ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА И ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА, 1995, т. 36, № 2

УДК 541.24:532.5

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЗАКРУТКИ НА ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

*О. В. Матвиенко*

*НИИ прикладной математики и механики,*
*634050 Томск*

Исследование течений униполярно заряженных газовых потоков представляет определенный теоретический и практический интерес, в частности при создании электрогазодинамических преобразователей энергии [1, 2].

Ниже рассматривается задача о влиянии начальной закрутки потока на электрогазодинамические характеристики течения в круглой идеально проводящей трубе с заземленными стенками. Помимо приложений к теории распространения ЭГД-потоков, такая задача имеет и самостоятельное значение, позволяя выяснить некоторые особенности движения заряженных жидкостей в трубопроводах [3, 4].

При описании поля течения применяются двумерные осесимметричные уравнения Навье — Стокса, записанные с использованием переменных функция тока — напряженность вихря. Предполагается, что энергия газового потока много больше энергии электрического поля, так что течение нечувствительно к электрическим процессам, т. е. распределение параметров течения может быть найдено ранее «электрических» характеристик. Таким образом, уравнения движения в безразмерном виде запишутся как

$$\frac{\mathrm{Re}}{4}\xi^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\omega}{\xi}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right]-\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\omega}{\xi}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]\right\}-\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\xi^3\frac{\partial(\omega/\xi)}{\partial x}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\xi^3\frac{\partial(\omega/\xi)}{\partial\xi}\right]\right\}-\mathrm{Re}\,\xi\frac{\partial V_\theta^2}{\partial x}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\xi}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]+\left[\frac{1}{\xi}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right]+\omega=0, \qquad (1)$$

$$\frac{\mathrm{Re}}{4}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[V_\theta\xi\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right]-\frac{\partial}{\partial\xi}\left[V_\theta\xi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]\right\}-\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\xi\frac{\partial V_\theta\xi}{\partial x}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\xi\frac{\partial V_\theta\xi}{\partial\xi}\right]\right\}+2\frac{\partial V_\theta\xi}{\partial\xi}=0.$$

При задании граничных условий предполагалось, что на входе в трубу поток имеет распределение скоростей по закону вращения твердого тела:

$$\psi=\xi^2,\quad \omega=0,\quad V_\theta=\sigma\xi\quad \text{при}\quad x=0.$$

На выходе ставились мягкие граничные условия, моделирующие свободное истечение жидкости:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=0,\quad \frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}=0,\quad \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial x^2}=0\quad \text{при}\quad x=100.$$

© О. В. Матвиенко, 1995

На оси трубы справедливы условия симметрии:

$$\psi = 0, \quad V_\theta = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0.$$

На стенке трубы контролировалось постоянство расхода и моделировались условия прилипания:

$$\psi = 1, \quad V_\theta = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 1.$$

Напряженность вихря на оси и стенке трубы находилась согласно методике [5]. Осевая и радиальная составляющие скорости определялись при численном дифференцировании функции тока:

$$V_x = \frac{1}{2\xi}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}, \qquad V_\xi = -\frac{1}{2\xi}\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Здесь $x$, $\xi$ — безразмерные продольная и осевая координаты, отнесенные к радиусу трубы $R$; $\psi$ — функция тока; $\omega/\xi = 2\xi^{-1}(\partial V_\xi/\partial x - \partial V_x/\partial\xi)$ — безразмерная тангенциальная составляющая напряженности вихря; $V_\theta$ — тангенциальная скорость; $\sigma = \Omega R/U$ — параметр, характеризующий интенсивность закрутки на входе в трубу; $\mathrm{Re} = 2UR/\nu$ — число Рейнольдса, построенное по среднерасходной скорости $U = \int_0^1 V_x\xi\,d\xi$.

Моделирование «электрической» части задачи выполнялось при следующих предположениях. Электрические заряды, образованные в области $x < 0$, $\xi < \xi_i$, вносятся потоком в трубу. Размер сечения входа заряда $\xi_i < 1$. Это сечение характеризуется постоянной плотностью заряда $q_i$. Отметим, что при движении заряженных частиц в потоках с рециркуляциями становится возможным образование областей, где продольные и поперечные градиенты $q$ имеют один порядок, поэтому в уравнении переноса заряда учтем диффузию в поперечном направлении. Безразмерные уравнения, описывающие распределение потенциала $\Phi$ и перенос заряда $q$, примут вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\xi\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right] + \left[\xi\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right] + q\xi = 0,$$

$$\frac{\mathrm{Re\,Sc}}{4}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[q\left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi} - \frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial\xi}\left[q\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right)\right]\right\} - \left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\xi\frac{\partial q}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial\xi}\left[\xi\frac{\partial(\omega/\xi)}{\partial\xi}\right]\right\} = 0; \tag{2}$$

граничные условия для интегрирования этой системы уравнений следующие:

$$x = 0: \quad q = q_i \ (\xi \le \xi_i), \qquad q = 0 \ (\xi > \xi_i),$$

$$x = 100: \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = 0,$$

$$\xi = 0: \quad \frac{\partial q}{\partial\xi} = 0, \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} = 0,$$

$$\xi = 1: \quad q = 0, \qquad \Phi = 0.$$

Здесь переменные $\Phi$, $q$ отнесены соответственно к характерным величинам $UR/b$ и $\varepsilon U/(4\pi Rb)$; $b$ — подвижность заряда; Sc — число Шмидта, которое в расчетах принималось равным единице.

Для решения системы уравнений (1), (2) применялся конечно-разностный метод [5], обладающий достаточной простотой и универсальностью. Задача решалась на неравномерной по обеим координатам сетке $31 \times 15$, имеющей точки сгущения на входе и у стенки трубы. Конечно-разностным аналогом системы дифференциальных уравнений является система нелинейных алгебраических уравнений, которая решалась численно методом Гаусса — Зейделя. Сходимость итераций при $\sigma \geq 3$ обеспечивалась использованием нижней релаксации для напряженности вихря и циркуляции скорости $V_\theta \xi$. Критерием сходимости итераций служило выполнение неравенства $|\mathbf{Y}^{(N)} - \mathbf{Y}^{(N-1)}| < 10^{-3}|\mathbf{Y}^{(N)}|$, где $N$ — номер итерации, $\mathbf{Y} = (\psi, \omega/\xi, V_\theta\xi, q, \Phi)$.

Завершив на этом математическое описание задачи, перейдем к анализу полученных результатов. Заряженные частицы, попадая в канал, наряду с движением в продольном направлении начинают перемещаться и в поперечном. При этом поперечное движение частиц определяется в основном двумя факторами: переносом заряженных частиц потоком газа и движением зарядов относительно газа (при $b \neq 0$) под воздействием электрического поля. На рис. 1 показано распределение поперечной составляющей электрического тока

$$j_\xi = q(V_\xi - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}) - \mathrm{Re}^{-1}\frac{\partial q}{\partial \xi}$$

в канале ($x = 0{,}7$). Кривые *1*, *2* соответствуют прямоточному потоку $\sigma = 0$ с $q_i = 1$ и $q = 10$, кривая *3* — закрученному потоку $\sigma = 3$ с $q_i = 3$. Видно, что в случае малой подвижности заряда (малые $q_i$) основным фактором, определяющим перенос заряда, является конвекция. Именно оттоком газа из пристеночной области в приосевую по мере формирования динамического пограничного слоя объясняются отрицательные значения $j_\xi$ в приосевой области. С увеличением подвижности зарядов большую роль играет перемещение зарядов под действием электрического поля. При этом радиальная скорость движения заряда, вызванная радиальной составляющей электрического поля $\partial\Phi/\partial\xi$, значительно превосходит радиальную скорость конвективного течения. Заряженные частицы, как это можно видеть из рисунка, совершают движение против потока к оси канала (кривая *2*).

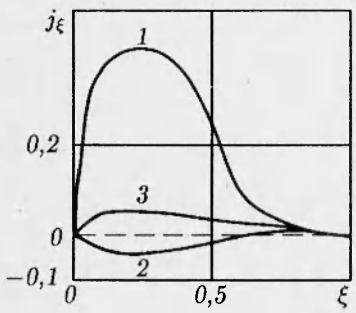


Рис. 1

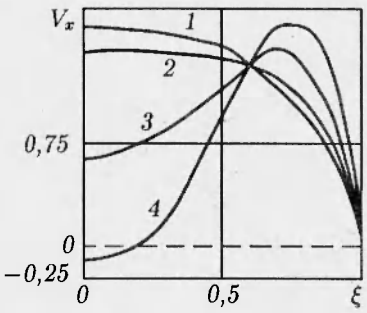


Рис. 2

Перейдем теперь к анализу влияния закрутки на электрогазодинамические характеристики потока. Прежде всего отметим основные особенности скоростных полей. При малых $\sigma$ (вплоть до $\sigma = 1$) влияние закрутки на распределение скоростей незначительно. При $\sigma > 2$ под действием центробежных сил, возникающих в потоке, в приосевой зоне формируется область пониженного давления. Вследствие этого происходит образование

провала $V_x$ в окрестности оси. Такая область пониженной скорости прокачки образуется вблизи от входа в трубу, где из-за взаимодействия со стенкой уже развились пограничные слои, но тангенциальная составляющая скорости еще велика. С дальнейшим увеличением закрутки ($\sigma > 6$) градиенты давления растут до такой степени, что в приосевой области возникает зона возвратных течений, размеры и форма которой, а также интенсивность течения в ней определяются параметрами Re и $\sigma$.

Замедление потока в приосевой области (и даже обращение его при больших $\sigma$) ведет к увеличению $V_x$ на периферии. Эпюра $V_x$ имеет максимум при некотором $\xi_m \neq 0$. С ростом $\sigma$ наблюдаются увеличение максимального значения $V_x$ и смещение $\xi_m$ к стенке. Вниз по потоку под действием сил трения закрутка вырождается и формируется пуазейлевский профиль скоростей. На рис. 2 показано распределение осевой составляющей скорости в сечении $x = 3$ для Re = 160. Кривая *1* — прямоточный поток с $\sigma = 0$, а *2–4* — закрученный с $\sigma = 2$, 4 и 6.

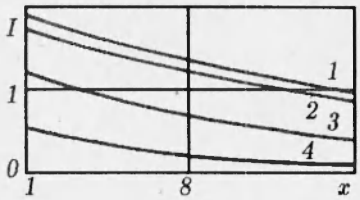

Рис. 3

С ростом закрутки также происходит и увеличение значений радиальной скорости. При этом на начальном участке течения, где преобладают центробежные силы, $V_\xi > 0$, на участке вырождения закрутки $V_\xi < 0$.

Повышение скорости оттока к стенке на начальном участке течения приводит к росту здесь $j_\xi$ (рис. 1, кривая *3*) аналогично тому, как наблюдалось при увеличении $q_i$. Однако в данном случае перемещение заряда к стенке обусловлено в основном процессами конвекции, вследствие которых заряженные частицы сносятся в окрестность заземленной стенки. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению с ростом закрутки тока выноса

$$I = 2\pi \int_0^1 j_x \xi \, d\xi,$$

изменение которого показано на рис. 3, где кривые *1–3* проведены для Re = 160, $q_i = 10$, $\sigma = 0$, 6 и 9 соответственно.

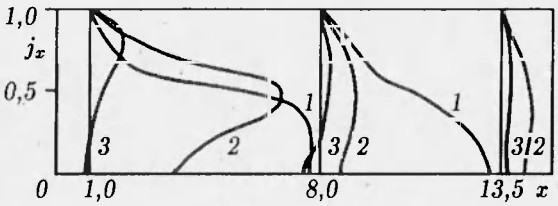

Рис. 4

Наряду с интегральной характеристикой $I$ представляет интерес и распределение плотности продольной составляющей скорости тока $j_x$ по радиусу канала. На рис. 4 приведены радиальные распределения $j_x$ в сечениях $x = 1$, 8 и 13 для $\sigma = 0$, 6 и 9 (кривые *1–3* соответственно). В прямоточном и слабозакрученных потоках протекание электрического тока осуществляется в шнуре радиусом $\xi \approx \xi_i$. С увеличением закрутки картина распределения $j_x$ меняется: при $\xi \approx \xi_i$ наблюдается максимум $j_x$. В области $\xi < \xi_i$ зависимость $j_x(\xi)$ характеризуется провалом аналогично распределению осевой скорости. Дальнейшее увеличение закрутки приводит к возникновению в приосевой области зоны возвратного электрического тока. При этом заряженные частицы совершают движение по замкнутым линиям, несколько отличающимся от линий тока при ненулевой подвижности заряда или совпадающим с ним при $b = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ватажин А. В., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И.** Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983.
2. **Грановский В. Л.** Электрический ток в газе. Установившийся ток / Под ред. Л. А. Сена, В. Е. Голанта. М.: Наука, 1971.
3. **Грабовский В. И.** Электрогидродинамическое течение в плоском канале с осевым электродом-эмиттером // ПМТФ. 1970. № 6. С. 35–40.
4. **Ватажин А. В., Грабовский В. И.** Распространение униполярно заряженных струй в гидродинамических потоках // ПММ. 1973. Т. 37, вып. 1. С. 57–64.
5. **Госмен А. Д., Пан В. В., Ранчел А. Л. и др.** Численные методы исследования течения вязкой жидкости. М.: Мир, 1972.

*Поступила в редакцию 28/II 1994 г.*