

УДК 532.517.2 + 532.526

## ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРЕДЫСТОРИИ ПОТОКА НА АЭРОДИНАМИКУ ЛАМИНАРНОГО ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ ЗА ОБРАТНЫМ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ УСТУПОМ

С. Р. Батенко, В. И. Терехов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Численно исследуется влияние динамической предыстории потока, а также параметра расширения канала на аэродинамику стационарного отрывного ламинарного течения за обратным прямоугольным уступом, расположенным в плоскопараллельном канале. Показано, что пограничный слой перед отрывом потока оказывает сильное влияние на характеристики течения за уступом. Уменьшение толщины пограничного слоя в сечении уступа приводит к уменьшению длины отрывной зоны, а увеличение параметра расширения при фиксированных начальной толщине пограничного слоя и числе Рейнольдса — к ее увеличению.

Задача обтекания обратного уступа является классической задачей газовой динамики и представляет не только научный, но и практический интерес. Это обусловлено тем, что, во-первых, в силу фиксированного положения точки отрыва в данном случае реализуется, по-видимому, наиболее простой случай отрывного течения, во-вторых, течения в подобных условиях часто встречаются в природе и технике.

Традиционно при изучении отрывных течений основное внимание уделяется турбулентному режиму в связи с его большей распространенностью. Однако и ламинарные течения представляют значительный интерес, связанный прежде всего с оптимизацией конструкций компактных теплообменников.

Изучением ламинарных отрывных течений занимались многие исследователи. В работе [1] исследуется ламинарно-турбулентный переход в оторвавшемся пограничном слое за прямоугольным обратным уступом в канале большой по сравнению с высотой уступа ширины и высоты. На основе результатов дымовой визуализации и термоанемометрических измерений выведены критерии существования ламинарного режима во всей области отрывного течения. Получены также экспериментальные данные о зависимости длины отрывной зоны  $r$  от числа Рейнольдса  $Re_s = u_s s / \nu$  и толщины вытеснения пограничного слоя  $\delta^*$  в сечении уступа. Используя эти данные, авторы работы [1] существенно уточнили предложенную в [2] формулу, в которой длина отрывной зоны линейно зависит от  $Re_{\delta^*}$ , а коэффициенты пропорциональны толщине вытеснения  $\delta^*$ .

В работе [3] исследовано обтекание обратных прямоугольных уступов различной высоты, расположенных в канале. Эксперименты проведены в низкотурбулентном потоке при изменении числа Рейнольдса в диапазоне  $10^2 < Re_s < 1,5 \cdot 10^4$ . Получена зависимость  $r(Re_s)$ . Согласно данным [3] вплоть до  $Re_s \approx 820$  оторвавшийся пограничный слой остается ламинарным и длина отрывной зоны прямо пропорциональна числу Рейнольдса. При  $Re_s \approx 820$  длина отрывной зоны максимальна:  $r \approx 21s$  ( $s$  — высота уступа). При

дальнейшем увеличении числа Рейнольдса в оторвавшемся пограничном слое происходит ламинарно-турбулентный переход, следствием которого является постепенное уменьшение длины отрывной зоны вплоть до  $r \approx 6s$ . Это значение соответствует установившемуся турбулентному режиму течения при  $Re_s > 8 \cdot 10^3$ .

В работе [4] проведено аналогичное исследование, но в отличие от [1, 3] использован канал небольшой высоты: лишь в два раза больше высоты уступа. Прецизионные термоанемометрические измерения проведены в диапазоне значений числа Рейнольдса  $70 < Re_s < 8 \cdot 10^3$ . Эксперимент показал, что в определенных интервалах значений  $Re_s$  помимо основной зоны отрывного течения в канале существуют еще две зоны вторичного отрыва потока, расположенные на нижней и верхней стенках. Ламинарно-турбулентный переход начинается при  $Re_s \approx 1200$ , максимальная длина основной отрывной зоны  $r \approx 17,5s$ . Турбулентный режим устанавливается при  $Re_s \approx 6600$ . Ему соответствует отрывная зона длиной  $r \approx 8s$ . В [4] проведено также численное моделирование двумерного ламинарного течения в канале указанной геометрии. Получено хорошее соответствие экспериментальным данным при числах Рейнольдса вплоть до  $Re_s \approx 450$ . При  $Re_s > 450$  наблюдаются существенные различия, которые в [4] объясняются трехмерным характером течения.

В работе [5] экспериментально исследовано поле температур при ламинарном обтекании обратного прямоугольного уступа. В частности, показано, что при ламинарном течении длина отрывной зоны зависит не только от числа Рейнольдса  $Re_s$ , но и от толщины вытеснения  $\delta^*$ . В работе [6], являющейся продолжением [5], проведено численное моделирование аэродинамики и теплообмена для аналогичной геометрии, однако найденная в [6] зависимость длины отрывной зоны  $r$  от толщины вытеснения  $\delta^*$  и числа Рейнольдса  $Re_s$  оказалась сложной, немонотонной и трудно поддающейся анализу. Кроме того, в работе [6] результаты нескольких независимых исследований, представленные на одном графике, показывают, что для ламинарного течения разброс данных по длине отрывной зоны в зависимости от числа Рейнольдса очень велик. Это объясняется различием физических условий, однако остается не до конца выясненным влияние основных факторов.

Целью настоящего исследования является численный анализ влияния толщины пограничного слоя  $\delta$  в сечении уступа на динамические характеристики течения за уступом. В расчете варьировались число Рейнольдса ( $Re_s = 10 \div 400$ ), толщина пограничного слоя (от минимального до максимально возможного значения  $\delta_{\max} = 0,5h$ ), а также степень расширения канала:  $ER = (h + s)/h = 1,17; 1,33; 2,00$ .

**1. Постановка задачи, расчетная модель и граничные условия.** Рассматривается стационарное ламинарное двумерное течение вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами в плоскопараллельном канале с внезапным расширением в форме обратного прямоугольного уступа. На рис. 1 схематически показаны расчетная область, профили скорости в различных сечениях канала и зона отрывного течения. Начало координат находится в левом нижнем углу канала и совпадает с основанием уступа. В качестве характерных масштабов длины и скорости в задаче выбраны высота уступа  $s$  и средне-массовая скорость в сечении уступа  $u_s$ , с помощью которых обезразмерены все линейные размеры и скорости.

На входе в канал задается симметричный прямоугольный профиль скорости с толщиной пограничного слоя, стремящейся к нулю. На начальном участке длиной  $l_0$  профиль скорости деформируется, так что на нижней и верхней стенках канала нарастают пограничные слои. На форму профиля скорости в сечении уступа оказывают влияние скорость потока  $u_s$  (или число Рейнольдса  $Re_s$ ), длина участка  $l_0$  и параметр расширения канала  $ER = (h + s)/h$ . Комбинации перечисленных параметров весьма многочисленны, поэтому в работе рассмотрен более простой случай, когда верхний и нижний пограничные слои в сечении уступа имеют одинаковую толщину  $\delta$ . Предполагается, что этот параметр наибо-

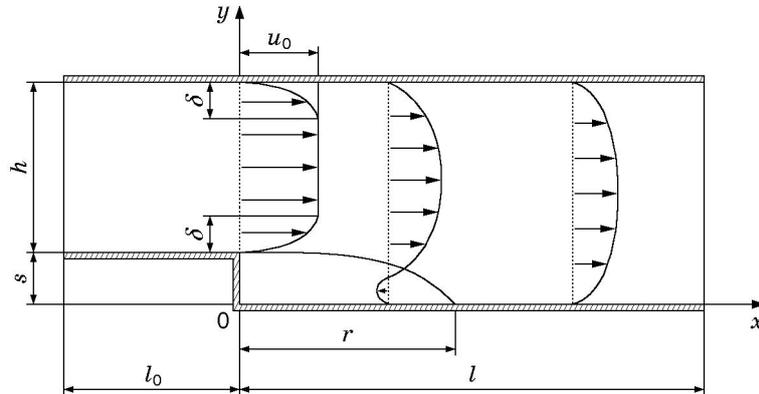


Рис. 1. Расчетная область и схема течения

лее важен для понимания всего многообразия накопленных к настоящему времени данных по зависимости длины отрывной зоны от числа Рейнольдса.

В сечении уступа задается симметричный профиль скорости, определяемый выражением

$$u(y) = \begin{cases} (y_1 - y)(y - y_1 - 2\delta)/\delta^2, & y_1 < y < y_1 + \delta, \\ u_0, & y_1 + \delta \leq y \leq y_2 - \delta, \\ (y_2 - y)(y - y_2 + 2\delta)/\delta^2, & y_2 - \delta < y < y_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $y_1, y_2$  — координаты вершины уступа и верхней стенки канала (рис. 1). Таким образом, в центральной области скорость имеет постоянное значение  $u_0 = (1 - 2\delta/(3h))^{-1}$ , в пограничных слоях она изменяется по параболическому закону.

Численное моделирование течения в канале осуществлялось путем итерационного решения нестационарных уравнений Навье — Стокса, записанных для несжимаемой вязкой жидкости с постоянными свойствами в переменных функция тока — вихрь:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u \xi}{\partial x} + \frac{\partial v \xi}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}_s} \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right), \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \xi,$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Уравнение для функции тока удобно записать в нестационарной форме, добавив фиктивную производную по времени:  $\partial \psi / \partial t = \partial^2 \psi / \partial x^2 + \partial^2 \psi / \partial y^2 - \xi$ . В данной постановке задачи такой прием допустим, так как ищется стационарное решение и производная по времени в конечном счете будет равна нулю. Уравнение переноса вихря остается без изменений. В итоге оба полученных уравнения имеют нестационарный характер. Их стационарные решения находятся методом установления по времени путем итераций. Для этой цели используется неявная схема метода переменных направлений, описанная в [7]:

$$\frac{f^{n+1/2} - f^n}{\delta t/2} + \left( \frac{\delta u f}{\delta x} \right)^{n+1/2} + \left( \frac{\delta v f}{\delta y} \right)^n - \alpha \left( \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \right)^{n+1/2} - \alpha \left( \frac{\delta^2 f}{\delta y^2} \right)^n = 0,$$

$$\frac{f^{n+1} - f^{n+1/2}}{\delta t/2} + \left( \frac{\delta u f}{\delta x} \right)^{n+1/2} + \left( \frac{\delta v f}{\delta y} \right)^{n+1} - \alpha \left( \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \right)^{n+1/2} - \alpha \left( \frac{\delta^2 f}{\delta y^2} \right)^{n+1} = 0.$$

Здесь  $n$  — номер итерации;  $\delta t$  — шаг по времени. В уравнении переноса вихря  $f = \xi$ ,  $\alpha = 1/\text{Re}_s$ , в уравнении для функции тока  $f = \psi$ ,  $\alpha = 1$ , сумма конвективных слагаемых заменяется на  $\xi^n$ .

Для дискретизации конвективных слагаемых использованы противопоточные разности, имеющие первый порядок точности по шагам пространственных переменных, для дискретизации диффузионных — центральные разности, имеющие второй порядок точности.

На стенках задано условие прилипания  $u = 0$ ,  $v = 0$ , поэтому функция тока на них постоянна:  $\psi = \text{const}$ . Для вихря на стенках использовано условие Вудса

$$\xi_w + \frac{1}{2} \xi_{w+1} + 3 \frac{\psi_w - \psi_{w+1}}{\Delta y^2} + O(\Delta y^2) = 0.$$

На входной границе задан профиль скорости (1), поэтому на ней жестко определены функция тока

$$\psi = \psi(y) = \int u(y') dy' + \text{const}$$

и вихрь

$$\xi = \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}.$$

На выходной границе заданы мягкие условия

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0.$$

Введем следующие обозначения локальных величин, характеризующих трение и используемых при анализе результатов: все величины без знака “ $\sim$ ” являются размерными (за исключением числа Рейнольдса  $Re_s$  и коэффициента трения  $C_f/2$ ), со знаком “ $\sim$ ” — безразмерными. Напряжение трения для продольной скорости задается выражением

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu u_s}{s} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}}.$$

Отсюда получается выражение для коэффициента трения на нижней стенке канала

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho u_s^2} = \frac{1}{\rho u_s^2} \frac{\mu u_s}{s} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \Big|_w = \frac{1}{Re_s} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \Big|_w.$$

**2. Тестирование модели.** Применимость модели проверена путем сопоставления с экспериментом [4], в котором изучалось ламинарное течение в плоскопараллельном канале с резким расширением в форме обратного прямоугольного уступа. Размеры расчетной области по отношению к размеру высоты уступа  $s$  соответствовали экспериментальным: на начальном участке высота канала  $h_0 = 1$ , длина канала  $l_0 = 40$ , на участке течения после расширения  $h = 2$ ,  $l = 100$ . Расчетная сетка была равномерной по каждому координатному направлению и имела 561 и 101 узел по осям  $x$  и  $y$  соответственно. На входе в канал задавался профиль скорости, аналогичный (1), с минимально возможным для данной сетки значением толщины пограничного слоя  $\delta_0 = 0,02$ .

Результаты расчета и эксперимента [4] представлены на рис. 2. В расчете точка присоединения определялась по нулевому значению коэффициента трения на нижней стенке канала, в эксперименте [4] — с помощью термоанемометрических измерений скорости вблизи стенки. Из рис. 2 следует, что результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными вплоть до  $Re_s \approx 600$ . Численный эксперимент [4] дает близкие результаты, но хорошее согласие расчета и эксперимента наблюдается до значения  $Re_s \approx 450$ . Такое различие, видимо, вызвано проявлением трехмерного характера течения и началом переходного режима.

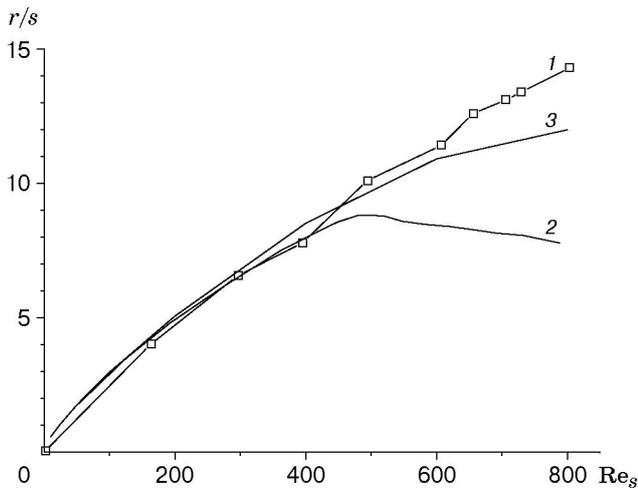


Рис. 2. Расчетные и экспериментальная зависимости длины отрывной зоны  $r$  от числа Рейнольдса  $Re_s$ :

1 — экспериментальные данные [4]; 2 — расчетные данные [4]; 3 — расчетные данные настоящей работы

**3. Результаты расчетов.** 3.1. *Влияние начальной толщины пограничного слоя на аэродинамику течения за уступом.* Расчеты течения в канале за уступом проведены для следующих условий: в безразмерных переменных высота уступа  $s = 1$ , высота канала в сечении уступа  $h = 6$ , т. е. параметр расширения  $ER = 1,17$ , длина канала за уступом  $l = 40$ . При этом толщина пограничного слоя в сечении уступа принимала значения  $\delta = 0,1; 0,24; 0,5; 1,0; 2,0; 3,0$ , иными словами, пограничный слой менялся от сверхтонкого до развитого. Число Рейнольдса изменялось в диапазоне от 10 до 400. Его максимальное значение соответствует области ламинарно-турбулентного перехода. Расчетная сетка была равномерной по каждому координатному направлению (201 и 351 узел по осям  $x$  и  $y$  соответственно).

Результаты расчета длины отрывной зоны приведены на рис. 3,а, а их сопоставление с экспериментальными и расчетными данными других авторов, взятыми из работы [6], — на рис. 3,б. Точка присоединения, как и в тестовом расчете, определялась по положению точки с нулевым коэффициентом трения. Следует отметить, что зависимость  $r(Re_s)$  близка к линейной. Вместе с тем на рис. 3,а видно, что толщина пограничного слоя  $\delta$  в сечении уступа определяет угол наклона этой линии: с увеличением толщины пограничного слоя угол ее наклона увеличивается. Для больших значений  $Re_s$  уменьшение относительной толщины пограничного слоя с 3,0 до 0,1 приводит к уменьшению длины отрывной зоны более чем в три раза.

Кроме того, из рис. 3,б следует, что практически все имеющиеся в литературе данные лежат в области между расчетными линиями, полученными в настоящей работе и соответствующими значениям начальной толщины пограничного слоя  $\delta = 0,5; 3,0$ . Это свидетельствует о том, что одним из основных параметров, определяющих разброс координат точки присоединения, является толщина пограничного слоя перед точкой отрыва. Из рис. 3,б также следует, что большинство известных данных принадлежит области  $\delta > 0,5$ , что соответствует реальным условиям проведенных экспериментов.

Результаты расчета коэффициента трения на нижней стенке канала при  $Re_s = 400$  и различных значениях  $\delta$  и  $ER$  представлены на рис. 4. Данные на рис. 4,а получены для значения параметра расширения  $ER = 1,17$ . Видно, что с уменьшением начальной толщины пограничного слоя  $\delta$  увеличивается максимальное абсолютное значение коэффициента трения в рециркуляционной зоне, где направление скорости течения противоположно направлению основного потока. При этом увеличивается максимальное значение коэффициента трения за точкой присоединения потока. Обработка полученных в расчете данных позволяет сделать вывод, что с уменьшением толщины начального пограничного

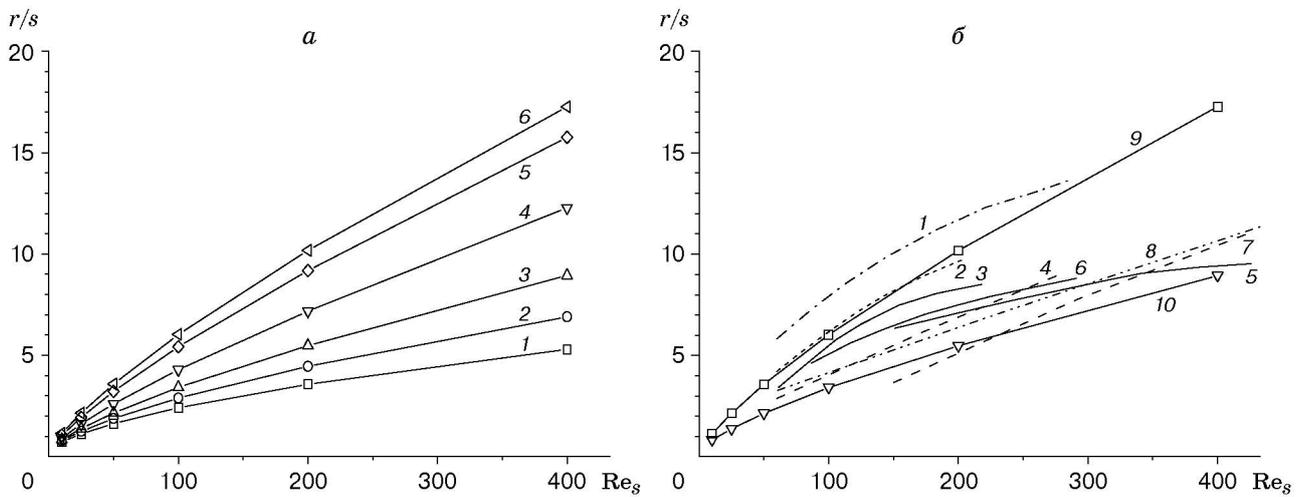


Рис. 3. Расчетная зависимость длины отрывной зоны  $r$  от числа Рейнольдса  $Re_s$  и начальной толщины динамического пограничного слоя  $\delta$  при  $ER = 1,17$ :

$a$  — данные настоящей работы (1 —  $\delta = 0,1$ ; 2 —  $\delta = 0,24$ ; 3 —  $\delta = 0,5$ ; 4 —  $\delta = 1,0$ ; 5 —  $\delta = 2,0$ ; 6 —  $\delta = 3,0$ );  $b$  — сравнение с данными других работ, приведенными в [6] (1 — данные [8]; 2 — данные [9]; 3 — данные [6] при  $s = 3,8$  мм; 4 — данные [6] при  $s = 6,4$  мм; 5 — данные [6] при  $s = 12,7$  мм; 6 — данные [5] при  $s = 6,4$  мм; 7 — данные [5] при  $s = 12,7$  мм; 8 — данные [1]; 9 — данные настоящей работы при  $\delta = 3$ ; 10 — данные настоящей работы при  $\delta = 0,5$ )

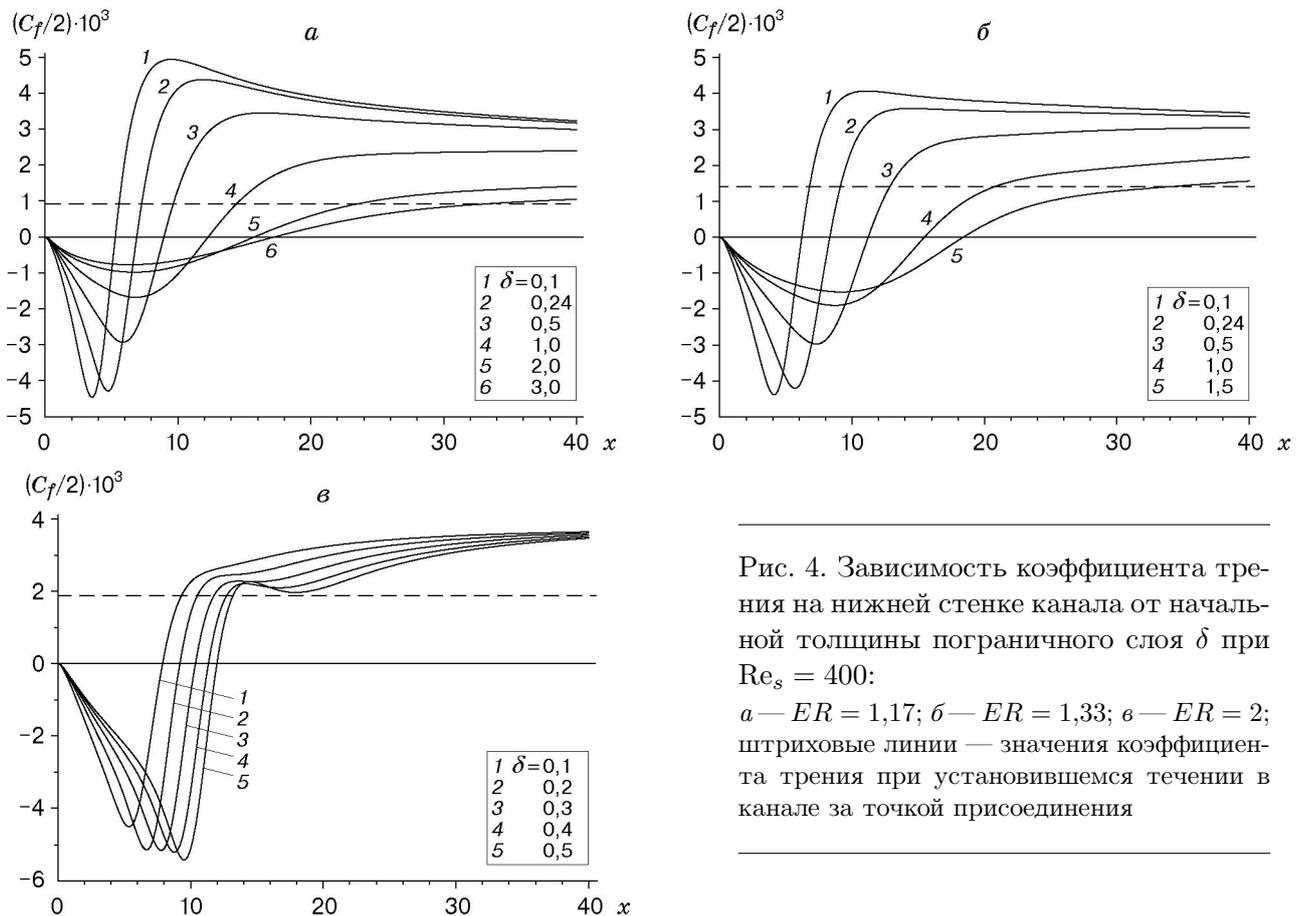


Рис. 4. Зависимость коэффициента трения на нижней стенке канала от начальной толщины пограничного слоя  $\delta$  при  $Re_s = 400$ :

$a$  —  $ER = 1,17$ ;  $b$  —  $ER = 1,33$ ;  $v$  —  $ER = 2$ ; штриховые линии — значения коэффициента трения при установившемся течении в канале за точкой присоединения

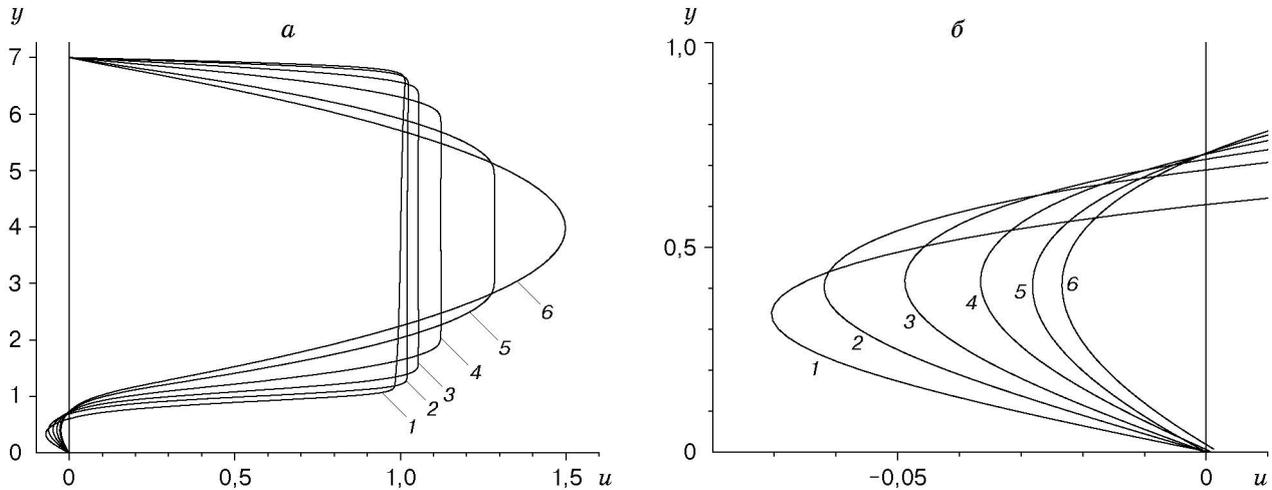


Рис. 5. Профили продольной скорости  $u$  при различной начальной толщине пограничного слоя  $\delta$  ( $x = 1,0$ ,  $ER = 1,17$ ,  $Re_s = 400$ ):

$a$  — полный профиль;  $b$  — увеличенное изображение области возвратного течения; 1 —  $\delta = 0,1$ ; 2 —  $\delta = 0,24$ ; 3 —  $\delta = 0,5$ ; 4 —  $\delta = 1,0$ ; 5 —  $\delta = 2,0$ ; 6 —  $\delta = 3,0$

слоя  $\delta$  с 3,0 до 0,1 абсолютное максимальное значение коэффициента трения в отрывной зоне может увеличиться в шесть раз.

Основной причиной сильного влияния толщины пограничного слоя перед точкой отрыва потока на трение в отрывной зоне и ее длину является уменьшение толщины сдвигового слоя внутри отрывной зоны. Этот вывод следует из данных, приведенных на рис. 5, где представлены профили продольной скорости в зоне отрыва ( $x = 1$ ) при различной толщине пограничного слоя перед ступенькой. При малых значениях  $\delta$  градиент скорости как в пристенной зоне, так и в слое смещения существенно выше, чем при больших, что в итоге приводит к росту касательных напряжений и более раннему присоединению пограничного слоя.

**3.2. Влияние параметра расширения на аэродинамику течения за уступом.** Очевидно, что помимо числа Рейнольдса  $Re_s$  и толщины пограничного слоя  $\delta$  на структуру отрывного течения, трение и длину отрывной зоны оказывает влияние и параметр расширения канала  $ER$ . Характер его влияния на трение можно оценить, сопоставляя данные, приведенные на рис. 4. Штриховыми линиями показаны значения коэффициента трения, соответствующие установившемуся ламинарному течению за точкой присоединения потока. Иными словами, эти значения реализуются, когда профиль скорости не зависит от продольной координаты, а пограничные слои на нижней и верхней стенках канала сомкнуты и одинаковы по толщине. Из рис. 4 следует, что эти линии лежат ниже кривых, соответствующих различным начальным толщинам пограничного слоя. Следовательно, во всех указанных случаях течение еще не установилось, что обусловлено относительно небольшой длиной канала.

При  $ER = 1,17$ ;  $1,33$  поведение коэффициента трения соответствует описанному в п. 3.1: при уменьшении начальной толщины пограничного слоя увеличивается его максимальное абсолютное значение в отрывной зоне. Вместе с тем из рис. 4,  $b$  следует, что для относительно узких каналов ( $ER = 2,0$ ) максимальное абсолютное значение коэффициента трения в отрывной зоне достигается при увеличении начальной толщины пограничного слоя. Такое поведение, очевидно, объясняется близостью верхней и нижней стенок канала, расстояние между которыми сопоставимо с высотой уступа. Сближение стенок канала приводит к усилению влияния вихря из зоны рециркуляции на основное течение.

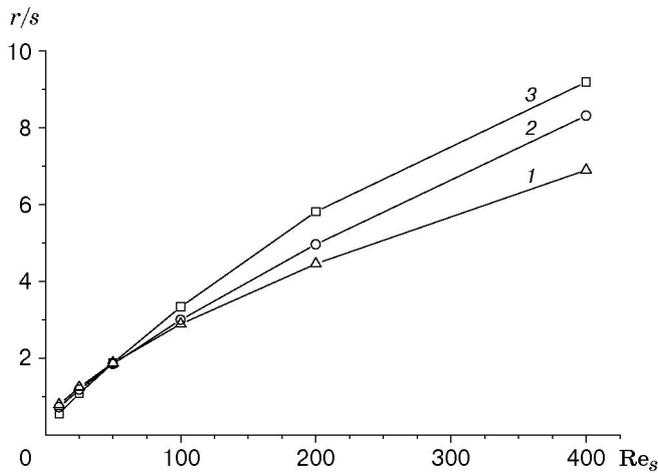


Рис. 6. Зависимость длины отрывной зоны  $r$  от числа Рейнольдса  $Re_s$  при  $\delta = 0,24$ :

1 —  $ER = 1,17$ ; 2 —  $ER = 1,33$ ; 3 —  $ER = 2$

Параметр расширения оказывает влияние и на зависимость длины отрывной зоны от числа Рейнольдса и начальной толщины пограничного слоя. На рис. 6 представлены зависимости  $r(Re_s)$  при  $\delta = 0,24$  и значениях параметра расширения  $ER = 1,17; 1,33; 2,0$ , соответствующих  $h = 6; 3; 1$ . Из рис. 6 следует, что для всех рассмотренных значений  $ER$  зависимость  $r(Re_s)$  близка к линейной. Вместе с тем при увеличении  $ER$  в большей части исследованного диапазона значений  $Re_s$  угол наклона кривых увеличивается, при  $Re_s < 50$  имеет место противоположная зависимость, хотя различие значений  $r$  невелико. Такое поведение кривых обусловлено, вероятно, двумя обстоятельствами. Во-первых, при увеличении параметра  $ER$  относительная толщина начального пограничного слоя при  $\delta = \text{const}$  увеличивается. В то же время из приведенных выше результатов следует однозначный вывод: чем больше толщина начального пограничного слоя, тем больше длина отрывной зоны. Во-вторых, близость верхней и нижней стенок канала приводит усилению влияния вихря на характеристики течения.

**Закключение.** Проведено численное моделирование стационарного ламинарного отрывного течения в плоскопараллельном канале за обратным прямоугольным уступом. Показано, что динамическая предыстория потока и параметр расширения канала оказывают существенное влияние на длину отрывной зоны и трение внутри нее. С уменьшением начальной толщины пограничного слоя толщина сдвигового слоя в отрывной зоне уменьшается, что в свою очередь приводит к увеличению коэффициента трения, а также к значительному уменьшению длины отрывной зоны. С увеличением параметра расширения канала при фиксированном значении начальной толщины пограничного слоя увеличивается длина отрывной зоны, что обусловлено увеличением относительной толщины начального пограничного слоя.

Авторы выражают благодарность Н. И. Ярыгиной за ценные советы и замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштейн Р. Дж., Эриксен В. Л., Олсон Р. М., Эккерт И. Р. Дж. Отрыв ламинарного пограничного слоя, повторное присоединение и перестройка режима течения при обтекании уступа // Теорет. основы инж. расчетов. 1970. № 4. С. 56–66.
2. Cramer K. R. On laminar separation bubbles // J. Aeronaut. Sci. 1958. V. 25. P. 143, 144.
3. Синха С. Н., Гупта А. К., Оберай М. М. Ламинарное отрывное обтекание уступов и каверн. 1. Течение за уступом // Ракет. техника и космонавтика. 1981. Т. 19, № 12. С. 33–37.
4. Armaly B. F., Durst F., Pereira J. C. F., Schonung B. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow // J. Fluid Mech. 1983. V. 127. P. 473–496.

5. **Аунг В.** Экспериментальное исследование теплообмена при ламинарном обтекании уступов // Теплопередача. 1983. Т. 105, № 4. С. 143–149.
6. **Aung W., Baron A., Tsou F.-K.** Wall independency and effect of initial shear-layer thickness in separated flow and heat transfer // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1985. V. 28, N 9. P. 1757–1770.
7. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
8. **Leal L. G., Acrivos A.** The effect of base bleed on the steady separated flow past bluff objects // J. Fluid Mech. 1969. V. 39. P. 735–752.
9. **Mueller T. J., O’Leary R. A.** Physical and numerical experiments in laminar incompressible separating and reattaching flow. N. Y., 1970. (Paper / AIAA; N 70-763).

*Поступила в редакцию 5/III 2002 г.*

---