УДК 532.526

УПРАВЛЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЯМИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ

С. В. Кириловский, Т. В. Поплавская, И. С. Цырюльников

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск E-mails: kirilov@itam.nsc.ru, popla@itam.nsc.ru, tsivan@ngs.ru

Проведено исследование восприимчивости вязкого ударного слоя на пластине, расположенной под углом атаки, к внешним многоволновым акустическим возмущениям. Показано, что при углах атаки пластины менее 20° внешние акустические волны и периодические контролируемые возмущения, вводимые с поверхности пластины, обусловливают возникновение внутри вязкого ударного слоя энтропийно-вихревых возмущений с подобным пространственным распределением. Этот результат позволил численно реализовать интерференционный метод управления возмущениями, генерируемыми в вязком ударном слое на пластине внешними акустическими волнами на одной частоте и в спектре частот путем ввода возмущений типа вдува-отсоса с поверхности пластины с соответствующими амплитудами и фазами.

Ключевые слова: гиперзвуковое обтекание, восприимчивость ударного слоя, прямое численное моделирование, уравнения Навье — Стокса, управление возмущениями.

Введение. В последнее время с целью разработки методов управления ламинарнотурбулентным переходом проводятся исследования дозвуковых, сверхзвуковых и гиперзвуковых течений.

Методы управления неустойчивостью течений делятся на две группы: методы пассивного воздействия и методы активного воздействия. Согласно работе [1], в которой используется энергетический подход к классификации методов управления неустойчивостью течений, различие активных и пассивных методов заключается в наличии или отсутствии затрат какой-либо энергии на создание управляющего воздействия. Примером активного метода является интерференционный метод, в соответствии с которым развивающуюся волну неустойчивости можно усилить или подавить с помощью волны того же типа, подобрав соответствующий фазовый сдвиг. Способы создания активного воздействия (вдувотсос, микроэлектромеханические системы, локальный периодический нагрев и электрический разряд), используемые в случае дозвуковых течений [1], применяются также для сверхзвуковых и гиперзвуковых пограничных слоев (ПС) (периодический вдув-отсос [2] и электрический разряд [3, 4]). Кроме того, разработаны специфические методы пассивного воздействия. В частности, для гиперзвуковых течений применяется метод подавления акустических возмущений звукопоглощающим покрытием [5–8].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 09-08-00557, 09-08-00679), а также в рамках Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг." (контракт № 16.740.11.0303) и Программы РАН № 11/9.

[©] Кириловский С. В., Поплавская Т. В., Цырюльников И. С., 2012

При больших гиперзвуковых числах Маха и в случае движения в разреженной атмосфере на большой высоте головная ударная волна (УВ) располагается вблизи ПС, и течение за ней реализуется в виде вязкого ударного слоя. Вследствие наличия в ударных слоях ПС большой толщины условия на поверхности модели оказывают слабое влияние на пульсационные процессы в них, что практически исключает возможность использования методов пассивного воздействия. В отличие от сверхзвуковых ПС, в которых преобладает акустическая мода неустойчивости [8], в гиперзвуковых ударных слоях ($M_{\infty} > 12$) доминирует энтропийно-вихревая мода [9, 10]. Доминирование энтропийно-вихревой моды наблюдается в вязком ударном слое (ВУС) на пластине, расположенной под малым углом атаки, несмотря на то что при увеличении этого угла в ударном слое увеличивается уровень пульсаций давления, что соответствует увеличению доли акустических возмущений [11].

В условиях, когда в ВУС доминируют энтропийно-вихревые возмущения, перспективными являются методы активного воздействия, апробированные для дозвуковых пограничных слоев, в частности метод подавления пульсаций контролируемыми периодическими возмущениями, находящимися в противофазе с подавляемыми пульсациями. В [10, 12, 13] показано подобие полей пульсаций, генерируемых в ударном слое на пластине, расположенной под нулевым углом атаки, возмущениями внешнего потока и возмущениями типа вдува-отсоса, а также совпадение значений продольной фазовой скорости возмущений, создаваемых в ударном слое этими источниками воздействия. Указанные особенности позволяют реализовать интерференционную схему управления интенсивностью пульсаций в ударном слое путем воздействия на них контролируемыми возмущениями с определенными амплитудой и фазой.

В данной работе численно реализуется интерференционный метод управления возмущениями ВУС на пластине в случае малых углов атаки ($\alpha \leq 15^{\circ}$) при воздействии внешних монохроматических акустических волн, а также показана возможность управления возмущениями, генерируемыми в ВУС на пластине, расположенной под нулевым углом атаки, внешними многоволновыми акустическими возмущениями.

Постановка задачи и численное решение. Задачи восприимчивости ВУС к возмущениям различного типа и управления развитием этих возмущений решались при числе Маха $M_{\infty} = 21$ и числах Рейнольдса, вычисленных по длине пластины, $\text{Re}_L = 6,00 \cdot 10^4$; $1,44 \cdot 10^5$ в случае, когда на всей длине пластины реализуется режим вязкого ударного слоя, характеризующийся сильным вязко-невязким взаимодействием.

Численное моделирование развития возмущений выполнялось с помощью программы, созданной в Институте теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН [14], на основе решений двумерных уравнений Навье — Стокса с использованием схем сквозного счета высокого порядка точности. Более детальное описание метода приведено в [9, 10].

Расчетная область представляла собой прямоугольник, часть нижней стороны которого совпадала с поверхностью пластины. Расчеты обтекания пластины длиной L = 100 мм под углом атаки выполнялись на сетке размером 1050×350 ячеек. Исследование многоволновых процессов проводилось для пластины длиной 240 мм, размер сетки — 1050×240 ячеек. При выполнении расчетов использовалось до 20 процессоров Сибирского суперкомпьютерного центра (Новосибирск).

Сначала проводился расчет стационарного течения с использованием условия скольжения и скачка температуры на поверхности пластины [15].

При численном моделировании внешних акустических возмущений переменные на левой границе расчетной области задавались в виде суперпозиции стационарного основного течения и одной или нескольких плоских монохроматических звуковых волн с различными амплитудами и частотами:

$$U = \langle U \rangle + U' = \langle U \rangle + \sum_{i} A_{i} \cos(k_{x}x + k_{y}y - \omega_{i}t - \varphi_{i}).$$

Локализованные возмущения типа периодического вдува-отсоса, вводимые вблизи передней кромки пластины, моделировались граничным условием для поперечного массового расхода на некотором участке поверхности пластины:

$$\frac{\rho v'|_{y=0}}{\rho_{\infty} c_{\infty}} = \sum_{i} B_{i} \sin\left(\pi \frac{x-x_{1}}{x_{2}-x_{1}}\right) \sin\left(\omega_{i} t-\psi_{i}\right).$$

Здесь A_i, B_i — амплитуды начальных возмущений; k_x, k_y — компоненты волнового вектора, связанного с безразмерной частотой $\omega_i = 2\pi f_i L/c_\infty$ дисперсионным соотношением $k = \omega/(M_\infty \cos\theta \pm 1)$; f_i — размерная частота, кГц; φ_i, ψ_i — фазы начальных возмущений; θ — угол, под которым распространяется внешняя акустическая волна; c_∞ — скорость звука в набегающем потоке; x_1, x_2 — координаты границ области локализованного возмущения. На поверхности пластины использовались те же граничные условия, что и при получении стационарного решения, но возмущения температуры полагались равными нулю в силу значительной тепловой инерции пластины. После введения возмущений уравнения Навье — Стокса интегрировались до тех пор, пока нестационарное решение не выходило на установившийся периодический режим. (В работах [9–11], в которых проводилось исследование течения в гиперзвуковом ударном слое на пластине, расположенной под нулевым и ненулевыми углами атаки, показано, что данный алгоритм и метод расчета можно использовать при решении задач восприимчивости и устойчивости ударного слоя.)

Управление многоволновыми процессами в ударном слое при нулевом угле атаки. Исследование структуры возмущений, генерируемых в ВУС двумя внешними акустическими волнами, показало, что картина течения в ударном слое аналогична картине течения в случае воздействия монохроматической акустической волны: волновые процессы происходят в области между УВ и верхней границей ПС. Пульсационные характеристики течения имеют два максимума, больший из которых расположен на УВ, а второй — на внешней границе ПС [16]. Аналогичные результаты получены в случае взаимодействия ВУС с локальными периодическими возмущениями типа вдува-отсоса на двух частотах $f_1 = 30$ кГц и $f_2 = 50$ кГц при одинаковых начальных амплитудах $B_1 = B_2 = 1$.

Приведенные на рис. 1 результаты спектрального анализа пульсаций давления на границе ПС в случае воздействия двух локализованных возмущений показывают, что структура возмущений отличается от простой суперпозиции двух волн разной частоты. Видно, что наряду с основными частотами $f_1 = 30$ кГц и $f_2 = 50$ кГц и их гармониками в течении появляются комбинационные суммарные и разностные частоты, которые также могут взаимодействовать между собой.

Заметим, что поля возмущений при воздействии на ВУС внешних акустических волн и возмущений типа вдува-отсоса одновременно на двух частотах качественно подобны (рис. 2, a, 6). Следовательно, пульсации, генерируемые внешними возмущениями, могут быть подавлены вводимыми контролируемыми возмущениями путем подбора фазы и амплитуды возмущений типа вдува-отсоса для каждой монохроматической акустической волны, т. е. с использованием интерференционного метода. На рис. 2, ∂ показаны изолинии мгновенных пульсаций плотности в ударном слое пластины при совместном воздействии двух внешних акустических волн и двух внутренних возмущений типа вдува-отсоса, в случае когда каждое из этих возмущений находится в противофазе с соответствующими по частоте внешними возмущениями. Видно, что по всей длине пластины пульсации



Рис. 1. Спектры частот возмущений давления при x = 0,9 на границе ПС (y = 0,11) при одновременном воздействии двух возмущений типа вдува-отсоса $(f_1 = 30 \text{ к}\Gamma \text{ ц}, f_2 = 50 \text{ к}\Gamma \text{ ц}, B_1 = B_2 = 1)$



Рис. 2. Изолинии мгновенных пульсаций плотности в ударном слое (a, e, d) и распределения среднеквадратичных пульсаций плотности в сечении x = 0,9 (b, e, e) при $M_{\infty} = 21$, $\text{Re}_L = 1,44 \cdot 10^5$, $f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 50$ кГц, $\theta = 0^\circ$: a, b — суперпозиция двух медленных акустических волн $(A_1 = A_2 = 0,014)$; e, e — суперпозиция двух локальных возмущений типа вдува-отсоса газа с поверхности пластины $(B_1 = B_2 = 1)$; d, e — суперпозиция возмущений в противофазе; штриховая линия — верхняя граница ПС

плотности на границе ПС (штриховая линия) существенно уменьшаются. Этот результат подтверждают распределения среднеквадратичных пульсаций плотности по нормали к поверхности в сечении x = 0.9 (рис. 2,*e*).

Для моделирования воздействия многочастотных возмущений использовался спектр естественных пульсаций плотности в свободном потоке аэродинамической трубы T-327A ИТПМ СО РАН, измеренный методом электронно-пучковой флюоресценции и представляющий собой экспоненциально убывающую зависимость от частоты [10]. По экспериментальному распределению был составлен спектр возмущений (с частотой в диапазоне от 5 до 50 кГц и с шагом, равным 5 кГц), в котором проводилось численное моделирование. Значения расчетных амплитуд нормировались таким образом, чтобы суммарная амплитуда 10

была равна $A = \sum_{i=1}^{\infty} A_i = 0,04$, т. е. соответствовала максимальной суммарной интенсивности пульсаций плотности в свободном потоке аэродинамической трубы Т-327А ИТПМ СО РАН.

Проведено исследование взаимодействия ВУС с внешними акустическими волнами с начальными фазами $\varphi_i = 0$ и возмущениями типа вдува-отсоса в рассматриваемом спектре частот. Развитием многоволновых возмущений ВУС можно управлять путем подбора начальных фаз ψ_i и амплитуд B_i возмущений типа вдува-отсоса для каждой монохроматической акустической волны из указанного спектра. Полученные таким образом данные о фазах ψ_i начальных возмущений типа вдува-отсоса, необходимых для подавления возмущений, генерируемых в ВУС внешними акустическими волнами в выбранном спектре частот, могут быть представлены в виде линейной зависимости ψ_i от периода колебаний возмущений с соответствующей частотой:

$$\psi_i = 2.3\pi/\omega_i + 0.0027. \tag{1}$$

Найденные амплитуды B_i начальных возмущений типа вдува-отсоса, необходимые для подавления возмущений, генерируемых в ВУС внешними акустическими волнами, также можно представить в виде зависимости от начальной амплитуды акустических волн A_i с соответствующей частотой:

$$B_i = -922,7A_i^2 + 35,14A_i + 0,0353.$$

На рис. 3 приведены распределения среднеквадратичных пульсаций плотности по нормали к поверхности в сечении x = 0.9 при взаимодействии ВУС с многочастотными внешними акустическими волнами (рис. 3,*a*), с возмущениями типа вдува-отсоса (рис. 3,*б*),



Рис. 3. Распределения среднеквадратичных пульсаций плотности в сечении x = 0,9при взаимодействии ВУС с внешними акустическими волнами в спектре частот $f = 5 \div 50$ кГц (*a*), с возмущениями типа вдува-отсоса (*б*), с акустическими волнами и возмущениями типа вдува-отсоса, находящимися в противофазе (*в*) и в синфазе (*г*): штриховая линия — верхняя граница ПС



Рис. 4. Спектры пульсаций плотности начальных возмущений вне ударного слоя (a) и пульсаций плотности возмущений внутри ударного слоя (b) при воздействии на ВУС акустических возмущений в спектре частот

с акустическими волнами и возмущениями типа вдува-отсоса, находящимися в противофазе в соответствии с формулой (1) (рис. 3, ϵ) и находящимися в синфазе, т. е. с начальными фазами $\psi_i + \pi$ (рис. 3, ϵ). Видно, что в случае возмущений, находящихся в противофазе, наблюдается существенное подавление возмущений на верхней границе ПС (штриховые линии), соответственно в случае возмущений, находящихся в синфазе, пульсации на границе ПС увеличиваются в два раза.

Проведен спектральный анализ возмущений плотности на границе ПС при взаимодействии ВУС с многочастотными акустическими возмущениями ($f = 5 \div 50 \text{ к}\Gamma \mu$) с начальными фазами $\varphi_i = 0$ (рис. 4). На рис. 4,6 представлены амплитуды генерируемых пульсаций плотности на верхней границе ПС. Отличие этих амплитуд от начальных амплитуд пульсаций плотности (рис. 4,*a*) обусловлено нелинейными процессами в ВУС нарастанием гармоник и появлением наряду с основными частотами и их гармониками комбинационных частот.

По спектральным амплитудам возмущений плотности на границе ПС вычислены коэффициенты преобразования, равные отношению амплитуды возмущений плотности, генерируемых на верхней границе ПС, к амплитуде начальных возмущений $k_i = A_i/A_i^0$. На рис. 5,*a* представлена зависимость коэффициента преобразования пульсаций плотности от частоты для трех случаев: при воздействии на ВУС монохроматических акустических волн с заданной частотой из рассматриваемого спектра, при воздействии многоволновых

акустических возмущений с суммарной амплитудой $A = \sum_{i=1}^{10} A_i = 0,04$ и при воздействии

многоволновых акустических возмущений с суммарной амплитудой A = 0,004. Видно, что в случае многочастотного воздействия с суммарной амплитудой A = 0,04 значения коэффициента преобразования меньше, чем при воздействии монохроматических возмущений. Вероятно, это вызвано генерацией высокочастотных гармоник и комбинационных частот ($f > 50 \text{ к}\Gamma$ ц), а следовательно, перекачкой энергии в высокочастотную область (см. рис. $4, \delta$). При уменьшении суммарной амплитуды многочастотного источника акустических возмущений в 10 раз коэффициенты преобразования приближенно равны коэффициентам преобразования, вычисленным при воздействии на ВУС монохроматических



Рис. 5. Зависимости коэффициента преобразования пульсаций плотности от частоты: a — воздействие на ВУС акустических волн с синфазными частотами, δ — воздействие на ВУС акустических волн со случайными частотами (заштрихованная область); 1 — воздействие монохроматических акустических волн, 2 — воздействие акустических волн в спектре частот с суммарной амплитудой, равной 0,04; 3 — воздействие акустических волн в спектре частот с суммарной амплитудой, равной 0,004

акустических волн, что подтверждает сделанный выше вывод о влиянии нелинейных эффектов.

Проведены расчеты для 10 волновых пакетов со случайными фазами (φ_i — случайные числа в диапазоне $0 \div 2\pi$). Значения коэффициентов преобразования для всех этих вариантов находятся в заштрихованной области (рис. 5, δ). При осреднении коэффициентов преобразования по ансамблю данных пакетов получаются значения, близкие к значениям, найденным в случае воздействия на ВУС монохроматических акустических волн заданной частоты. Это свидетельствует о том, что внутри каждого пакета имеют место нелинейные эффекты, такие как генерация гармоник и комбинационных частот, но осреднение коэффициентов преобразования по ансамблю ослабляет их.

Управление возмущениями в ударном слое на пластине, расположенной под углом атаки. Исследования, выполненные в работе [11], показали, что при малых углах атаки ($\alpha \leq 15^{\circ}$) в ВУС доминирует энтропийно-вихревая мода возмущений. В этом случае, как и в случае $\alpha = 0^{\circ}$ [10, 12], для управления энтропийно-вихревыми возмущениями в ВУС на пластине можно использовать интерференционный метод.

На рис. 6 показаны изолинии пульсаций плотности и профили среднеквадратичных пульсаций плотности при $\alpha = 10^{\circ}$. Пространственные структуры возмущений при воздействии возмущений извне и изнутри ударного слоя практически подобны (рис. 6,*a*,*e*). Помимо качественного подобия полей возмущений наблюдается количественное соответствие амплитуд пульсаций плотности на верхней границе ПС (рис. 6,*b*,*c*). Поэтому путем подбора фазы и амплитуды возмущений типа вдува-отсоса можно подавить пульсации, генерируемые внешней акустической волной.

На рис. 6 видно, что в случае начальных возмущений, находящихся в противофазе, пульсации на границе ПС почти полностью подавляются (рис. 6, d, e), а в случае возмущений, находящихся в синфазе, — усиливаются (рис. $6, \mathcal{H}, s$).

На рис. 7 показаны изолинии мгновенных пульсаций энтропии при $\alpha = 15^{\circ}$. Видно, что в случае начальных возмущений, находящихся в противофазе (рис. 7,6), на границе ПС наблюдается почти полное подавление возмущений энтропии.



Рис. 6. Изолинии м
гновенных пульсаций плотности (a, b, d, ж) и распределения среднеквадратичных пульсаций плотности в сечени
иx=0,9~(6,c,e,s) при $\mathrm{M}_{\infty}=21,~\alpha=10^\circ,~f=38~\mathrm{k}\Gamma\mathrm{u},~A=0,003,~B=0,06,~x_1=0,155,~x_2=0,17:$

а, *б* — воздействие внешней акустической волны, *в*, *г* — воздействие возмущений типа вдува-отсоса, *д*, *е* — противофазное воздействие возмущений, *ж*, *з* — синфазное воздействие возмущений

На рис. 8 показаны распределения амплитуды среднеквадратичных пульсаций давления на границе ПС $\langle p'^2_{\Pi C} \rangle$ (рис. 8,*a*) и на поверхности пластины $\langle p'^2_w \rangle$ (рис. 8,*b*). В случае начальных возмущений, находящихся в противофазе, наблюдается не только существенное уменьшение пульсаций давления на границе ПС, но и некоторое снижение пульсаций плотности и давления на поверхности пластины.

Заключение. Выполнено прямое численное моделирование развития возмущений при взаимодействии гиперзвукового вязкого ударного слоя на пластине с многоволновыми акустическими возмущениями внешнего потока и локализованными возмущениями типа вдува-отсоса с поверхности пластины, установлено возникновение суммарных и разностных комбинационных частот.

В диапазоне углов атаки $0^{\circ} \leq \alpha \leq 15^{\circ}$, в котором в ВУС развиваются преимущественно энтропийно-вихревые возмущения, численно реализован интерференционный метод управления возмущениями: пульсации, генерируемые внешними акустическими возму-



Рис. 7. Изолинии мгновенных пульсаций энтропии при $M_{\infty} = 21$, $\alpha = 15^{\circ}$, $f = 38 \ \kappa \Gamma \mu$, A = 0,003, B = 0,073, $x_1 = 0,155$, $x_2 = 0,17$: a — воздействие внешней акустической волны, δ — воздействие возмущений типа вдува-отсоса, ϵ — противофазное воздействие возмущений



Рис. 8. Распределения амплитуды среднеквадратичных пульсаций давления на границе ПС (*a*) и на поверхности пластины (*б*) при $M_{\infty} = 21$, $\alpha = 10^{\circ}$, $f = 38 \text{ к} \Gamma \text{ц}$, A = 0,003, B = 0,06, $x_1 = 0,155$, $x_2 = 0,17$:

1-воздействие внешней монохроматической акустической волны, 2-воздействие возмущений типа вдува-отсоса, 3-противофазное воздействие возмущений

щениями, подавлены возмущениями типа вдува-отсоса, вводимыми с поверхности модели, путем подбора фазы и амплитуды возмущений типа вдува-отсоса. Тот же метод реализован для управления многоволновыми возмущениями. Начальные амплитуды и фазы возмущений типа вдува-отсоса, необходимые для подавления рассмотренных многоволновых возмущений в ВУС, представлены в виде обобщающих зависимостей.

Авторы выражают благодарность А. А. Маслову, С. Г. Миронову, А. Н. Кудрявцеву за помощь в работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Качанов Ю. С. Возникновение турбулентности в пограничном слое / Ю. С. Качанов, В. В. Козлов, В. Я. Левченко. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1982.
- Gmelin C., Rist U. Active control of laminar-turbulent transition using instantaneous vorticity signals at the wall // Phys. Fluids. 2001. V. 13, N 2. P. 513–519.
- Maslov A. A., Kosinov A. D., Shevelkov S. G. Experiments on the stability of supersonic laminar boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. V. 219. P. 621–633.
- Maslov A. A., Sidorenko A. A., Arnal D., Shiplyuk A. N. Leading edge receptivity of hypersonic boundary layer on a flat plate // J. Fluid Mech. 2001. V. 426. P. 73–94.
- 5. Фомин В. М., Федоров А. В., Маслов А. А. и др. Стабилизация гиперзвукового пограничного слоя покрытиями, поглощающими ультразвук // Докл. АН. 2002. Т. 384, № 2. С. 1–5.
- Fedorov A. V., Shiplyuk A. N., Maslov A. A., et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating // J. Fluid Mech. 2003. V. 479. P. 99–124.
- 7. Егоров И. В., Судаков В. Г., Федоров А. В. Численное моделирование стабилизации сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине пористым покрытием // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 3. С. 39–49.
- 8. Egorov I. V., Fedorov A. V., Soudakov V. G. Receptivity of a hypersonic boundary layer over a flat plate with a porous coating // J. Fluid Mech. 2008. V. 601. P. 165–187.
- Кудрявцев А. Н., Миронов С. Г., Поплавская Т. В., Цырюльников И. С. Экспериментальное исследование и прямое численное моделирование развития возмущений в вязком ударном слое на плоской пластине // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 5. С. 3–15.
- Maslov A. A., Kudryavtsev A. N., Mironov S. G., et al. Wave processes in a viscous shock layer and control of fluctuations // J. Fluid Mech. 2010. V. 650. P. 81–118.
- 11. Маслов А. А., Миронов С. Г., Поплавская Т. В., Цырюльников И. С. Волновые процессы в ударном слое на пластине под углом атаки // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 39–47.
- 12. Фомин В. М., Кудрявцев А. Н., Маслов А. А. и др. Активное управление возмущениями в гиперзвуковом ударном слое // Докл. АН. 2007. Т. 414, № 2. С. 1–4.
- Маслов А. А., Кудрявцев А. Н., Миронов С. Г. и др. Управление возмущениями в гиперзвуковом ударном слое на пластине нестационарным воздействием с поверхности // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 3. С. 152–161.
- 14. Кудрявцев А. Н., Поплавская Т. В., Хотяновский Д. В. Применение схем высокого порядка точности при моделировании нестационарных сверхзвуковых течений // Мат. моделирование. 2007. Т. 19, № 7. С. 39–55.
- 15. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1974.
- 16. Маслов А. А., Поплавская Т. В., Цырюльников И. С. Нелинейные волновые процессы в гиперзвуковом ударном слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 4. С. 43–50.

Поступила в редакцию 25/VIII 2011 г., в окончательном варианте — 19/IX 2011 г.