

6. Shercliff J. A. The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields // J. Fluid Mech. — 1956. — V. 1, N 6.
7. Аристов С. Н., Пичугин А. М. МГД-течения и теплообмен во вращающихся слоях вязкой жидкости с горизонтальным градиентом температуры в поперечном магнитном поле. — Пермь, 1987. — Деп. в ВИНТИ 09.10.87, № 7183—В87.

г. Пермь

Поступила 6/XII 1987 г.,
в окончательном варианте — 6/III 1989 г.

УДК 532.546

Ш. А. Ершин, У. К. Жапбасбаев, М. Ш. Кулымбаева, Л. Г. Хадиева

ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ АППАРАТОВ С НЕПОДВИЖНЫМ ЗЕРНИСТЫМ СЛОЕМ

В технологических процессах наиболее широкое применение получили реактор вытеснения с неподвижным зернистым слоем (НЗС) и аппараты с радиальным подводом потока с Z- и П-образными схемами течения. В связи с тем, что распределение реагирующей смеси в зернистом слое определяется общей аэродинамической обстановкой в аппарате, точное решение задачи требует рассмотрения соответствующих систем уравнений движения в свободных частях аппарата и внутри НЗС. Гидродинамические модели таких реакторов, базирующихся на теории идеальной жидкости [1—3], основаны на совместном рассмотрении системы уравнений Эйлера с линейным или нелинейным законом Дарси. Расчет строится в каждой области отдельно с удовлетворением условий сопряжения на границах раздела сред и позволяет определить поле скорости и давления при заданном распределении завихренности во входном сечении [2]. Как показывают эксперименты, в свободных частях аппаратов с НЗС имеют место отрывные явления и застойные зоны [4], которые не описываются в рамках модели идеальной жидкости. Эти явления оказывают влияние на распределение потока в НЗС и могут быть объяснены исходя из теории вязкой жидкости. Модель вязкой жидкости в пористых средах рассмотрена во многих исследованиях. В частности, в [5] проведено изучение движения вязкой жидкости в трубе с гранулированным наполнителем и дано объяснение появлению макроскопических неоднородностей в профилях скорости из-за повышения порозности слоя вблизи стенки. Однако расчеты аппаратов с НЗС не проводились. Ниже изложены некоторые результаты исследования аэродинамики реакторов с НЗС на основе теории вязкой жидкости.

1. Постановка задачи. Рассматривается стационарное плоское течение вязкой несжимаемой жидкости в аппаратах с НЗС. Области течения до и после зернистого слоя обозначаются через G_1 и G_3 , в зернистом слое — G_2 (рис. 1). Если воспользоваться методом осреднения по жидкой фазе локального объема пористой среды [6, 7], то систему уравнений движения и неразрывности можно записать в единой форме, справедливой для всей области течения G_i :

$$(1.1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h}{\text{Re}} \left[2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] - \zeta u;$$

$$(1.2) \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{h}{\text{Re}} \left[2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] - \zeta v;$$

$$(1.3) \quad \partial \epsilon u / \partial x + \partial \epsilon v / \partial y = 0,$$

где ϵ — порозность слоя; $\zeta = 150(1 - \epsilon)^2 DL / (\epsilon^2 d_s^2 \text{Re})$; $h = D/L$; $\text{Re} = u_0 D / \nu$; D — половина высоты входного сечения; L — характерный размер.

В областях G_1 и G_3 ($\epsilon = 1$) система (1.1)—(1.3) является уравнениями Навье — Стокса, а в G_2 ($\epsilon < 1$) она описывает движение вязкой жидкости в изотропной пористой среде. Пренебрежение в (1.1)—(1.3) инерционными членами в G_2 приводит к модели Бринкмана [8], а вязкостными членами — к динамической модели [9].

© 1990 Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К., Кулымбаева М. Ш., Хадиева Л. Г.

Система (1.1)–(1.3) решается при следующих граничных условиях:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \Gamma_1: u &= v_0(y), v = 0; \\ \Gamma_2: \partial u / \partial y &= 0, v = 0; \\ \Gamma_3: u &= 0, v = 0; \\ \Gamma_4: \partial u / \partial x &= 0, v = 0, p = p_0 \end{aligned}$$

(p_0 — постоянное давление, относится к режимным параметрам).

На входе в аппарат задавался параболический или стержневой профиль продольной компоненты скорости. Возможность постановки условий прилипания в модели Бринкмана достаточно убедительно показана в экспериментальных исследованиях [10]. Поэтому на Γ_3 использовано условие прилипания.

Решение системы (1.1)–(1.3) проводилось численным методом с помощью алгоритма, предложенного в [11]. Для этого систему (1.1), (1.2) приведем к виду

$$(1.5) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(H - \frac{2h}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = v\omega + \frac{h}{\text{Re}} \frac{\partial \tau}{\partial y} - \zeta u;$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(H - \frac{2h}{\text{Re}} \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -u\omega + \frac{h}{\text{Re}} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \zeta v$$

$$(H = p + (u^2 + v^2)/2, \omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y, \tau = \partial v / \partial x + \partial u / \partial y).$$

Тогда из (1.3), (1.5), (1.6) стандартным способом [12] находим условия

$$(1.7) \quad \left(H - \frac{2h}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial x} \right)_- = \left(H - \frac{2h}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial x} \right)_+, \quad \tau_- = \tau_+, \quad (\epsilon u)_- = (\epsilon u)_+, \quad v_- = v_+.$$

Индексы $-$, $+$ относятся к параметрам потока соответственно до и после поверхности раздела. В случае модели идеальной жидкости (1.7) совпадают с условиями [9].

Сквозной счет системы (1.1)–(1.3) строится с учетом выполнения (1.7) при переходе через границу раздела G_i .

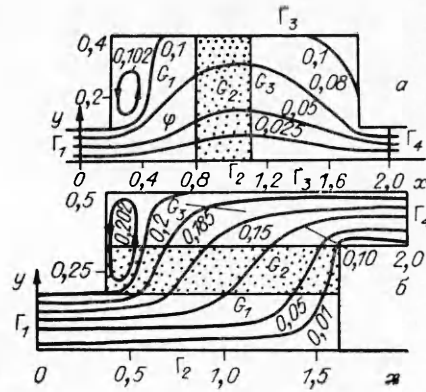
Используя условие однозначности вычисления полного давления H по элементарному контуру $\oint_C \nabla H ds = 0$ и конечно-разностные аналоги (1.5), (1.6), можно получить конечно-разностное уравнение для определения завихренности ω . При аппроксимации конвективных членов ω использованы разности «против потока» второго рода [13], а при аппроксимации диффузионных и источниковых членов — рекомендации [14].

Функция тока ψ вводится посредством равенства $\partial \psi / \partial y = ue$, $\partial \psi / \partial x = -ve$ и находится из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \omega = 0.$$

Граничные условия ω , ψ ставятся согласно (1.4). Значение завихренности на стенке вычисляется по формуле Тома с помощью метода нижней релаксации.

В расчетах использована существенно неравномерная сетка, ячейки которой плавно уменьшались при приближении к поверхностям раздела G_i и стенкам аппарата. Тестовые расчеты проводились на сетках 41×21 , 41×31 , 41×41 , 41×61 . Решения, полученные на сетках 41×41 , 41×61 , совпадали, поэтому основные расчеты проводились на сетке 41×41 . В центре ячейки с шахматной структурой определялось полное давление H , а ω , ψ , u , v — в узловых точках.



Р и с. 1

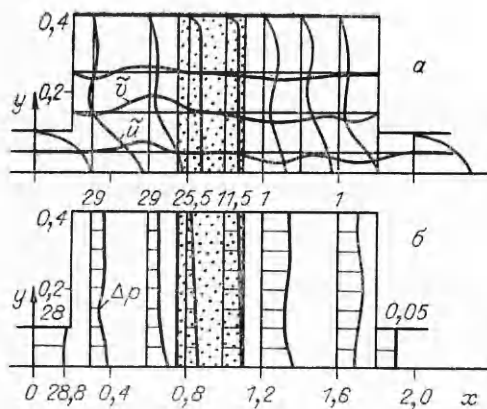


Рис. 2

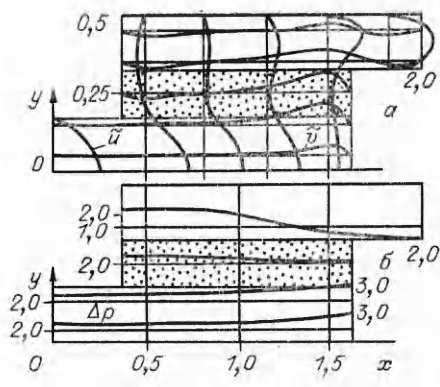


Рис. 3

Конечно-разностное уравнение для ω решалось методом стабилизирующей поправки, а уравнение функции тока — методом верхней релаксации. Поле полного давления находилось с помощью пошагового интегрирования (1.5), (1.6).

Решение тестовых задач (течение Пуазейля и течение в канале, полностью заполненном зернистой средой) показало, что численный расчет с точностью до 1% согласуется с известным аналитическим решением [15].

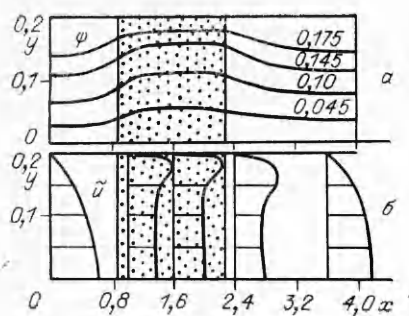
2. Результаты расчета. Течение в аппаратах зависит от числа Рейнольдса, сопротивления зернистого слоя и геометрических размеров реактора. В расчетах режимные параметры варьировались в диапазонах: $Re = 10-200$, $L/D = 1-10$, $d_3/L = 0,04-0,12$, $\epsilon = 0,39-0,78$.

На рис. 1 показаны линии тока в реакторе вытеснения (а) и в аппарате с Z-образной схемой течения жидкости (б). Расчетные данные получены при $Re = 75$ и 40 , $\epsilon = 0,39$ и $0,78$, $D = 0,01$ и $0,045$ м, $L/D = 8$ и 5 , $d_3/L = 0,07$ и $0,04$ (а и б соответственно).

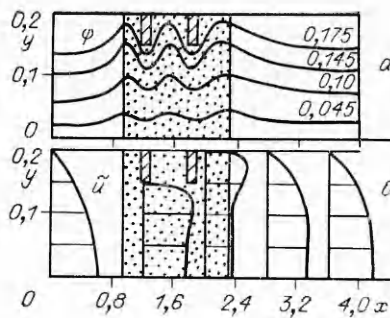
Как видно из рис. 1, а, наличие местного сопротивления в виде зернистого слоя приводит к растеканию жидкости с заполнением всего сечения реактора. В зернистом слое линии тока слабо изменяются и за слоем собираются к выходному сечению реактора. В области резкого расширения камеры и при обтекании угла возникают застойные зоны с возвратным течением жидкости. Картина линий тока в плоском реакторе с Z-образным движением жидкости приведена на рис. 1, б. Использование модели вязкой жидкости позволяет обнаружить в верхнем углу переднего дна собирающего коллектора наличие застойных зон, охватывающих и зернистый слой. С ростом сопротивления слоя рециркуляционная зона сокращается и сосредотачивается в собирающем коллекторе, а линии тока более равномерно распределяются по длине НЗС.

Поля скоростей и давления, представленные на рис. 2, показывают изменение этих величин во всем объеме реактора вытеснения. При большой проницаемости зернистого слоя основная часть жидкости протекает по его центральной части (профили продольной компоненты скорости $\tilde{u} = \epsilon u$ имеют выраженную струйную форму с максимумами в плоскости симметрии), с ростом сопротивления слоя профили \tilde{u} выравниваются по длине зернистого слоя. Поперечная компонента скорости $\tilde{v} = \epsilon v$ в НЗС мала. Эпюры давления $\Delta p = p - p_0$ в камере реактора, построенные относительно базовых значений, показаны на рис. 2, б. Поле давления изменяется в соответствии с общей картиной течения, и его падение по длине слоя происходит согласно закону Дарси.

На рис. 3 приведены поля скоростей и давления в плоском аппарате с Z-образной схемой течения с двумя полками слоя при симметричном оттоке жидкости из раздаточного коллектора. Профили продольной компоненты скорости \tilde{u} в подводящем коллекторе непрерывно деформируют-



Р и с. 4



Р и с. 5

ся и убывают вниз по течению вследствие оттока жидкости. Примечательно, что в зернистом слое имеют место продольные перетоки, а на свободных границах НЗС происходит скольжение жидкости, наблюдающееся в экспериментах [16]. С ростом сопротивления слоя профили \tilde{v} становятся более однородными по длине НЗС, соответственно уменьшаются продольные перетоки жидкости.

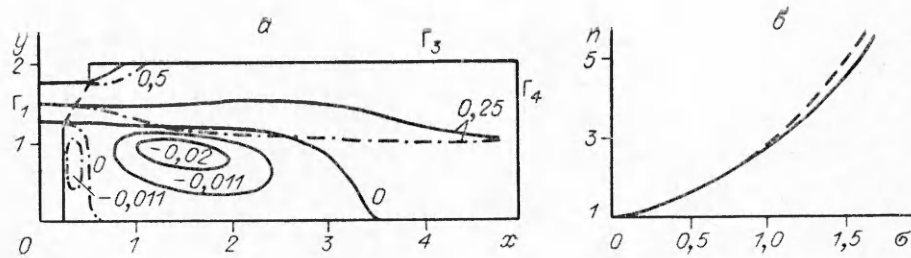
Давление возрастает в раздаточном коллекторе и падает в собирающем. Подобное изменение давления вызывает неравномерность распределения фильтрационного потока по длине НЗС (рис. 3, б). Расчеты показали, что увеличение длины НЗС и уменьшение ширины собирающей камеры приводит к возрастанию неравномерности распределения фильтрационного потока через зернистый слой в аппарате с Z-образным течением. В расчетах аппаратов с симметричным оттоком жидкости был обнаружен отрыв потока от проницаемой стенки в конечной части раздаточного коллектора из-за восстановления давления, что согласуется с экспериментальными результатами [17].

В аппаратах с П-образной схемой течения жидкости давление повышается в раздаточном коллекторе и снижается в собирающем в направлении течения. Следовательно, в НЗС будет более однородное поле скоростей и эта схема иногда предпочтительнее для организации технологического процесса по сравнению с Z-образной схемой течения.

Известно, что увеличение скорости потока в пристенной области аппарата с НЗС приводит к снижению эффективности рабочего процесса [18]. Такое явление объясняется снижением плотности упаковки НЗС у стенок аппарата, что подтверждается экспериментальными измерениями порозности [19, 20]. Для учета этого эффекта в [21] предложен приближенный способ, в котором в узкой зоне вблизи стенки порозность слоя $\epsilon_w = 0,476$, а в остальной части $\epsilon = 0,39$.

На рис. 4 приведены результаты такого расчета при режимных параметрах $Re = 40$, $D = 0,045$ м, $L/D = 5$, $d_3/D = 0,1$. Вблизи стенки происходит сгущение линий тока и растекание жидкости в зону повышенной проницаемости. Соответственно изменяются профили продольной компоненты скорости \tilde{u} . Деформирование их начинается до пористой вставки, возникают макронеоднородности (см. рис. 4, б), которые наблюдаются и за пористой вставкой, постепенно исчезая вниз по течению. Последнее объясняется тем, что отток жидкости в сторону оси из-за ее торможения в пограничном слое усиливает вихреобразование за слоем и приводит к продолжительной трансформации профиля \tilde{u} по сравнению с движением вязкой жидкости в канале сквозь плоскопараллельную пористую вставку [22]. Эти данные находятся в качественном согласии с известными результатами [5, 23, 24].

На практике для снижения влияния пристенной неоднородности порозности на стенках реактора в области зернистого слоя ставят боковые ребра или кольца, которые, отесняя поток от стенок, приводят к более полному заполнению потоком поперечного сечения реактора. В расчетах



Р и с. 6

моделирование боковых ребер производилось путем введения в пористый слой участков (размеры их совпали с размерами ребер) с очень большим сопротивлением. Как видно из рис. 5, в местах расположения ребер линии тока оттесняются от стенок, поток перераспределяется и профили становятся более однородными по сечению. При этом застойные зоны не возникают, линии тока плавно обтекают боковые ребра.

3. Движение сквозь сетки. Металлические сетки и пакеты из них можно рассматривать как тонкую пористую среду. Воспользуемся математической постановкой [25]. Тогда задача сводится к рассмотрению следующей системы уравнений:

$$(3.1) \quad \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \zeta_p u;$$

$$(3.2) \quad \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \zeta_p v;$$

$$(3.3) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Важной характеристикой влияния сеток на поток является преломление линий тока [23]. Эта особенность может быть исследована на основе уравнений (3.1)–(3.3). Рассмотрим течение вязкой жидкости в плоском канале с уступом (геометрия показана на рис. 6, а). Вблизи уступа канал перегораживает сетка, расположенная под углом к потоку. Граничные условия: $\Gamma_1: u = 1, v = 0, p = p_0$; $\Gamma_3: u = 0, v = 0$; $\Gamma_4: \frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0$.

Расчеты проводились при заданных значениях угла падения потока на сетку θ и коэффициента сопротивления сетки ζ_p . Преломляющее свойство решеток оценивалось степенью искривленности центральной линии тока. На рис. 6, а приведены линии тока при режимных параметрах $\text{Re} = 250, \theta = 30^\circ$. Сплошными кривыми показаны линии тока для случая, когда сетка отсутствует ($\zeta_p = 0$). При обтекании угла в области резкого расширения канала возникает застойная зона с возвратным течением. Расчеты, проведенные с решеткой ($\zeta_p = 100$), показали, что линии тока (штрихпунктирные линии) преломляются. В силу этого в верхней расширенной части канала появляется область разрежения, а застойная зона, находящаяся в нижней части, резко уменьшается и ограничивается небольшим участком около угла обтекания.

Данные расчеты были обобщены в виде зависимости $n = f(\sigma)$ (n — показатель преломления потока, равный отношению тангенсов углов падения и преломления, $\sigma = \delta a \xi_3 / (2\epsilon)$, где ξ_3 — эквивалентный коэффициент сопротивления сеток, связанный с ζ_p соотношением $\zeta_p = a D \xi_3 / (2\epsilon^4)$). Здесь приняты: $\xi_3 = 44,3 / \text{Re}_3$; $\text{Re}_3 = u_3 d_3 / \nu$; $u_3 = u / \epsilon$; $d_3 = 4\epsilon / a$; δ, a — толщина и удельная поверхность сеток соответственно.

На рис. 6, б представлены результаты расчетов (штриховая кривая), сопоставление которых с расчетной зависимостью [23] (сплошная линия) указывает на удовлетворительное согласие их в исследуемом диапазоне режимных параметров.

В заключение отметим, что результаты решения различных задач, связанных с движением вязкой жидкости в аппаратах с НЗС, позволяют

выявить многие закономерности аэродинамики таких аппаратов. Они в качественном отношении хорошо согласуются с известными ранее результатами теоретического и экспериментального исследований.

Нам представляется, что развитая математическая модель аппаратов с НЗС может быть использована в приближенных инженерных расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мясников В. П., Котелкин В. Д. Гидродинамическая модель химического реактора с неподвижным слоем катализатора // *Аэромеханика*.— М.: Наука, 1976.
2. Есаков Ю. П., Котелкин В. Д. Гидродинамическая модель реактора с неподвижным слоем катализатора // *ДАН СССР*.— 1986.— Т. 289, № 6.
3. Ширко И. В., Саркисов Р. В., Мотыль Д. Н., Дильман В. В. Особенности фильтрации сквозь пористую среду в химическом реакторе с затворным слоем // *Теорет. основы хим. технологий*.— 1986.— Т. 20, № 2.
4. Спилько М. Г., Бадатов Е. В. Гидродинамические неоднородности в реакторах с неподвижным слоем катализатора и их устранение // *Масштабный переход в химической технологии*.— М.: Химия, 1980.
5. Негинский М. Ю. Численное моделирование течений жидкости и газа в пористых средах: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— М., 1982.
6. Слеттери Дж. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах.— М.: Энергия, 1978.
7. Николаевский В. П. Механика пористых и трещиноватых сред.— М.: Недра, 1984.
8. Brinkman H. C. Calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles // *Appl. Sci. Res.*— 1947.— V. A1, N 1.
9. Вайсман А. М., Гольдштик М. А. Динамическая модель движения жидкости в пористой среде // *Изв. АН СССР. МЖГ*.— 1978.— № 6.
10. Мухин В. А., Смирнова Н. Н. Исследование процессов тепломассообмена при фильтрации в пористых средах.— Новосибирск, 1978.— (Препр./АН СССР, Сиб. отделение, ИТ; № 26—78).
11. Richards C. W., Crane C. M. Pressure marching schemes that work // *Intern. J. for Num. Meth. in Engng.*— 1980.— V. 15, N 4.
12. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики.— М.: Наука, 1981.
13. Роуч П. Вычислительная гидромеханика.— М.: Мир, 1980.
14. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.
15. Chandrasekhara B. C., Rudraiah M., Nagaraj S. T. Velocity and dispersion in porous media // *Intern. J. Engng Sci.*— 1980.— V. 18, N 7.
16. Beavers G. S., Joseph D. D. Boundary condition at a naturally permeable bed // *J. Fluid Mech.*— 1965.— V. 30, N 1.
17. Quail J. P., Levy E. K. Laminar flow in a porous tube with suction // *Trans. ASME. Ser. C: J. Heat Transfer*.— 1975.— V. 97, N 1. Рус. пер.: Квэйл, Леви. Ламинарное течение в трубе с оттоком через пористую стенку // *Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача*.— 1975.— Т. 97, № 1.
18. Аэров М. Э., Тодес О. М., Наринский Д. А. Аппараты со стационарным зернистым слоем.— Л.: Химия, 1979.
19. Venenati R. F., Brosilow C. B. Void fraction distribution in beds of spheres // *AIChE J.*— 1962.— V. 8, N 3.
20. Buyevich Yu. A., Korolyov V. M., Syromyatnikov N. I. Hydrodynamic conditions for the external heat exchange in granular beds // *XVIth JCHMT Intern. symp. heat and mass tran. in fixed and fluid beds, Dubrovnic, Yugoslavia, 1984: Prepr. of report*.
21. Жаворонков Н. М., Аэров М. Э., Умник Н. И. Гидравлическое сопротивление и плотность упаковки зернистого слоя // *ЖФХ*.— 1949.— Т. 23, № 3.
22. Данаев Н. Т., Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К., Кулымбаева М. Ш. Численное исследование движения вязкой несжимаемой жидкости в каналах с проницаемой перегородкой // *Вестн. АН КазССР*.— 1987.— № 10.
23. Гольдштик М. А. Процессы переноса в зернистом слое.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1984.
24. Ширко И. В. Численное исследование течений в гранулированных средах // *Численное моделирование в аэродинамике*.— М.: Наука, 1986.
25. Марченко В. А., Хруслов Е. Я. Краевые задачи в области с мелкозернистой границей.— Киев: Наук. думка, 1974.

г. Алма-Ата

Поступила 22/II 1988 г.,
в окончательном варианте — 15/II 1989 г.