УДК 621.3.016.33:537.528

## РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ РАЗРЯДНОЙ КАМЕРЫ В РЕЗУЛЬТАТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОДЕ

## В. М. Косенков

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, 54018 Николаев, Украина E-mail: v.m.kosenkov@gmail.com

Исследовано влияние резонансных режимов взаимодействия парогазовой полости и стенки разрядной камеры на процесс обмена энергией между ними. В связанной геометрически и физически нелинейной постановке проведено математическое моделирование электродинамических, гидродинамических и упругопластических волновых процессов в разрядной камере. Определена зависимость количества энергии, передаваемой от конденсаторной батареи жидкости и твердому телу через их контактную границу, от параметров динамической системы.

Ключевые слова: электрический разряд в жидкости, разрядная камера, резонанс, математическое моделирование.

Введение. Параметры разрядных камер импульсных электрогидравлических установок определяют эффективность их практического применения [1–3]. От этих параметров зависит интенсивность ударно-волнового воздействия электрического разряда в воде на различные технологические объекты, а также прочность и долговечность камеры. Разрядная камера представляет собой сложную многофазную многокомпонентную систему, состоящую из заполненного низкотемпературной плазмой канала разряда, который после прохождения разряда преобразуется в парогазовую полость, сжимаемой жидкости и упругопластических тел, образующих стенки камеры. Элементы системы обмениваются энергией и обладают упругими и инерционными свойствами, что вызывает их колебания, поэтому процессы в разрядной камере определяются не только ударными волнами от электрического разряда, но и возникающими затем волновыми явлениями.

Для выбора параметров разрядной камеры необходимо провести исследование этой динамической системы с учетом связи между электродинамическими, гидродинамическими и упругопластическими явлениями. Электродинамика разряда в воде детально изучена в [4, 5]. Исследованию проблем взаимодействия канала разряда с окружающей его жидкостью, в которой распространяются ударные волны, посвящены работы [6–8]. В [9, 10] рассмотрено взаимодействие волн с твердыми телами. Однако отсутствуют работы, в которых исследовано взаимное влияние всех указанных явлений с учетом баланса энергии, выделившейся в канале разряда, и собственных колебаний элементов разрядных камер, что определяет актуальность решения данной задачи.

Конструкции разрядных камер импульсных электрогидравлических установок отличаются большим разнообразием и разной степенью сложности, поэтому для изучения основных особенностей динамических процессов, происходящих в них, выберем разрядные камеры достаточно простой цилиндрической формы, применяемые в технологических процессах приготовления эмульсий, калибровки, штамповки деталей и т. п. [1, 2]. Такие разрядные камеры обладают осевой симметрией, и в них происходят преимущественно



Рис. 1. Схема колебательного контура и разрядной камеры: 1 — разрядник, 2 — электрод, 3 — изолятор, 4 — плита, 5 — крышка, 6 — стенка цилиндрической камеры, 7 — основание, 8 — полость, заполненная водой

радиальные колебания жидкости и твердых тел, что упрощает анализ волновых процессов.

Целью настоящей работы является изучение резонансных колебаний элементов цилиндрической разрядной камеры и заполняющей ее жидкости, возникающих в результате электрического разряда.

1. Постановка задачи и алгоритм ее решения. С учетом преобразования энергии в колебательном контуре исследованы волновые процессы в разрядной камере, схема которой представлена на рис. 1 (D — внутренний диаметр камеры;  $\delta$  — толщина стенки;  $l_c$  — расстояние между электродами; C, L, R<sub>r</sub> — емкость, индуктивность и активное сопротивление элементов контура).

Канал электрического разряда, имеющий достаточно сложную форму, заполнен низкотемпературной плазмой. Формирование и расширение канала сопровождается нелинейными электро- и гидродинамическими процессами в плазме и окружающей жидкости. Однако при изучении механических колебаний эти процессы можно рассматривать в упрощенной постановке, используя следующие предположения:

— канал разряда и образовавшаяся впоследствии парогазовая полость имеют форму кругового цилиндра;

— ось канала разряда совпадает с осью разрядной камеры;

— термодинамические параметры плазмы и плотность электрического тока равномерно распределены в объеме канала разряда;

— затраты энергии на пробой слоя жидкости между электродами и формирование канала разряда пренебрежимо малы;

— расстояние между электродами равно высоте разрядной камеры;

— разрядная камера заполнена идеальной сжимаемой жидкостью;

— эффектом Рихтмайера — Мешкова, возникающим в процессе сжатия парогазовой полости, можно пренебречь;

— материал стенки цилиндрической разрядной камеры упругопластический неупрочняемый;

— трением стенки о сопрягаемые поверхности можно пренебречь;

— плоские поверхности разрядной камеры, ограничивающие полость, заполненную водой, абсолютно твердые и неподвижные.

Математическая модель исследуемой системы состоит из уравнений, описывающих преобразование энергии в разрядном контуре, гидродинамические явления в жидкости и динамику деформируемого твердого тела.

Электродинамические процессы в разрядном контуре характеризуются уравнением баланса напряжений [4]

$$L\frac{di}{dt} + (R_{rc} + R_r)i + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i\,dt = U_0,\tag{1}$$

где  $R_{rc} = Al_c^2(\gamma - 1)/(P_cV_c)$  — электрическое сопротивление канала разряда, Ом [4];  $P_c$  — давление в канале разряда, Па;  $V_c = \pi R_c^2 l_c$  — объем канала разряда, м<sup>3</sup>;  $R_c$  — радиус канала разряда, м;  $l_c$  — расстояние между электродами, м;  $\gamma$  — показатель адиабаты плазмы в канале разряда; A — искровая постоянная,  $B^2 \cdot c/M^2$  [4];  $R_r$  — электрическое сопротивление элементов разрядного контура, за исключением канала разряда, Ом; i — сила тока в канале разряда, А; L — индуктивность разрядного контура, Гн; t — время, с; C — емкость конденсаторной батареи,  $\Phi$ ;  $U_0$  — напряжение конденсаторной батареи, В.

Процесс преобразования электрической энергии, выделившейся в канале разряда, во внутреннюю энергию плазмы и работу, затрачиваемую на расширение канала в жидкости (согласно основному термодинамическому соотношению), описывается уравнением баланса энергии в канале разряда [5]

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} \left( P_c V_c \right) + P_c \frac{dV_c}{dt} = i^2 R_{rc},\tag{2}$$

а волновые процессы в жидкости — уравнениями газовой динамики [11]

$$\frac{\partial (r\rho)}{\partial t} + \frac{\partial (r\rho w)}{\partial r} = 0, \qquad \frac{\partial (r\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial [r(\rho w^2 + p)]}{\partial r} = 0, 
\frac{\partial [r\rho(e+0,5w^2)]}{\partial t} + \frac{\partial \{r[\rho w(e+0,5w^2) + wp]\}}{\partial r} = 0,$$
(3)

где w — радиальная составляющая скорости жидкости, м/с; r — радиальная координата, м;  $\rho$  — плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>; p — давление жидкости, Па; e — удельная внутренняя энергия жидкости, Дж/кг.

Для замыкания системы (3) использовалось двучленное уравнение состояния [11], определяющее связь между удельной внутренней энергией жидкости e и параметрами состояния p и  $\rho$ :

$$e(p,\rho) = \frac{p - c_0^2(\rho - \rho_0)}{(k-1)\rho}$$
(4)

 $(\rho_0, c_0 -$ плотность и скорость звука в невозмущенной жидкости; k -эмпирический коэффициент).

Область кавитации в жидкости определялась с использованием условия, согласно которому давление не может быть меньше давления насыщенных паров при данной температуре [12].

Динамическое деформирование тел описывается уравнениями Навье — Коши [13, 14]. С учетом принятых допущений в цилиндрической системе координат можно записать уравнение движения в напряжениях

$$\rho_s \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial r} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{r},\tag{5}$$

где u — радиальная составляющая скорости точек тела, м/с;  $\rho_s$  — плотность материала деформируемого тела, кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma_{ij}$  (i, j = 1, 2, 3) — компоненты тензора напряжений, Па.

Напряжения и деформации связаны обобщенным законом Гука, который можно представить в следующем виде:

$$\dot{S}_{ij} = 2G(\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}\delta_{ij}/3), \qquad \sigma_{ij} = S_{ij} - \sigma\delta_{ij};$$
(6)

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}.\tag{7}$$

Здесь  $S_{ij}$  (i, j = 1, 2, 3) — компоненты девиатора напряжений, Па;  $\varepsilon_{ij}$  (i, j = 1, 2, 3) — компоненты тензора деформаций;  $\sigma$  — гидростатическая составляющая напряжения, Па;  $\varepsilon$  — объемная деформация; G — модуль сдвига, Па; точка над символами обозначает операцию дифференцирования по времени.

Компоненты тензора скоростей деформаций определяются геометрическими соотношениями Коши

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial u}{\partial r}, \qquad \dot{\varepsilon}_{22} = \frac{u}{r}, \qquad \dot{\varepsilon}_{33} = 0.$$
 (8)

Гидростатическая составляющая напряжения связана с объемной деформацией дифференциальным соотношением

$$\dot{\sigma} = -K\dot{\varepsilon},\tag{9}$$

где *К* — модуль объемного сжатия, Па.

Пластическое течение материала определяется условием текучести Губера — Мизеса [11]

$$I = S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2 + 2(S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2) - (2/3)\sigma_p^2 \ge 0,$$
(10)

где  $\sigma_p$  — предел текучести материала, Па.

Уравнения (3), (5) дополнены соответствующими граничными и начальными условиями: на плоских поверхностях разрядной камеры нормальные компоненты скорости жидкости равны нулю; на границах между каналом разряда и жидкостью, а также между жидкостью и поверхностью стенки цилиндрической разрядной камеры заданы условия на контактном разрыве; до момента начала электрического разряда все элементы исследуемой системы находятся в состоянии покоя.

Решение системы уравнений (1)–(10) получено с помощью методов, использованных в работах [6, 15]. С помощью подвижной конечно-разностной сетки непрерывная область решения заменялась дискретной. Уравнения аппроксимировались с использованием метода конечных объемов. Дискретизация области решения, за исключением контактных границ, выполнялась по комбинированной лагранжево-эйлеровой схеме. Для уменьшения погрешности решения положение контактных границ определялось по схеме Лагранжа. Шаг дискретизации по пространственной координате выбирался с учетом того, что шаг по времени в жидкости и твердом теле один и тот же. Величина шага по времени определялась из условия устойчивости алгоритма Куранта — Фридрихса — Леви [16].

Дифференциальные уравнения в частных производных (3), (5) преобразованы к интегральному виду по теореме Остроградского — Гаусса. В результате преобразований исходная система уравнений (3), (5) приведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения которой использовался явный двухшаговый метод Эйлера — Коши. Нефизичные колебания полученного решения устранялись на третьем шаге с помощью метода Абарбанеля — Цваса [16]. Если напряжения в материале достигали поверхности текучести (10), то использовалась процедура их корректировки [15].

Тестирование математической модели выполнено путем сравнения с известными решениями волновых задач. Учитывая необходимость точного расчета энергии, выделившейся в канале разряда, для достоверного моделирования волновых процессов проведено



Рис. 2. Зависимость мощности электрического разряда от времени: 1 — результаты расчета; 2 — данные эксперимента 1; 3 — данные эксперимента 2

сравнение результатов расчета с результатами измерений силы тока в канале разряда и напряжения между электродами. Измерения выполнены на разрядном контуре импульсного электрогидравлического пресса T1226Б со следующими параметрами: емкость конденсаторной батареи C = 16 мкФ, напряжение заряда батареи  $U_0 = 30$  кВ, индуктивность разрядного контура L = 4 мкГн, расстояние между электродами  $l_c = 32$  мм, активное сопротивление шин разрядного контура  $R_r = 0,04$  Ом. На рис. 2 приведены расчетная и две экспериментальные (для оценки стабильности неинициируемого разряда) зависимости мощности электрического разряда от времени N(t). Экспериментальные зависимости определены по измеренным величинам силы тока и напряжения. Видно, что расчетная кривая находится в пределах погрешности экспериментальных данных. Это свидетельствует о достоверности расчета параметров источника ударной волны.

2. Результаты исследования. Колебательные процессы в разрядной камере исследованы на примере импульсного электрогидравлического пресса Т1226Б, колебательный контур которого имеет следующие параметры: C = 52 мкФ, L = 4 мкГн,  $R_r = 0,04$  Ом,  $l_c = 42$  мм. Напряжение заряда конденсаторной батареи варьировалось в диапазоне 10 кВ  $\leq U_0 \leq 50$  кВ, внутренний диаметр D разрядной камеры, заполненной водой, изменялся в интервале от 100 до 400 мм. Толщина стенки  $\delta$  принималась равной 100 мм. Считалось, что стенка цилиндрической разрядной камеры изготовлена из стали марки 17Г2С, имеющей следующие характеристики: модуль Юнга  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,27$ ,  $\rho_s = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma_p = 350$  МПа.

Энергия конденсаторной батареи поглощается активными сопротивлениями канала разряда и остальными элементами разрядного контура. От канала разряда часть энергии передается жидкости, заполняющей разрядную камеру, а от нее — стенке цилиндрической камеры. От доли передаваемой энергии зависят напряженно-деформированное состояние стенки и появление в ней пластических деформаций, приводящих к изменению ее размеров и разрушению. Парогазовую полость, образовавшуюся в результате разряда, слой жидкости и стенку цилиндрической камеры можно считать упругими динамически взаимодействующими элементами. Необходимо изучить влияние параметров рассматриваемой динамической системы на характеристики колебательного процесса, инициируемого электрическим разрядом в жидкости.



Рис. 3. Зависимости энергии в канале разряда, жидкости и стенке разрядной камеры от энергии конденсаторной батареи:

 $a - E_0 = 2,6$  кДж,  $b - E_0 = 59,9$  кДж; 1 — внутренняя энергия вещества в канале разряда  $E_{ci}$ ; 2 — работа  $A_c$ , затрачиваемая на расширение канала разряда; 3 — энергия  $E_c$ , выделившаяся в канале разряда; 4 — энергия жидкости  $E_f$ ; 5 — энергия  $E_s$ , передаваемая стенке

Периодическое перераспределение энергии между парогазовой полостью, жидкостью и стенкой разрядной камеры зависит от частоты колебаний стенки и парогазовой полости сти, а также от частоты перемещения фронта волны в жидкости от парогазовой полости до стенки и обратно, а также внутри стенки. Частота колебаний парогазовой полости  $f_c$  зависит от частоты такого перемещения фронта волны в жидкости, так как работа  $A_c$ , затрачиваемая на расширение канала разряда, и полная энергия жидкости  $E_f$  сравнимы по величине (рис. 3). В рассмотренных интервалах изменения внутреннего диаметра стенки 100 мм  $\leq D \leq 400$  мм и энергии конденсаторной батареи 2,6 кДж  $\leq E_0 \leq 60,0$  кДж частота перемещения фронта волны в жидкости от парогазовой полости  $f_c$  к частоте колебаний цилиндрической стенки  $f_s$ , которое будем называть относительной частотой колебаний парогазовой полости  $f_{cr}$ , изменяется в интервале от 0,8 до 1,2, что свидетельствует о наличии резонансных режимов колебаний, когда  $f_{cr} \approx 1$ .

На резонансном режиме колебаний рассматриваемой системы величина энергии канала разряда, передаваемой стенке, в 2–4 раза больше, чем на нерезонансных частотах, и, следовательно, в 2,5–3 раза больше работа, затрачиваемая на расширение канала разряда. На рис. 4 представлены зависимости отношения максимальной энергии, передаваемой стенке, к максимальной энергии в канале разряда  $(E_{sE})_{max} = (E_s)_{max}/(E_c)_{max}$  и отношения максимальной энергии, передаваемой стенке, к максимальной работе, затрачиваемой на расширение канала разряда,  $(E_{sW})_{max} = (E_s)_{max}/(A_c)_{max}$  от относительной частоты колебаний стенки  $f_{sr}$ . Относительная частота колебаний стенки  $f_{sr}$  определена как отношение частоты колебаний стенки  $f_s$  к собственной частоте ее колебаний  $f_{s0}$ , вычисленной в рассматриваемом диапазоне значений D в результате решения задачи о колебаниях цилиндрической стенки в вакууме под действием начального импульса с использованием уравнений (5)–(9).

При увеличении значений энергии конденсаторной батареи от 2,6 до 60 кДж значения относительной резонансной частоты колебаний стенки уменьшаются от 1,00 до 0,95



Рис. 4. Зависимости отношения максимальной энергии, передаваемой стенке, к максимальной энергии в канале разряда (*a*) и отношения максимальной энергии, передаваемой стенке, к максимальной работе, затрачиваемой на расширение канала разряда (*б*), от относительной частоты колебаний стенки:  $1 - E_0 = 2,6$  кДж,  $2 - E_0 = 10,4$  кДж,  $3 - E_0 = 23,4$  кДж,  $4 - E_0 = 41,6$  кДж,  $5 - E_0 = 59,9$  кДж



Рис. 5. Зависимости максимального перемещения стенки (a) и максимальной удвоенной относительной амплитуды колебаний границы парогазовой полости  $(\delta)$  от относительной частоты колебаний стенки (обозначения те же, что на рис. 4)



(см. рис. 4). На резонансном режиме стенка получает максимальную энергию, составляющую  $14,0 \div 17,5 \%$  энергии в канале разряда  $E_c$  и  $42 \div 53 \%$  работы  $A_c$ , затрачиваемой на расширение канала разряда. Минимальная энергия, передаваемая стенке, составляет 5 % значения  $E_c$  и 15 % значения  $A_c$ .

Из рис. 4 следует, что при  $f_{sr} < 0.8$  относительная энергия, передаваемая стенке, увеличивается. Это явление требует отдельного исследования. Можно предположить, что вследствие уменьшения жесткости стенки с увеличением диаметра D при постоянной толцине  $\delta$  ее максимальное перемещение  $\Delta R_{\max}$  (рис. 5,*a*) и максимальная удвоенная амплитуда колебаний парогазовой полости  $A_{2\max}$ , отнесенные к радиусу разрядной камеры (рис. 5, $\delta$ ), увеличиваются. В результате увеличиваются доля работы, затрачиваемой на расширение канала, в балансе энергии парогазовой полости (рис. 6,*a*), и доля кинетической энергии в балансе энергии жидкости (рис. 6, $\delta$ ). Как следствие увеличиваются значения ( $E_{sE}$ )<sub>тах</sub> и ( $E_{sW}$ )<sub>тах</sub>. Однако плотность энергии стенки уменьшается (рис. 6, $\epsilon$ ), так как ее объем увеличивается пропорционально увеличению диаметра D.

**3.** Выводы. Результаты проведенного исследования резонансных режимов колебаний разрядных камер импульсных электрогидравлических установок позволяют сделать следующие выводы.

В процессе выбора параметров разрядных камер необходимо выполнять амплитудночастотный анализ колебаний их элементов. Для обеспечения прочности стенки параметры цилиндрической разрядной камеры следует определять из условия минимума максимальной энергии.

Можно увеличить эффективность работы импульсного электрогидравлического пресса, если параметры цилиндрической разрядной камеры определять из условия максимума максимальной энергии, передаваемой стенке.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Гулый Г. А.** Оборудование и технологические процессы с использованием электрогидравлического эффекта. М.: Машиностроение, 1977.
- 2. Мериин Б. В. Электрогидравлическая обработка машиностроительных изделий. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985.
- Голенков В. А. Специальные технологические процессы и оборудование обработки давлением. М.: Машиностроение, 2004.
- Кривицкий Е. В. Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде / Е. В. Кривицкий, В. В. Шамко. Киев: Наук. думка, 1979.
- 5. **Наугольных К. А.** Электрические разряды в воде / К. А. Наугольных, Н. А. Рой. М.: Наука, 1977.
- 6. Косенков В. М., Каменская Л. А. Расчет расширения канала электрического разряда в жидкости, описываемой в потенциальном приближении // Акуст. вісник. 2001. № 2. С. 47–53.
- Иванов В. В., Рыбка О. М., Царенко П. И. и др. Электрические и гидродинамические характеристики электрогидравлических машин // Энергетическое оборудование высоковольтных импульсных установок: Сб. науч. тр. Киев: Наук. думка, 1985. С. 5–23.
- Барбанюва Г. А. Распределение энергии по пространству при электрическом разряде в жидкости // Теория, эксперимент, практика электроразрядных процессов: Сб. науч. тр. Киев: Наук. думка, 1992. С. 43–48.
- Барбашова Г. А., Косенков В. М. Определение гидродинамической нагрузки на стенки нефтяной скважины, формируемой электрическим разрядом // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 6. С. 93–97.
- Барбашова Г. А., Жирнов М. В., Косенков В. М. Осесимметричное деформирование цилиндрических разрядных камер с упругими стенками // Теория, эксперимент, практика электроразрядных технологий: Межвед. сб. науч. тр. Киев: Наук. думка, 1993. Вып. 1. С. 38–44.
- 11. Годунов С. К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов и др. М.: Наука, 1976.
- 12. Косенков В. М., Каменская Л. А., Старков Н. В. Определение давления на пластину в замкнутой разрядной камере // Акуст. вестн. 2005. Т. 8, № 1/2. С. 64–68.
- Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках. 2-е изд. / Под общ. ред. М. В. Жерноклетова. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2005.
- 14. Глушак Б. Л. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках / Б. Л. Глушак, В. Ф. Куропатенко, С. А. Новиков. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.
- 15. Косенков В. М. Математическое моделирование откольного разрушения металлов в режиме импульсного пространственно-неоднородного объемного разогрева // Тр. 9-й Междунар. конф. "Харитоновские тематические научные чтения", Саров, 12–16 марта 2007 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2007. С. 203–205.
- 16. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.

Поступила в редакцию 19/V 2010 г.