

УДК 518.5:533.6

## ИЗМЕНЕНИЕ ТИПА УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Г. А. Тарнавский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

E-mail: tarnav@itam.nsc.ru

Исследованы физические аспекты неединственности ударно-волновых структур в сверх- и гиперзвуковых потоках. Проанализированы термодинамические условия, определяющие области двойного решения, и исследованы границы перехода маховское — регулярное отражение.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, газовая динамика, неединственность решения, ударные волны, маховское и регулярное отражение.

Развитие методов математического моделирования, обусловленное высокими качествами современной вычислительной техники, сделало возможным исследование пространственных высокоскоростных течений газа с образованием сложных ударно-волновых структур в потоке. При этом все более актуальным становится изучение проблемы неединственности и гистерезиса получаемых численных решений, анализ их адекватности реальным физическим процессам. Однако пока еще превалирует достаточно распространенный в газовой динамике подход к проблеме с позиций механики, иногда даже слишком математизированный, с анализом классических газодинамических уравнений Эйлера, замыкаемых уравнением состояния идеального газа. При этом зачастую игнорируется физика процесса (возбуждение колебательных и вращательных степеней свободы в молекулах, их диссоциация, рекомбинация, ионизация атомов). Если при изучении сверхзвуковых течений это в определенном смысле было допустимо вследствие не слишком сильного влияния физико-химических процессов, то при гиперзвуковых скоростях их влияние на газовую среду может быть существенно заметным.

Основной целью настоящей работы является анализ взаимодействия ударных волн, когда имеет место дуализм решения — возможность существования при одних и тех же определяющих параметрах задачи взаимодействия ударных волн двух типов: и регулярного, и маховского. Обсуждаются также результаты и выводы работы [1], в которой проведено комплексное (экспериментальное и численное) исследование возможности “искусственным образом” изменить стационарную картину взаимодействия ударных волн, возникающих при натекании высокоскоростного потока газа на систему из двух клиньев с углами полураствора  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (рис. 1), с переходом от маховского отражения скачков уплотнения к регулярному. Для данного класса задач имеется диапазон параметров  $[\beta^*, \beta^{**}]$ , в котором при

$$\beta^* \leq \beta \leq \beta^{**} \quad (1)$$

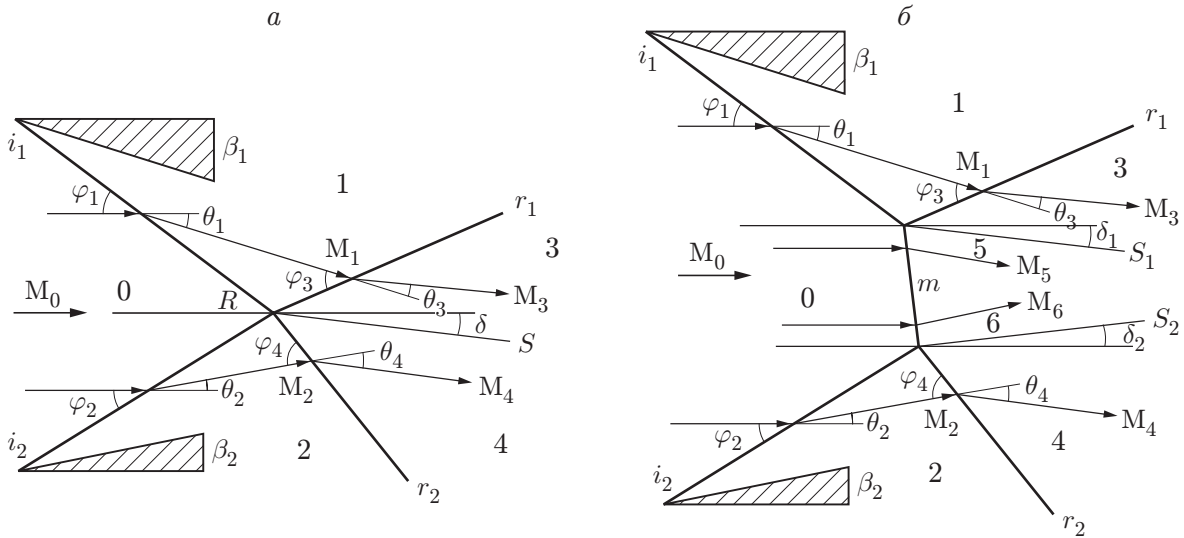


Рис. 1. Картины ударно-волновых структур при взаимодействии скачков уплотнения: *a* — регулярное; *б* — маховское отражение

законы сохранения (массы, импульса, энергии) допускают существование как маховского, так и регулярного отражения (парадокс Неймана). Вне диапазона (1) может существовать только регулярное отражение, если

$$\beta < \beta^*, \quad (2)$$

или только маховское отражение, если

$$\beta > \beta^{**}. \quad (3)$$

Условия (1)–(3) записаны для симметричного случая  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  (более подробно см. [2]). С интенсификацией исследований, связанных с разработкой гиперзвуковых летательных аппаратов и отработкой элементов его двигателей, усилился практический интерес к изучению таких, казалось бы, чисто математических проблем, как неединственность и бифуркации решений уравнений (в данном случае — газовой динамики).

Для высокоскоростных летательных аппаратов подача окислителя (воздуха) в тракт гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД) с его предварительным сжатием фактически полностью определяется скоростью полета и геометрией диффузора, которые должны обеспечивать, помимо оптимизации расходной характеристики, устойчивость и прогнозируемость работы двигателя. На входе в диффузор ГПВРД реализуется система косых скачков уплотнения, определяющих структуру потока в тракте. Для работы ГПВРД в расчетном режиме необходимо создание системы коррекции входа потока в диффузор. Как правило, такие системы являются механическими и основаны на возможности вариации углов входа. Весьма перспективной представляется идея “тепловой коррекции” диффузора [3], которая предполагает подвод энергии в набегающий поток перед диффузором. Однако такая коррекция (впрочем, как и механическая) не может гарантировать отсутствие нерасчетных режимов во всех случаях, тем более при маневрировании летательного аппарата. Одним из нерасчетных является режим падения косога скачка уплотнения внутрь диффузора и его отражения, что может вызывать отрыв потока, образование рециркуляционной зоны течения. Это обуславливает существенную неоднородность потока, высокие тепловые и силовые нагрузки. Поэтому весьма важным является исследование таких режимов при различных высотах и скоростях полета и прогнозирование последствий их возникновения.

В работе [1] изучалась возможность смены режимов взаимодействия ударных волн за счет подвода тепла к потоку. Однако, на наш взгляд, в [1] дана неверная интерпретация наблюдаемого явления: это не переход маховское — регулярное отражение, а создание новых термодинамических условий в газовом потоке, при которых выполняется уже не соотношение (1), а условие (2). Соответственно, маховское отражение становится невозможным и реализуется только регулярное отражение.

Под сменой режимов взаимодействия следует понимать неединственность решения при одних и тех же термодинамических условиях в области (1), когда возможно существование и регулярного, и маховского отражения, но реализуется, естественно, только один из этих режимов.

Проанализируем результаты [1] с позиций, разработанных в [2, 4–6]. Схематическое изображение двух ударно-волновых структур, которые возникают при отражении ударных волн в установившихся течениях, представлено на рис. 1. Структура регулярного отражения (рис. 1, *a*), образовавшаяся при натекании сверхзвукового потока с числом Маха  $M_0$  на два клина с углами  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , включает соответственно два косых скачка уплотнения  $i_1$  и  $i_2$ , сформированных вблизи поверхности клиньев и падающих внутрь области течения с углами наклона  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  (здесь и далее углы определяются по отношению к направлению вектора набегающего потока), и два отраженных скачка  $r_1$  и  $r_2$  с углами наклона  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$ , пересекающихся в точке  $R$ . Спутная струя  $S$  с углом наклона  $\delta$  образуется при прохождении потока через систему скачков с углами отклонения потока  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  на скачках  $i_1, i_2, r_1, r_2$  соответственно. Для стационарной картины выполняются соотношения  $\theta_1 = \beta_1, \theta_2 = \beta_2, \theta_1 - \theta_3 = \theta_2 - \theta_4 = \delta$ . Для симметричного ( $\beta_1 = \beta_2$ ) отражения  $\delta = 0$ . При возникновении волновой структуры с маховским отражением (рис. 1, *b*) в дополнение к падающим и отраженным скачкам появляется центральный скачок уплотнения  $m$ , фронт которого соединяет две тройные точки пересечения скачков  $(i_1, r_1, m)$  и  $(i_2, r_2, m)$ , и возникают две спутные струи  $S_1$  и  $S_2$  с углами наклона  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . В стационарном режиме  $\theta_1 = \beta_1, \theta_2 = \beta_2, \theta_1 - \theta_3 = \delta_1, \theta_2 - \theta_4 = \delta_2$ . В случае симметрии ( $\beta_1 = \beta_2$ ) очевидно, что  $\theta_1 = \theta_2, \delta_1 = \delta_2 = 0$ . Вся область течения разделяется на ряд зон, в каждой из которых течение (в идеализированной постановке — однородное) имеет собственные характеристики. Зона 0 (область невозмущенного течения) ограничена слева любой границей, помещенной в область набегающего сверхзвукового потока (например, прямой линией, соединяющей вершины клиньев), а справа — фронтами скачков  $i_1$  и  $i_2$  (и дополнительно — фронтом  $m$  для маховского отражения). Зона 1 (область течения, развернутого по часовой стрелке на скачке  $i_1$  вдоль поверхности верхнего клина) ограничена фронтами скачков  $i_1$  и  $r_1$  соответственно слева и справа. Аналогично зона 2 (область течения, развернутого против часовой стрелки на скачке  $i_2$  вдоль поверхности нижнего клина) ограничена фронтами скачков  $i_2$  и  $r_2$  слева и справа соответственно. Зона 3 (сектор течения, развернутого против часовой стрелки на скачке  $r_1$ ) ограничена его фронтом и поверхностью контактного разрыва, который является границей спутной струи  $S$  (для маховского отражения —  $S_1$ ). Зона 4 (сектор течения, развернутого по часовой стрелке на скачке  $r_2$ ) ограничена его фронтом и поверхностью контактного разрыва, который также является границей спутной струи  $S$  (для маховского отражения —  $S_2$ ). В случае регулярного отражения зоны 3 и 4 имеют общую границу (непосредственно смыкаются), а в случае маховского отражения между ними расположены зоны 5 и 6 (области течения за фронтом скачка  $m$ ).

Переходы между этими двумя типами отражения определяются критерием отделения и критерием Неймана. Оба эти критерия (точки бифуркации) разграничивают три области, в которых возможно существование: только маховского, как маховского, так и регулярного и только регулярного отражения. Процесс перехода этих типов отражения одного в другой при вариации параметров, определяющих физику задачи, например ско-

рости и высоты полета, может сопровождаться гистерезисом. Обычно исследование волновых структур этих типов проводится в предположении неизменности физических свойств газового потока при прохождении через всю систему ударных волн, т. е. используется модель идеального политропного газа с постоянным значением показателя адиабаты (политропы)  $\gamma$  во всей области течения. Однако для анализа реальных процессов необходимо расширение такой физической модели.

С этой целью в настоящей работе используется метод эффективного показателя адиабаты (см. [5–7]), позволяющий моделировать течение газа с учетом его реальных свойств за счет вариации показателя адиабаты

$$\gamma = \gamma(p, T), \quad (4)$$

изменяющегося в поле течения в зависимости от локальных значений давления  $p$  и температуры  $T$ . Данные для ксенона, использованного в качестве рабочего газа в эксперименте [1], могут быть взяты для определения  $\gamma$  из каких-либо термодинамических таблиц.

В классической газодинамике критические углы  $\beta^*$  и  $\beta^{**}$ , являющиеся точками бифуркации решения (границами области неединственности (1)), зависят только от геометрии задачи и двух безразмерных параметров — числа Маха  $M_0$  набегающего потока и показателя адиабаты  $\gamma_0$ , постоянного во всех зонах течения:

$$\beta^* = \beta^*(\beta_1, \beta_2, M_0, \gamma_0), \quad \beta^{**} = \beta^{**}(\beta_1, \beta_2, M_0, \gamma_0). \quad (5)$$

Для гиперзвуковых течений, при обязательности учета физики процессов в газовой среде, углы  $\beta^*$  и  $\beta^{**}$  зависят от размерных значений физических параметров — давления и температуры, различных во всех зонах течения:

$$\begin{aligned} \beta^* &= \beta^*(\beta_1, \beta_2, p_0, T_0, p_1, T_1, p_2, T_2, p_3, T_3, p_4, T_4), \\ \beta^{**} &= \beta^{**}(\beta_1, \beta_2, p_0, T_0, p_1, T_1, p_2, T_2, p_3, T_3, p_4, T_4), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $p_i, T_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ) — значения в соответствующих зонах течения.

Если рассматривать только равновесные или квазиравновесные процессы, то до определенных пределов значений  $p$  и  $T$  вместо (6) можно применять, с учетом (4), физически более простую модель (подробнее см. [5, 6], опирающуюся на классические работы [7–9]):

$$\beta^* = \beta^*(\beta_1, \beta_2, M_0, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4), \quad \beta^{**} = \beta^{**}(\beta_1, \beta_2, M_0, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4). \quad (7)$$

Для анализа волновых структур, возникающих при взаимодействии падающих ударных волн  $i_1$  и  $i_2$ , определяющих образование отраженных ударных волн  $r_1$  и  $r_2$  различных типов (см. рис. 1), удобно использовать технику ударных поляр. Эта техника позволяет заменить сложный математический анализ результатов совместного решения нескольких (по числу взаимодействующих ударных волн) нелинейных алгебраических уравнений, связывающих значения параметров перед и за фронтом каждого скачка. Селекция решений вследствие их неединственности производится наглядным графическим способом. Этот способ делает сам процесс получения решений и их анализ существенно более ясными и логичными, а выбор необходимого решения в случае его неединственности — более простым. Под ударной полярой понимается соотношение, связывающее угол отклонения потока  $\theta$  и отношение давлений  $\xi = p_+/p_-$ , где  $p_+$  — давление за, а  $p_-$  — перед фронтом скачка, при параметрической зависимости от числа Маха  $M_-$  и эффективных показателей адиабаты  $\gamma_+$  и  $\gamma_-$ :

$$f(\theta, \xi, M_-, \gamma_-, \gamma_+) = 0. \quad (8)$$

Зависимость (8), собственно и называемая ударной полярой, в плоскости  $(x, y) = (\theta, \xi)$  является замкнутой кривой, ограниченной значениями  $\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$ ,  $\xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max}$  и

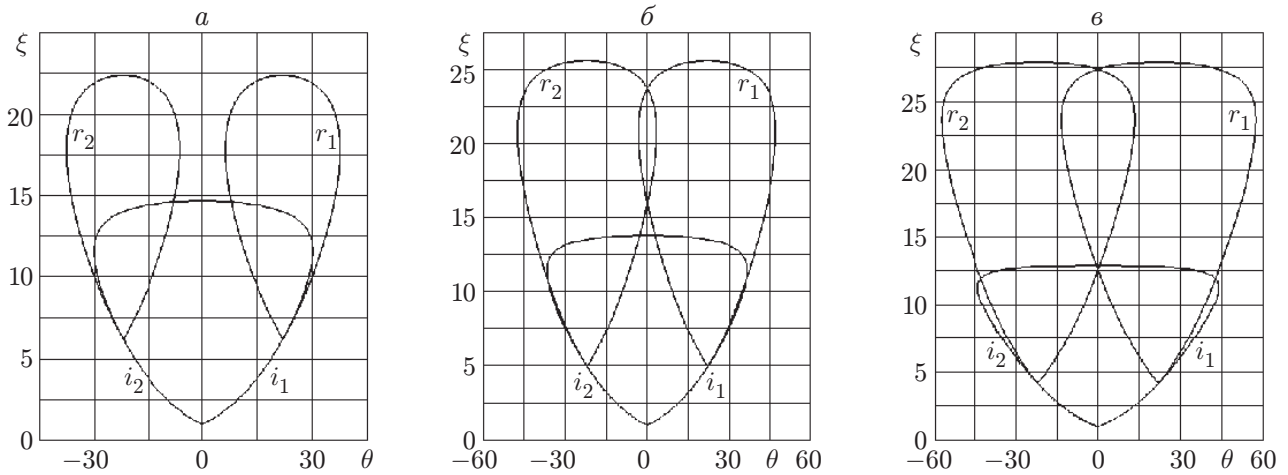


Рис. 2. Поляры двух падающих ( $i_1$  и  $i_2$ ) и двух отраженных ( $r_1$  и  $r_2$ ) ударных волн при  $\beta_1 = \beta_2 = 22^\circ$ ,  $M_0 = 3,45$ ,  $p_0 = 11,23$  атм,  $T_0 = 283$  К и  $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_3 = 1,667$  (а), 1,4 (б), 1,2 (в)

зеркально симметричной относительно прямой  $\theta_s = (\theta_{\min} + \theta_{\max})/2$ . Конкретный вид (8) и подробный анализ ударной поляры при вариации  $\gamma_+$ ,  $\gamma_-$  и  $M_-$  приведены в [2, 4].

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования (итерационный вычислительный алгоритм детально описан в [4]) задачи при таких же, как в [1], значениях определяющих параметров. Исследования проводились при вариации значений  $\gamma_0$  и из-за высокой параметричности задачи при дополнительном условии  $\gamma_3 = \gamma_1 = \gamma_0$ . Это условие означает, что основные физические процессы в газовой среде (ксеноне) — возбуждение электронных оболочек и частичная ионизация атомов — протекают перед фронтами падающих ударных волн, а при переходе через фронты отраженных, более слабых ударных волн свойства газа не изменяются. Кроме того, вследствие симметрии задачи  $\gamma_2 = \gamma_1$  и  $\gamma_4 = \gamma_3$ . Эффективный показатель адиабаты  $\gamma$  отражает физику процесса: его значение равно значению  $5/3$  для одноатомного газа в набегающем потоке, уменьшается с возбуждением электронных оболочек и увеличивается при ионизации. Заметим, что анализ процессов с таких позиций для ряда задач динамики реагирующего газа [10–13] при уменьшении  $\gamma$  до 1,22 в аргоне и до 1,06 в парах спирта позволил объяснить ряд аномальных с точки зрения классической газодинамики явлений, таких как неустойчивость и деструкция фронта головного скачка при гиперзвуковом обтекании затупленного тела.

На рис. 2 изображены поляры двух падающих ( $i_1$  и  $i_2$ ) и двух отраженных ( $r_1$  и  $r_2$ ) ударных волн. Вследствие симметрии скачки  $i_1$  и  $i_2$  совпадают, а скачки  $r_1$  и  $r_2$  зеркально симметричны относительно линии  $\theta = 0$ . Взаимное положение точек пересечения этих поляр определяет тип возникающей ударно-волновой структуры. Даже не зная численных значений  $\beta^*$  и  $\beta^{**}$  в (7), по графикам ударных поляр можно определить, какая из ударно-волновых структур реализуется при определенном наборе параметров. Выпишем эти условия, аналогичные (1)–(3), в той же последовательности, но в иной формулировке:

- 1) если поляры  $r_1$  и  $r_2$  пересекаются вне поляры  $i_1$ , то возможно и регулярное, и маховское отражение;
- 2) если поляры  $r_1$  и  $r_2$  пересекаются внутри поляры  $i_1$ , то маховское отражение невозможно;
- 3) если поляры  $r_1$  и  $r_2$  не пересекаются, то регулярное отражение невозможно.

Подчеркнем, что в случае существования двух точек пересечения ( $r_1 \times r_2$ )-поляр следует учитывать только нижнюю из них, называемую “главной” или слабым решением. Подробный анализ этого вопроса проведен в [2, 4].

Рис. 2,а иллюстрирует начальное состояние стационарного течения в эксперименте [1]: реализуется структура устойчивого маховского отражения, соответствующего рис. 1,б. Далее в область перед фронтом скачка  $i_1$  в окрестность вершины верхнего клина коротким импульсом подводится узколокализованное “пятно” лазерного излучения достаточно высокой мощности. Вследствие сильного изменения параметров набегающего потока участок фронта ударной волны  $i_1$  деформируется, и эта деформация постепенно продвигается к центру. К моменту времени 100 мкс возмущение попадает в область центрального скачка уплотнения, который исчезает, и при этом возникает картина другого типа — регулярное отражение, которая, как утверждается в [1], существует еще некоторое время. Таким образом, согласно [1] осуществляется переход от маховского к регулярному отражению, а обратный переход от регулярного к маховскому отражению объясняется влиянием неоднородностей в канале установки.

С позиций настоящего исследования более справедливо другое объяснение этого процесса. В невозмущенном потоке ксенона вообще, а также, в частности, в начальный момент времени, пока тепловое “пятно” не продвинулось к центру, во всех зонах течения  $\gamma = 1,667$ . При этом (см. рис. 2,а) согласно условию (3) может возникнуть только ударно-волновая структура, соответствующая маховскому отражению. Она и наблюдается в эксперименте. Затем, при продвижении края размываемого течением теплового “пятна” в центр значение  $\gamma$  уменьшается и достигает в некоторый промежуточный момент времени, например, значения 1,4. В этом случае (см. рис. 2,б) точка пересечения  $(r_1 \times r_2)$ -поляр лежит вне поляры  $i_1$ . Таким образом, в этой подобласти параметров возможно существование как маховского, так и регулярного отражения. Заметим, что значение  $\gamma = 1,4$  характерно для двухатомного газа, в частности для основных компонентов воздуха, при не очень высоких температурах, когда возбуждены только поступательные и вращательные степени свободы, без существенной активации колебаний атомов в молекулах газа.

Далее, в момент дислокации возмущения в центре здесь располагается область сильно нагретого газа с малыми значениями  $\gamma_i < \gamma_0$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ), точно определить которые не представляется возможным из-за отсутствия необходимой информации. Скорее всего, здесь достигнуто значение 1,2. В этом случае (см. рис. 2,в), в отличие от рис. 1,а, точка пересечения поляр  $r_1$  и  $r_2$  лежит внутри поляры  $i_1$ . Следовательно, в данной ситуации маховское отражение запрещено и возможно только регулярное отражение. Оно и наблюдается в эксперименте. Через некоторое время тепловое “пятно” будет снесено вниз по потоку, и восстановится исходная ситуация, в которой вначале будет возможно как регулярное, так и маховское отражение (см. рис. 2,б), а затем вновь только маховское отражение (рис. 2,а).

Более детально заключительные стадии восстановления исходной ударно-волновой структуры иллюстрирует вычислительный эксперимент, результаты которого приведены на рис. 3. Здесь значения эффективного показателя адиабаты различны в различных зонах течения, уменьшаясь с увеличением номера зоны:  $\gamma_1 = \gamma_0 - 0,05$ ,  $\gamma_3 = \gamma_1 - 0,05 = \gamma_0 - 0,1$ . Это означает, что на фронтах падающих и отраженных ударных волн скачкообразно протекают физико-химические процессы (в ксеноне — возбуждение электронных оболочек), приводящие к повышению температуры и, соответственно, уменьшению эффективного показателя адиабаты. Симметрия задачи, естественно, сохраняется:  $\gamma_2 = \gamma_1$ ,  $\gamma_4 = \gamma_3$ . Параметр  $\gamma_0$  варьируется.

Такая динамика изменения значения  $\gamma_0$  и связанных с ним значений  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  соответствует процессу “уноса” теплового “пятна” вниз по течению, причем само это “пятно” достаточно (разумеется, в данном приближении) размыто. Поскольку  $\gamma_3 < \gamma_1 < \gamma_0$ , соотношения температур обратны:  $T_3 > T_1 > T_0$ , т. е. “центр пятна” (область с максимальной температурой) расположен ниже по течению, чем его периферия. Кроме того, поскольку

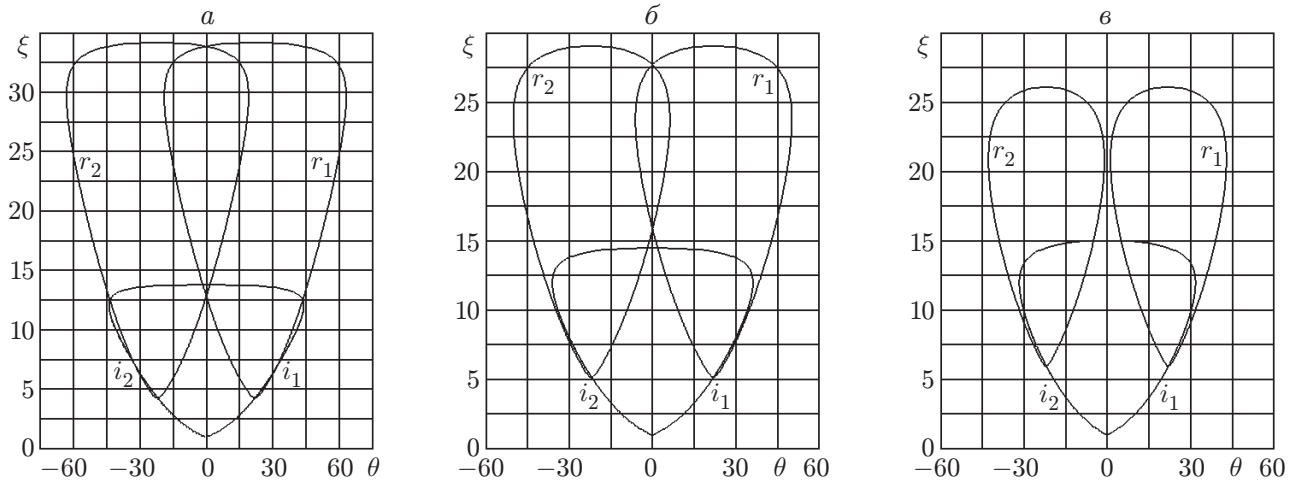


Рис. 3. Поляры двух падающих ( $i_1$  и  $i_2$ ) и двух отраженных ( $r_1$  и  $r_2$ ) ударных волн при  $\beta_1 = \beta_2 = 22^\circ$ ,  $M_0 = 3,45$ ,  $p_0 = 11,23$  атм,  $T_0 = 283$  К и  $\gamma_0 = 1,3$  (а), 1,5 (б), 1,667 (в);  $\gamma_1 = \gamma_0 - 0,05$ ,  $\gamma_3 = \gamma_1 - 0,05 = \gamma_0 - 0,1$

$\gamma_0^v > \gamma_0^b > \gamma_0^a$  (верхний индекс соответствует нумерации рисунка),  $T_0^v < T_0^b < T_0^a$ . Это означает постепенное уменьшение температуры (если рассматривать рис. 3,а — б — в как эволюцию процесса) не только по пространству, но и во времени. При этом к концу процесса (рис. 3,в) восстанавливаются исходные параметры набегающего потока:  $\gamma_0^v = \gamma_0^{t=0} = 1,667$ .

Рассмотрим результаты этого вычислительного эксперимента. Имеет место следующая динамика ударных поляр:  $r_1$ - и  $r_2$ -поляры пересекаются внутри  $i$ -поляры (рис. 3,а), вне  $i$ -поляры (рис. 3,б) и не пересекаются (рис. 3,в). Это означает возможность существования соответственно: сначала только регулярного, затем как регулярного, так и маховского (область дуализма ударно-волновых структур), и наконец только маховского отражения. Таким образом, с “уносом” теплового “пятна” вниз по течению восстанавливается первоначальная картина маховского отражения, что и наблюдается в эксперименте.

Следовательно, постановку эксперимента [1] вряд ли целесообразно трактовать как организацию условий для осуществления перехода маховского отражения в регулярное в области неединственности решения: это просто создание термодинамических условий для существования области единственности другого решения. Если имеется в виду просто необходимость (или желание) перевода ударно-волновой структуры, соответствующей маховскому отражению, в регулярную, то самый простой способ для этого — уменьшить углы скоса потока  $\beta_1$  и  $\beta_2$  от  $22^\circ$  до, например,  $10^\circ$ . При этом заведомо будет существовать только структура регулярного отражения (см. [2, 4]).

Аналогичные замечания о не вполне корректном использовании термина “переход” можно отнести и к ряду других работ, в которых смена типа ударно-волновой картины достигается путем изменения условий в набегающем потоке. Например, в вычислительных экспериментах [14] варьируется значение плотности в зоне 0 (см. рис. 1) в окрестности плоскости симметрии. Фактически это эквивалентно изменению стационарного значения  $M_0 = M_s$  на возмущенное  $M_0 = M_d$  и, согласно (5), (6) или (7), реорганизации “бассейна притяжения решений”, изменению положения точек бифуркации  $\beta_s^*$  и  $\beta_s^{**}$  на  $\beta_d^*$  и  $\beta_d^{**}$  в параметрическом пространстве. Соответственно, изменяется и формирование той или иной ударно-волновой структуры: если ранее (при  $M_0 = M_s$ ) было возможно образование, например, только маховского отражения, то при  $M_0 = M_d$  становится возможным только

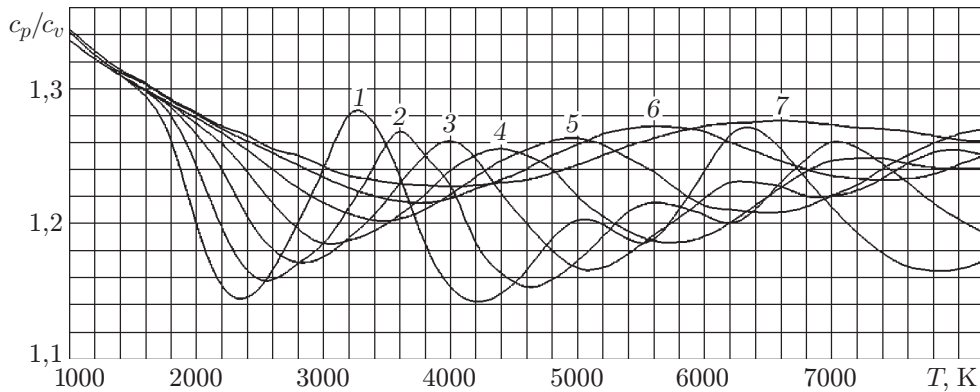


Рис. 4. Зависимость отношения  $c_p/c_v$  (для воздуха) от температуры при  $P$ , атм:  
 1 —  $10^{-3}$ ; 2 —  $10^{-2}$ , 3 —  $10^{-1}$ , 4 — 1, 5 — 10, 6 —  $10^2$ , 7 —  $10^3$

регулярное отражение. Заметим, что при этом наибольший интерес представляет случай “попадания” в область дуализма решения, где априори неясно, какой вид отражения возникнет. Поэтому эксперимент типа [14], на наш взгляд, не следует квалифицировать как организацию “перехода” между двумя различными типами взаимодействия: просто при одних значениях параметров может существовать одна структура, а при иных — другая.

Вообще говоря, какой именно тип ударно-волновой структуры будет реализовываться, исключительно важно не только в теоретическом, но и в практическом плане при создании гиперзвуковых летательных аппаратов. Этот аспект проблемы уже частично анализировался выше, здесь его следует дополнить еще одним замечанием. При анализе возможности реализации того или иного режима взаимодействия скачков, его устойчивости к переходу исключительно важной представляется постановка такого вычислительного эксперимента, в котором учитывались бы не только возмущения какого-либо одного параметра (перебор параметров и их комбинаций можно осуществлять бесконечно), а по возможности проводился бы комплексный (хотя бы усредненный) учет реальных физико-химических процессов в газе (воздухе) с существенным изменением свойств газовой среды.

Иллюстрацией вывода о необходимости учета изменения термодинамических свойств газа в гиперзвуковых потоках с зонами высоких давлений и температур является рис. 4, на котором приведена зависимость отношения теплоемкостей  $c_p/c_v$  для воздуха (классический показатель адиабаты  $\gamma = c_p/c_v$ ) от температуры при различных значениях давления (данные взяты из таблиц [9]). Волнообразное поведение кривых связано с такими физическими процессами, последовательно протекающими при увеличении температуры, как возбуждение колебательных степеней свободы молекул кислорода и их диссоциация, возбуждение колебаний в молекулах азота и их диссоциация, возбуждение электронных оболочек атомов и их ионизация.

Подчеркнем, что согласно (7), (8) значение  $\gamma$  существенно влияет на всю ударно-волновую картину течения. Это влияние настолько велико (подробнее см. [2, 4]), что все исследования без его учета носят лишь ограниченный характер и в плане создания летательного аппарата вряд ли могут быть использованы.

В заключение следует кратко остановиться на очень важном обстоятельстве: почему в области дуализма решения всегда (во всяком случае, практически всегда) физически в натурном (не вычислительном) эксперименте реализуется только маховское отражение, и никогда — регулярное. Здесь просматривается прямая аналогия с более простой задачей о натекании сверхзвукового потока на клин, когда в некотором диапазоне определяющих параметров ( $M_0$ ,  $\beta$ ) возможны два решения, допускаемые законами сохранения: две ударные



волны с различной интенсивностью и различным наклоном фронта по направлению к набегающему потоку. В натуральных экспериментах всегда наблюдается более слабая ударная волна, с меньшим углом наклона и меньшей интенсивностью. Более того, вычислительные эксперименты, в которых в качестве начальных данных использовалось сильное решение, всегда приводили к его переходу в слабое решение (автору настоящей статьи неизвестно другое). Это объяснялось или некими (туманными) “энтропийными” соображениями, или неустойчивостью сильных решений.

В первом случае часто ссылаются на известную термодинамическую теорему Пригожина [7], согласно которой “при внешних связях, препятствующих достижению равновесного состояния, стационарное состояние соответствует минимальному производству энтропии”. Заметим, что в области неединственности (1) оба разрешенных состояния являются стационарными. Более того, эти состояния являются (в определенном приближении) и равновесными. Поэтому указанная теорема о минимуме производства энтропии к данной проблеме отношения не имеет.

Во втором случае, как правило, исследование устойчивости течения со слабым и сильным отражением проводится в линейном приближении относительно малых нестационарных возмущений. Так, в [15] установлена корректность задачи о возмущениях течения со слабым отраженным скачком и ее некорректность в случае течения с сильным скачком. Утверждения об устойчивости течений со слабыми, и неустойчивости течений с сильными скачками сделаны в [16] на основании цикла вычислительных экспериментов.

Не отрицая явления неустойчивости, можно дать более физическое объяснение факту предпочтения одного из решений в области его неединственности. Известно, что в квантовых (дискретных) системах при наличии нескольких разрешенных уровней энергии заполнение идет от наинизшего к наивысшему — это фундаментальный принцип минимума энергии. Аналогично и в газовой динамике можно рассматривать области неединственности решения как дискретную систему уровней энергии, в которой с максимальной вероятностью реализуется состояние с наименьшей энергией. Например, в области единственности решения главная точка пересечения  $(r_1 \times r_2)$ -поляр расположена ниже точки пересечения  $(i_1 \times r_1)$ - и  $(i_2 \times r_2)$ -поляр, поэтому формируется регулярная, а не маховская ударно-волновая конфигурация. В области дуализма решения, наоборот, главная точка пересечения  $(r_1 \times r_2)$ -поляр расположена выше точки пересечения  $(i_1 \times r_1)$ - и  $(i_2 \times r_2)$ -поляр, поэтому предпочтительно образуется маховская, а не регулярная ударно-волновая конфигурация. Было бы интересно так поставить эксперимент, чтобы при полном соответствии одному и тому же диапазону параметров (1) газовой среды был осуществлен переход из основного (маховского) в возбужденное (регулярное) состояние.

Заметим, что, кроме этого, в ряде поддиапазонов параметров, определяющих задачу, дополнительно возникает неединственность решений одного типа: а) для регулярного отражения — одна или две точки пересечения  $(r_1 \times r_2)$ -поляр; б) для маховского — одна, две, три или четыре точки пересечения  $(i \times r)$ -поляр (подробнее см. [2, 4]). Эта неединственность может рассматриваться как расщепление основного уровня на ряд подуровней.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить признательность П. И. Гешеву за полезные обсуждения, Г. С. Хакимзянову и С. Н. Коробейникову за постоянное внимание к работе, В. Д. Кургузову, В. В. Пикалову и А. Г. Гарнавскому за помощь в оформлении статьи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Yan H., Adelgren R., Elliott G., et al. Effect of energy on MR  $\rightarrow$  RR transition // Shock Waves. 2003. V. 13, N 2. P. 113–121.

2. **Тарнавский Г. А.** Неединственность ударно-волновых структур в реальных газах: маховское и/или регулярное отражение // Вычисл. методы и программирование. 2003. Т. 4, № 2. С. 258–276.
3. **Бормотова Т. А., Володин В. В., Голуб В. В., Ласкин И. Н.** Тепловая коррекция входного диффузора гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя // Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 3. С. 472–477.
4. **Тарнавский Г. А.** Ударные волны в газах с различными показателями адиабаты до и после фронта скачка // Вычисл. методы и программирование. 2002. Т. 3, № 2. С. 129–143.
5. **Тарнавский Г. А., Шпак С. И.** Эффективный показатель адиабаты в задачах гиперзвукового обтекания тел реальным газом // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 1. С. 41–58.
6. **Тарнавский Г. А., Шпак С. И.** Способы расчета эффективного показателя адиабаты при компьютерном моделировании гиперзвуковых течений // Сиб. журн. индустр. математики. 2001. Т. 4, № 1(7). С. 177–197.
7. **Пригожин И., Кондепуди Д.** Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002.
8. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
9. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
10. **Griffiths R. W., Sandeman R. J., Hornung H. G.** The stability of shock waves in ionizing and dissociating gases // J. Phys. D.: Appl. Phys. 1975. V. 8. P. 1681–1691.
11. **Мишин Г. И., Бедин А. П., Ющенко Н. И. и др.** Аномальная релаксация и неустойчивость ударных волн в газах // Журн. техн. физики. 1981. Т. 51, № 11. С. 2315–2324.
12. **Тарнавский Г. А., Шпак С. И.** Некоторые аспекты компьютерного моделирования гиперзвуковых течений: устойчивость, неединственность и бифуркации численных решений уравнений Навье — Стокса // Инж.-физ. журн. 2001. Т. 74, № 3. С. 125–132.
13. **Тарнавский Г. А., Хакимзянов Г. С., Тарнавский А. Г.** Моделирование гиперзвуковых течений: влияние стартовых условий на финальное решение в окрестности точек бифуркации // Инж.-физ. журн. 2003. Т. 76, № 5. С. 54–60.
14. **Kudryavstev A. N., Khotjanovsky D. V., Ivanov M. S., et al.** Numerical investigations of transition between regular and Mach reflections caused by free-stream disturbances // Shock Waves. 2002. V. 12, N 2. P. 157–165.
15. **Тешуков В. М.** Об устойчивости регулярного отражения ударных волн // ПМТФ. 1989. № 2. С. 26–33.
16. **Salas M. D., Morgan V. D.** Stability of shock waves attached to wedges and cones // AIAA J. 1983. V. 21, N 12. P. 1281–1304.

*Поступила в редакцию 4/III 2004 г.*

---