

УДК 621:539.43.001.24

## О СВЯЗИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ

В. И. Капустин, В. М. Степанов\*

Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина,  
630051 Новосибирск

\* Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск  
E-mail: sven@online.nsk.su

Рассматривается механическая модель неупругого периодического деформирования материала. Согласно модели осевая пластическая деформация материала является следствием пластических сдвигов по четырем плоскостям максимальных касательных напряжений. Пластические сдвиги на этих плоскостях определяются деформационной прочностью материала, которая предполагается различной в разных системах площадок и зависит от направления деформирования. Предлагаются характеристики деформационной прочности материала. Модель и известные характеристики деформационной прочности позволяют аналитически описать деформационные упрочнения и разупрочнения материалов. Приводится пример расчета диаграмм деформирования гипотетического материала при мягком нагружении.

**Ключевые слова:** напряжение, деформация, упругость, пластичность, упрочнение, разупрочнение, усталость.

Нахождение аналитической зависимости между напряжениями и деформациями в случае периодических нагружений имеет особое значение при разработке критериев усталостного разрушения материалов. Имеющиеся теоретические представления о связи между напряжениями и деформациями, используемые при исследовании усталости, даже для одноосных нагружений нельзя считать достаточными. Очевидно также, что разработка механического критерия усталостного разрушения может иметь целенаправленный характер только при наличии модели материала, позволяющей рассматривать периодические нагружения с позиций теории пластичности и сложных нагружений. Модель необходима при разработке программ систематического и всестороннего исследования процессов накопления усталостного повреждения, а также для представления экспериментальных данных.

В настоящей работе процесс циклических нагружений рассматривается с позиций феноменологической теории пластичности, в которой используется механическая схема деформирования материала [1–3]. Согласно модели [1–3] материал является упругоизотропным и статистически однородным, но состоящим из анизотропных элементов с существенно различающимися значениями деформационной прочности.

1. Представим произвольное напряженное состояние как результат наложения на равное трехосное растяжение двух дуосных разноименных напряженных состояний:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \sigma_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\sigma_0 - \sigma_y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (\sigma_0 - \sigma_z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Здесь  $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$  — гидростатическое напряжение.

Аналогично в виде суммы тензоров можно представить компоненты тензора деформаций:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (\varepsilon_0 - \varepsilon_z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_0 = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)/3$ .

Для изотропного материала тензор деформаций в главных осях, совпадающих с главными осями напряжений, в соответствии с законом Гука имеет вид

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_0(1-2\nu)}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{(\sigma_0 - \sigma_y)(1+\nu)}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\ + \frac{(\sigma_0 - \sigma_z)(1+\nu)}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Под действием внешних сил твердое тело накапливает потенциальную энергию упругих деформаций  $\Pi$ . При отсутствии потерь работа, совершаемая при деформировании элементарного объема материала, равна потенциальной энергии  $\Pi$  упругого деформирования.

Потенциальную энергию  $\Pi$  упругого деформирования элементарного объема изотропного материала в главных осях можно представить в следующем виде:

$$\Pi = \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} (1-2\nu) + \frac{1+\nu}{E} [(\sigma_0 - \sigma_y)^2 + (\sigma_0 - \sigma_y)(\sigma_0 - \sigma_z) + (\sigma_0 - \sigma_z)^2]. \quad (2)$$

Слагаемые в выражении (2) представляют собой доли полной потенциальной энергии, связанные с гидростатическим и разноименными нагружениями материала в двух ортогональных направлениях.

Рассмотрим выражение для потенциальной энергии (2) при одноосном напряженном состоянии, которое реализуется при нагружении по оси  $x$  стандартных образцов в испытаниях на усталость, выделяя в нем составляющие, связанные с равным трехосным растяжением и двуосными напряженными состояниями для анизотропного материала:

$$\Pi = \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} (1 - \nu_{xy} - \nu_{xz}) + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} (1 + \nu_{xy}) + \frac{3}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} (1 + \nu_{xz}). \quad (3)$$

Вводя соответствующие обозначения, получим

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_{xz} + \Pi_{xy}.$$

Здесь  $\Pi_0$  — потенциальная энергия, связанная с гидростатической составляющей нагружения;  $\Pi_{xz}$ ,  $\Pi_{xy}$  — энергии, обусловленные изменением формы элементарного параллелепипеда при плоском разноименном напряженном состоянии — растяжении по оси  $x$  и сжатии в направлении осей  $z$  и  $y$  соответственно.

Из выражения (3) следует, что величины составляющих полной энергии упругого деформирования зависят от коэффициентов Пуассона  $\nu_{xy}$  и  $\nu_{xz}$ . Составляющие потенциальной энергии  $\Pi_{xy}$  и  $\Pi_{xz}$ , связанные с изменением формы, принимают нулевое значение при коэффициентах Пуассона  $\nu_{xy} = -1$  и  $\nu_{xz} = -1$  соответственно.

Деформирование с нулевым значением потенциальной энергии формоизменения ( $\Pi_{xy}$  или (и)  $\Pi_{xz}$ ) можно представить как деформирование без упругого сопротивления сдвигу. Для этого соответствующие коэффициенты Пуассона в выражении (3) должны принимать значение, равное  $-1$ .

При деформировании материала за пределом упругости, когда продольная пластическая деформация есть результат скольжений по плоскостям действия максимальных касательных напряжений  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{yx}$ , должно выполняться равенство  $\nu_{xy} = -1$ , а при скольжении по плоскостям действия максимальных касательных напряжений  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{zx}$  — равенство  $\nu_{xz} = -1$ .

Используя известное представление тензора полных деформаций при деформировании материала за пределом упругости в виде суммы, получим

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^e & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^e & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_x^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z^p \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В выражении (4) и далее верхние индексы  $e$  и  $p$  обозначают соответственно упругие и пластические составляющие компонент тензора полных деформаций. Аналогично выражению (1) можно представить компоненты тензора пластических деформаций:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z^p \end{bmatrix} = \varepsilon_0^p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\varepsilon_0^p - \varepsilon_y^p) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (\varepsilon_0^p - \varepsilon_z^p) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

где  $\varepsilon_0^p = (\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p + \varepsilon_z^p)/3$ .

В случае идеального пластического течения изменение объема, обусловленное пластическими деформациями материала, равно нулю:  $\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p + \varepsilon_z^p = 0$  ( $\varepsilon_y^p = -\mu_{xy}\varepsilon_x^p$ ,  $\varepsilon_z^p = -\mu_{xz}\varepsilon_x^p$ ), что равносильно равенству  $\varepsilon_x^p(1 - \mu_{xy} - \mu_{xz}) = 0$ . Отсюда следует

$$\varepsilon_x^p = 0 \quad \text{или} \quad 1 - \mu_{xy} - \mu_{xz} = 0. \quad (5)$$

Здесь  $\mu_{xy}$ ,  $\mu_{xz}$  — коэффициенты поперечных пластических деформаций.

Таким образом, компоненты тензора пластических деформаций связаны соотношением

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z^p \end{bmatrix} = \varepsilon_x^p \left\{ \mu_{xy} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \mu_{xz} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Задача определения пластических деформаций оказывается неопределенной, так как последнее уравнение в (5) имеет бесконечно много решений.

**2.** Модель упругоизотропного материала с различной деформационной прочностью в плоскостях  $xy$  и  $xz$ , используемую в данной работе, поясним с помощью схемы, приведенной на рис. 1. Реологическая модель представляет собой последовательное соединение двух составляющих. Первая составляющая — элемент Гука — соединена со второй составляющей двумя параллельно работающими элементами Гука, соединенными с элементами Сен-Венана. Усилие, возникающее в первом упругом элементе модели, характеризует гидростатическое напряжение в материале. Усилия, возникающие в упругих параллельных элементах, — это усилия взаимодействия октаэдров, на которые разбивают материал системы ортогональных площадок, где действуют главные касательные напряжения. По этим плоскостям происходят относительное смещение октаэдров и пластическое деформирование материала в направлении приложенной нагрузки.

В соответствии с механической схемой, представленной на рис. 1, по известным характеристикам упругоизотропного материала и его деформационным свойствам можно построить модель деформирования материала. Здесь под деформационными характеристиками материала понимаются условные пределы упругости и текучести. Эти характеристики можно определить в опытах как параметры напряженно-деформированного состояния на

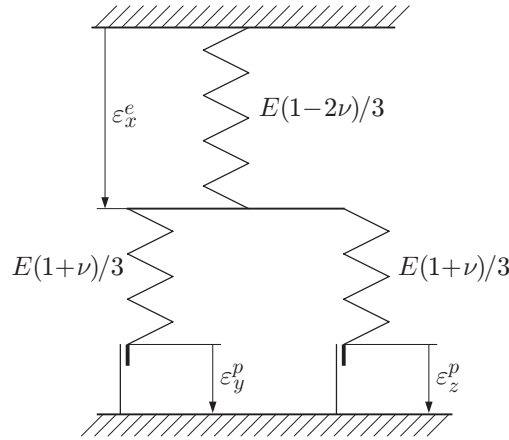


Рис. 1. Реологическая модель материала

границе состояний упругой деформации и неполной пластичности, а также на границе состояний неполной и полной пластичности материала. Состояние неполной пластичности материала существует как переходное, когда упругое и пластическое деформирование в параллельных элементах модели происходит одновременно.

Если первоначально упругоизотропный материал обладает различными деформационными свойствами, то при растяжении образца из такого материала пластические сдвиги на площадках главных касательных напряжений появятся не одновременно.

Пусть на площадках  $xy$  и  $yx$  материал обладает меньшим сопротивлением сдвигу, чем на площадках  $xz$  и  $zx$ , и в опытах на одноосное растяжение определены условные пределы упругости  $\sigma_x^p$  и текучести  $\sigma_x^{fp}$ . Условные пределы упругости и текучести существуют, когда выполняются условия  $\varepsilon_y^p = \varepsilon_*$  и  $\varepsilon_z^p = \varepsilon_*$  соответственно ( $\varepsilon_*$  — величина условной деформации при определении предельных характеристик материала).

При деформировании материала, модель которого представлена на рис. 1, выполняются следующие соотношения:

— в упругой области

$$\varepsilon_y^p = 0, \quad \varepsilon_z^p = 0, \quad \sigma_x \leq \sigma_x^p;$$

— в состоянии неполной пластичности

$$\Delta \varepsilon_x^e = -\varepsilon_y^p, \quad \sigma_x^p < \sigma_x < \sigma_x^{fp}$$

( $\Delta \varepsilon_x^e$  — приращение упругой деформации на заданном интервале напряжений);

— в состоянии полной пластичности

$$\Delta \varepsilon_x^{ep} = -\varepsilon_y^{fp}, \quad \Delta \varepsilon_x^{ep} = -\varepsilon_z^{fp}, \quad \sigma_x \geq \sigma_x^{fp}$$

( $\Delta \varepsilon_x^{ep}$  — приращение упругой деформации;  $\varepsilon_y^{fp}$ ,  $\varepsilon_z^{fp}$  — приращения пластических деформаций при нагружении за пределом текучести).

Таким образом, полную деформацию можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^e & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \varepsilon_x^e & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \varepsilon_x^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\varepsilon_y^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y^p & 0 \\ 0 & 0 & \nu \varepsilon_y^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\varepsilon_z^{fp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z^{fp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z^{fp} \end{bmatrix} \quad (6)$$

или

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^e & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\varepsilon_x^e & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\varepsilon_x^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x^e & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta\varepsilon_x^e & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\Delta\varepsilon_x^e \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x^{ep} & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta\varepsilon_x^{ep} & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\varepsilon_x^{ep} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Из выражений (6) и (7) следует, что в предлагаемой модели материала в области упруго-пластического деформирования изменение объема не равно нулю, а коэффициенты поперечных пластических деформаций определяются однозначно:  $\mu_{xy} = 1$ ,  $\mu_{xz} = 1$ .

**3.** Исследуем деформированное состояние рассматриваемого материала при периодических одноосных нагружениях. При первом нагружении напряжением  $\sigma_x^1$  деформации определяются по следующим формулам:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_x^1}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix},$$

если  $\sigma_x^1 \leq \sigma_x^p$ ;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_x^p}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \frac{3(\sigma_x^1 - \sigma_x^p)}{E(2 - \nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix}, \quad (8)$$

если  $\sigma_x^p < \sigma_x^1 < \sigma_x^{fp}$ ;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_x^p}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \frac{3(\sigma_x^{fp} - \sigma_x^p)}{E(2 - \nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ + \frac{3(\sigma_x^1 - \sigma_x^{fp})}{E(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

если  $\sigma_x^1 \geq \sigma_x^{fp}$ .

При разгрузке после нагружения за предел текучести из формул (8) получим

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_x^p - \sigma_x^1}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \frac{3(\sigma_x^{fp} - \sigma_x^p)}{E(2 - \nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ + \frac{3(\sigma_x^1 - \sigma_x^{fp})}{E(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что полные деформации разгруженного материала включают упругие и пластические деформации различных элементов модели. Заметим также, что после разгрузки остаточные деформации не равны пластическим деформациям, а часть упругих деформаций необратима.

Нагружение напряжением обратного знака  $\sigma_x^- = -\sigma_x^1$  за пределы упругости ( $\sigma_x^{p1} = -\alpha_i^- \sigma_x^p$ ) и текучести ( $\sigma_x^{fp1} = -\gamma_i^- \sigma_x^{fp}$ ) в области сжатия приведет к следующим деформациям:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} &= \frac{\sigma_x^p + \sigma_x^{p1}}{E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{3(\sigma_x^{fp} - \sigma_x^p + \sigma_x^{fp1} - \sigma_x^{p1})}{E(2-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{3(\sigma_x^1 - \sigma_x^{fp} + \sigma_x^- - \sigma_x^{fp1})}{E(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

После  $N$  циклов деформирования с постоянными параметрами периодической нагрузки получим

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} &= \frac{\sigma_x^p}{E} \left( 1 + \sum_{i=1}^N (\alpha_i^+ - \alpha_i^-) \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{3}{E(2-\nu)} \left[ \sigma_x^{fp} \left( 1 + \sum_{i=1}^N (\gamma_i^+ - \gamma_i^-) \right) - \sigma_x^p \left( 1 + \sum_{i=1}^N (\alpha_i^+ - \alpha_i^-) \right) \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{3}{E(1-2\nu)} \left[ \sigma_x^1 - \sigma_x^{fp} \left( 1 + \sum_{i=1}^N (\gamma_i^+ - \gamma_i^-) \right) \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha_i^-$ ,  $\gamma_i^-$  и  $\alpha_i^+$ ,  $\gamma_i^+$  — коэффициенты, определяющие пределы упругости и текучести при сжатии и растяжении соответственно;  $i$  — номер цикла нагружения начиная с первой разгрузки.

При постоянных коэффициентах  $\alpha_i^- = \alpha_i^+ = \gamma_i^- = \gamma_i^+ = 2$  из соотношений (10) можно получить решение, известное в литературе как принцип Мазинга. В случае, когда коэффициенты переменные, получим результат, известный как обобщение теории Мазинга [4], описывающее поведение циклически упрочняющихся и разупрочняющихся материалов.

Из соотношений (10) следует, что упрочнение и разупрочнение происходят вследствие изменения как деформационных характеристик  $\alpha_i^+$  и  $\gamma_i^+$  в области максимальных напряжений цикла нагружения, так и деформационных характеристик  $\alpha_i^-$  и  $\gamma_i^-$  в области минимальных напряжений.

На рис. 2 представлены диаграммы деформирования гипотетического материала с упругими и деформационными свойствами, близкими к свойствам сплава Д16АТ ( $E = 7 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu = 0,3$ ,  $\sigma_x^p = 250$  МПа,  $\sigma_x^{fp} = 350$  МПа), полученные по соотношениям (10). Обозначения осей на рис. 2, а–г совпадают с обозначениями компонент тензоров напряжений и деформаций, принятыми ранее.

На рис. 2 ломаной  $OA^+B^+C^+D^+$  представлена диаграмма однократного деформирования одноосным растяжением до точки  $C^+$  с разгрузкой в точке  $D^+$  (внешняя нагрузка равна нулю).

На рис. 2, а, в ломаной  $OA^-B^-c^-a^+b^+c^+a^-b^-c^-$  представлены диаграммы деформирования при симметричных циклах напряжений циклически идеального материала, нагружаемого за предел текучести. Ломаной с началом в точке  $O$  представлены пять циклов

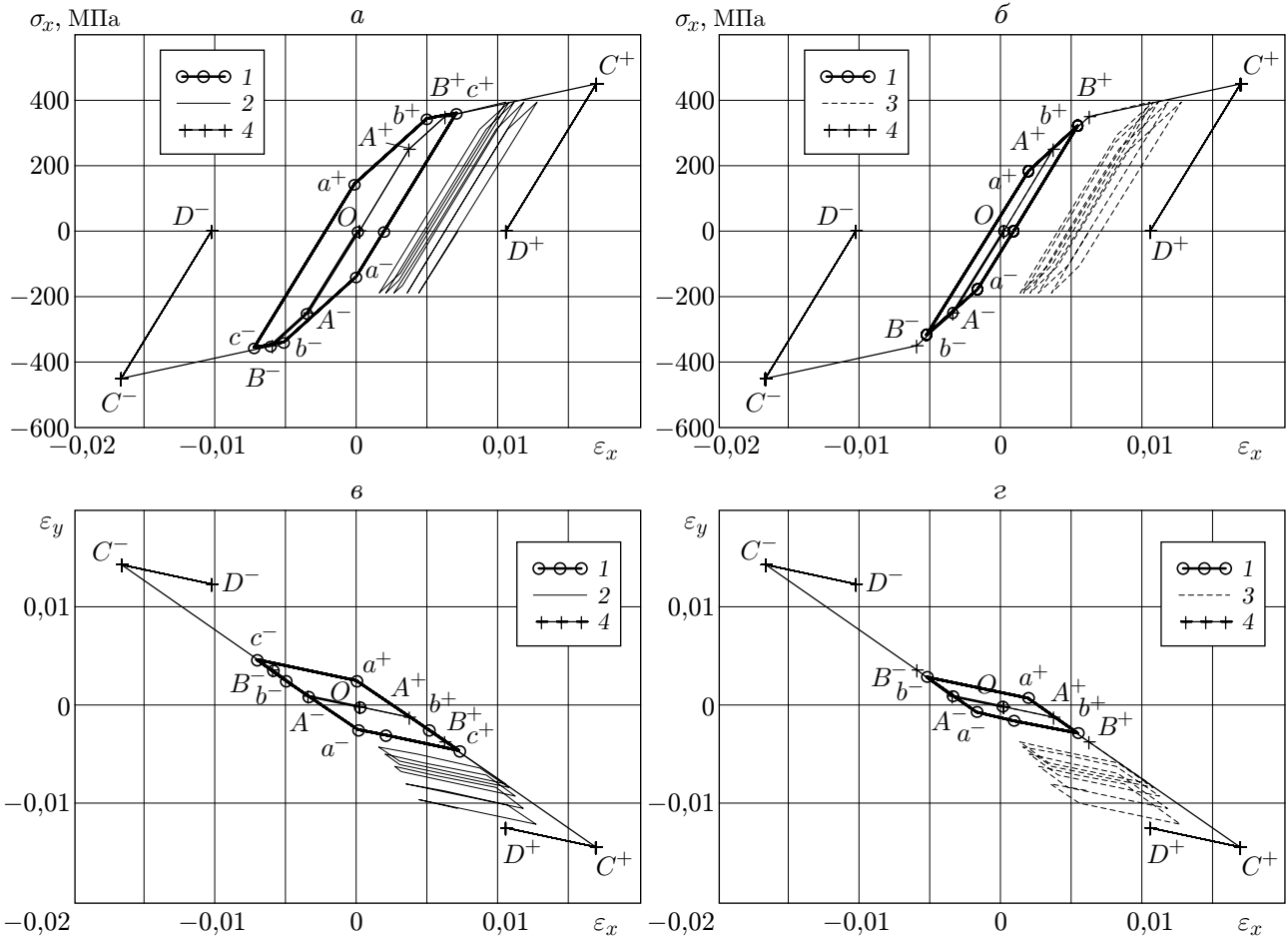


Рис. 2. Диаграммы периодического и однократного деформирования  $\sigma_x \sim \epsilon_x$  (а, б) и  $\epsilon_x \sim \epsilon_y$  (в, г):

1 — циклически идеальный материал; 2 — материал с упрочнением в области минимальных напряжений; 3 — материал с разупрочнением в области максимальных напряжений; 4 — однократное деформирование с разгрузкой

деформирования асимметричным циклом напряжений материала с изменяющейся деформационной характеристикой  $\alpha_i^-$ , отвечающей за его деформирование в области минимальных напряжений.

На рис. 2, б, г ломаной  $OA^-b^-a^+b^+a^-$  представлены диаграммы деформирования симметричным циклом напряжений циклически идеального материала, нагружаемого за предел упругости. Ломаной с началом в точке  $O$  представлены пять циклов деформирования материала асимметричным циклом напряжений с изменяющейся деформационной характеристикой  $\alpha_i^+$ , отвечающей за его деформирование в области максимальных напряжений цикла нагружения.

Из рис. 2 следует, что результаты расчетов качественно согласуются с известными экспериментальными данными.

Для построения расчетных диаграмм деформирования реального материала необходимы дополнительные экспериментальные данные о деформационных характеристиках материала  $\alpha_i^+$ ,  $\alpha_i^-$ ,  $\gamma_i^+$ ,  $\gamma_i^-$  и параметрах напряженно-деформированного состояния, влияющих на их значения. Изучение этих характеристик является задачей дальнейших исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Христианович С. А.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1981.
2. **Шемякин Е. И.** Анизотропия пластического состояния // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1973. Т. 4, № 4. С. 150–162.
3. **Аннин Б. Д., Жигалкин В. М.** Поведение материалов в условиях сложного нагружения. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
4. **Москвитин В. В.** Пластичность при переменных нагружениях. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1965.

*Поступила в редакцию 2/VIII 2005 г.*

---