длины поглощения волны Стоунли от параметра  $\chi = 1/\tau$  — обратного времени релаксации (в единицах измерения  $10^5 \cdot 1/\text{с}$ ) для различных значений проницаемости: 1 мД, 10 мД, 100 мД, 1 Д, 10 Д. Непосредственно из графика можно отметить слабое влияние величины времени релаксации касательных напряжений при высоких значениях проницаемости, а также аномальное уменьшение

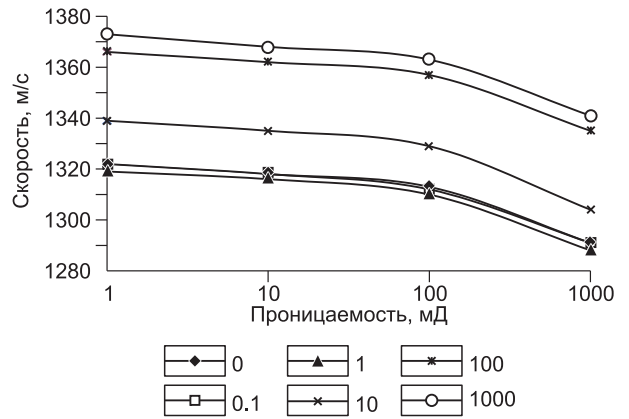
длины поглощения волны при временах релаксации  $\tau \sim 10^{-6} \text{ с}$ . Толщина корки в численном расчете принималась равной  $h = 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , скорость волны Стоунли имеет порядок  $1.3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ . Характерное время прохождения звуковой волны по попе-



**Рис. 4.** Зависимость длины поглощения волны Стоунли от проницаемости при различных значениях времен релаксации.



**Рис. 5. Зависимость скорости волны Стоунли от проницаемости для случая, когда корка является упругим слоем.**



**Рис. 6. Зависимость скорости волны Стоунли от проницаемости для различных значений времени релаксации.**

речному сечению корки составляет  $\sim 10^{-6}$  с. Таким образом, при характерном времени релаксации касательных напряжений порядка времени пробега звуковой волны по поперечному сечению корки наблюдается своеобразная симуляция высокой проницаемости формации. Последнее свойство может привести к ошибочной интерпретации результатов измерения проницаемости, использующих диссипативные свойства волны. Пренебрежение реологическими характеристиками корки, как видно непосредственно из рис. 3, вносит ошибку в интерпретацию результатов измерения проницаемости, особенно в области больших времен релаксации и малых значений проницаемости.

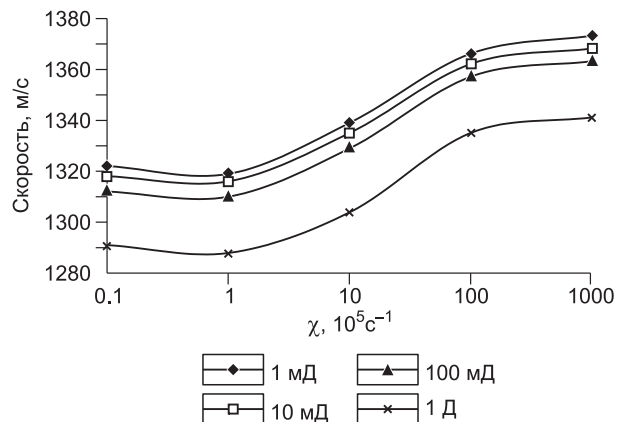
Рис. 4 иллюстрирует зависимость длины поглощения от проницаемости при различных значениях времен релаксации  $\chi = 1/\tau = 0.1; 1.0; 10.0; 100.0; 1000.0 (10^5 \text{ 1/с})$ . В области больших проницаемостей отсутствует чувствительность длины затухания волны Стоунли к реологическим свойствам корки.

### СКОРОСТЬ ВОЛНЫ СТОУНЛИ

Располагая системой датчиков давления вдоль границы раздела сред легко определить скорость волны Стоунли. Зависимость скорости волны Стоунли от проницаемости формации для случая, когда корка является упругим слоем толщиной  $0.6 \cdot 10^{-3}, 1.0 \cdot 10^{-3}, 2.0 \cdot 10^{-3}, 3.0 \cdot 10^{-3}$  м, приведена на рис. 5. Видно, что скорость волны Стоунли для приведенных выше значений параметров среды находится в пределах 1300 м/с. Ее зависимость как от толщины корки, так и от проницаемости формации, достаточно слаба. Учет релаксации касательных напряжений также слабо влияет на скорость волны.

На рис. 6 приведена зависимость скорости волны Стоунли от проницаемости для различных значений времени релаксации  $\chi = 1/\tau$ , а именно, для  $\chi = 0; 0.1; 1.0; 10.0; 100.0; 1000.0$  в единицах  $10^5 \cdot 1/\text{с}$ . Величина  $\chi = 0$  соответствует упругому случаю, в то время как  $\chi = 10^8 \text{ 1/с}$  соответствует жидкости с коэффициентом динамической вязкости  $\eta = 11.264 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м·с)}$ . Видно, что при больших временах релаксации (корка «почти упругая») для всех проницаемостей при уменьшении времени релаксации  $\tau$  скорость волны Стоунли несколько уменьшается. Затем при дальнейшем уменьшении  $\tau$  скорость начинает возрастать, приближаясь к своему пределу для случая идеальной жидкости в скважине и поровом пространстве.

Этот эффект явно виден на рис. 7, где показана зависимость скорости волны Стоунли от  $\chi = 1/\tau$  для значений проницаемости 1 мД, 10 мД, 100 мД,



**Рис. 7. Зависимость скорости волны Стоунли от  $\chi = 1/\tau$  для различных значений проницаемости.**

1Д. Наблюдаемый эффект связан с взаимодействием волн Стоунли, бегущих вдоль поверхностей раздела жидкость — корка и корка — пористая среда и трансформацией последней в волну жидкость — пористая среда при уменьшении времени релаксации.

### РАДИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

В работе [Доровский и др., 2010] предложен эффективный способ измерения проницаемости, использующий фундаментальное свойство радиальных колебаний жидкости в скважине, окруженной проницаемой средой — зависимость относительной скорости движения матрицы и жидкости в ней на границе раздела сред от проницаемости среды. Предложенный метод предполагает создание специализированных датчиков для измерения относительной скорости сред на их границе раздела. Кроме того, при наличии глинистой корки на границе раздела сред данный метод перестает работать, поскольку исчезает возможность прямого измерения разности скоростей со стороны скважины, в то время как зависимость относительной скорости от проницаемости среды у границы раздела корка — пористая среда сохраняется. Ниже предлагается альтернативный метод измерения проницаемости среды за скважиной как в присутствии корки, так и в ее отсутствии.

В силу наличия зависимости разницы скоростей от проницаемости среды за коркой, легко сделать заключение о том, что амплитуда колебаний давления в скважине должна затухать. Однако затухание также обусловлено и постоянной генерацией уходящих волн со стороны колеблющейся жидкости на периферию. Зависимость инкремента затухания колебаний давления в скважине как функцию проницаемости пористой среды следует выявить в явном виде. Рис. 8 иллюстрирует характер затухания давления в скважине, обусловленного начальным акустическим импульсом, возбуждающим радиальные колебания для толщины глинистой корки  $1.0 \cdot 10^{-3}$  м и проницаемости среды за скважиной 1 мД. Рисунки 9, 10 иллюстрируют экспоненциальную зависимость характера затухания давления в скважине для четырех значений проницаемости пористой среды и толщины глинистой корки и двух значений толщин глинистой корки. На рис. 9 показаны аппроксимации экспонентами  $e^{-\alpha t}$  абсолютных значений максимумов давления для проницаемостей  $k = 1$  мД, 10 мД, 100 мД, 1Д, для толщины глинистой корки  $1.0 \cdot 10^{-3}$  м. На рис. 11 приведены сравнительные графики показателя экспоненты  $\alpha$  от проницаемости пористой среды для значений толщин  $1.0 \cdot 10^{-3}$  и  $3.0 \cdot 10^{-3}$  м.

Важно отметить, что падение чувствительности инкремента затухания давления к проницаемости среды в области проницаемостей меньше 10 мД. Однако даже и в области более низких значений проницаемостей, в связи с высокой точностью измерения давления, измерение проницаемости реально. Таким образом, располагая знаниями о показателе экспоненциального затухания давления во времени, а также знаниями характеристик среды — плотности, пористости, трех акустических скоростей звука однозначно восстанавливается проницаемость коллектора вне скважины как в присутствии глинистой корки, так и без нее.

Для моделирования волновых полей в приведенных расчетах использовался одномерный вариант системы уравнений, приведенных выше. Источник выбирали в форме цилиндра, расположенного вдоль всей оси скважины, что позволяет использовать одномерную версию численного метода, изложенного в

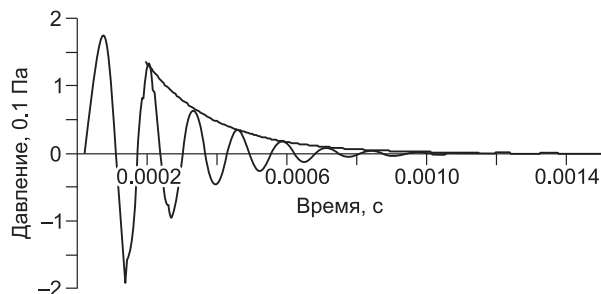


Рис. 8. График изменения давления во времени для толщины корки 1 мм и проницаемости пористой среды 1 мД и аппроксимация значений экстремумов этого графика функцией  $e^{-5142.8t}$ .

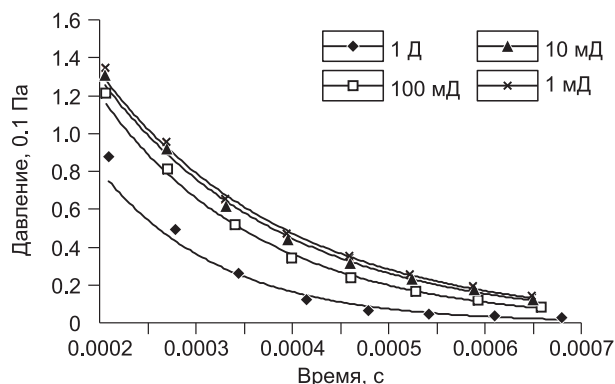
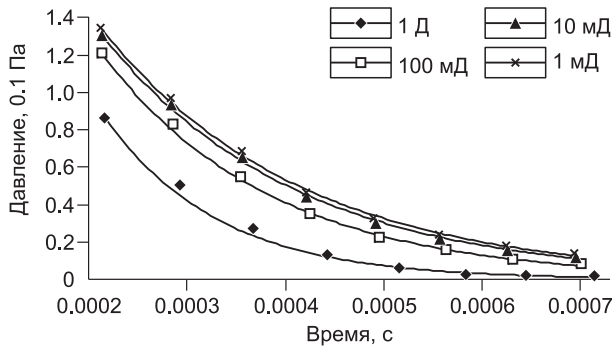
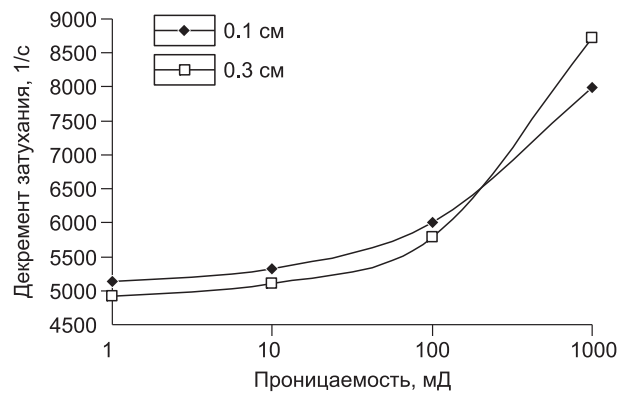


Рис. 9. Изменение абсолютных значений во времени экстремумов акустического давления в жидкости на границе с глинистой коркой толщиной  $1.0 \cdot 10^{-3}$  м для различных значений проницаемости пористой среды и аппроксимация этой зависимости функцией  $e^{-\alpha t}$ .



**Рис. 10.** Изменение абсолютных значений экстремумов акустического давления в жидкости на границе с глинистой коркой толщиной  $3.0 \times 10^{-3}$  м во времени для различных значений проницаемости пористой среды и аппроксимация этой зависимости функцией  $e^{-\alpha t}$ .



**Рис. 11.** Зависимость декремента затухания (показателя экспоненты  $\alpha$  аппроксимирующей модули экстремумов давления) у границы скважины от проницаемости пористой среды для значений толщин корки  $1.0 \cdot 10^{-3}$  и  $3.0 \cdot 10^{-3}$  м.

[Доровский и др., 2010]. Приемник акустического сигнала (датчик давления) располагался около границы скважины. Расчетная область бралась неограниченной по радиусу (использовалась методика поглощающих слоев PML из работы [Arello, Kreiss, 2006]), радиус скважины — 0.04 м, радиус источника — 0.01 м. Использовались следующие материальные параметры для трех сред:

- жидкость: плотность —  $10^3$  кг/м<sup>3</sup>, скорость звука —  $1.5 \cdot 10^3$  м/с;
- глинистая корка: плотность —  $1.1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, скорость продольных волн —  $1.5 \cdot 10^3$  м/с, скорость поперечных волн —  $0.32 \cdot 10^3$  м/с;
- насыщенная пористая среда: плотность скелета —  $2.5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, плотность насыщающей жидкости —  $10^3$  кг/м<sup>3</sup>, скорость быстрых продольных волн —  $3.5 \cdot 10^3$  м/с, скорость медленных продольных волн —  $1.2 \cdot 10^3$  м/с, скорость поперечных волн —  $2.4 \cdot 10^3$  м/с, пористость — 0.2.

Источник генерации акустических волн задавался следующим образом.

В начальный период процесса на границе раздела источник—жидкость задавалось давление в жидкости как функция от времени:  $p = p(t) = p_0 \sin(10^4 \pi t)$ ,  $t < 1.2 \cdot 10^{-4}$  с. После окончания действия давления граница раздела источник—жидкость предполагалась жесткой стенкой с граничным условием  $v_r = 0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- Доровский В.Н., Роменский Е.И., Федоров А.Ю., Перепечко Ю.В.** Резонансный метод измерения проницаемости горных пород // Геология и геофизика, 2011, т. 52 (7), с. 950—961.
- Arello D., Kreiss G.** A new absorbing layer for elastic waves // J. Comput. Phys., 2006, v. 215, № 2, p. 642—660.
- Blokhin A.M., Dorovsky V.N.** Mathematical modelling in the theory of multivelocitity continuum. Nova Science Publishers, NY, 1995, 192 p.
- Godunov S.K., Romenskii E.I.** Elements of continuum mechanics and conservation laws. Kluwer Academic/Plenum Publishers, NY, 2003, 258 p.
- Liu H.-L., Johnson D.L.** Effects of an elastic membrane on tube waves in permeable formations // J. Acoust. Soc. Am., v. 101, № 1, p. 3322—3329.
- Maximov G.A., Merkulov M.E.** Effect of a mudcake on the propagation of Stoneley waves in a borehole // Acoustical Physics, 2002, v. 48, № 2, p. 187—200.
- Toro E.F.** Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. 3rd ed., Springer, 2009, 724 p.
- Xianyun W., Hezhu Y.** Method for determining reservoir permeability from borehole Stoneley-wave attenuation using Biot's poroelastic theory. 2007. Patent No. WO/2007/001746.