

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.9 : 530.1 + 621.396.96

МЕТОДЫ ФРАКТАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ
И МАЛОКОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. А. Потапов, В. А. Герман

*Институт радиотехники и электроники РАН, Москва
E-mail: potapov@mail.cplire.ru*

Рассмотрены перспективы создания прорывных радиолокационных технологий в рамках нового междисциплинарного научного направления «Фрактальная радиолокация и фрактальная радиофизика», разработанного и развиваемого в Институте радиотехники и электроники РАН на основе теории фракталов и детерминированного хаоса. Предложены и отработаны экспериментально методы измерения фрактальной (дробной) размерности, фрактальных сигнатур, а также соответствующих фрактальных кепстров многомерных сигналов и волновых полей. Представлены конкретные результаты по измерению фрактальных сигнатур природных образований. Приведены данные фрактальной цифровой обобщенной фильтрации оптических и радиолокационных изображений протяженных малоcontrastных объектов на фоне интенсивных нерегулярных помех. Рассмотрены примеры создания новых динамических моделей рассеяния электромагнитных волн земными покровами. Показана эффективность фрактальных распределений с «тяжелыми хвостами» (паретианов) для решения рассматриваемого круга задач.

Введение. Формирование статистической теории обнаружения радиосигналов связано с фундаментальными работами академика В. А. Котельникова по теории потенциальной помехоустойчивости, т. е. теоретически предельно достижимой помехоустойчивости [1]. К современным радиолокационным системам предъявляются жесткие требования: они должны обладать способностью функционирования в условиях сильных помех, высоким пространственным разрешением и т. д. [2–7].

В последние годы ученые многих стран ведут интенсивные работы по уменьшению радиолокационной заметности объектов с помощью перспективных «стелс-технологий». Так, из работы [8] видно, что если к 1980 году самолеты типа F-15 имели радиолокационную заметность около 10 м^2 , то при их дальнейшей модернизации эффективную площадь рассеяния (ЭПР) σ удалось уменьшить до величины $1,0 - 1,5 \text{ м}^2$, а для сверхзвуковых самолетов пятого поколения, таких как F-22 или JSF, – до величины $0,3 \text{ м}^2$ (рис. 1). В этом случае значительно снижаются боевые потери. К тому же в реальных

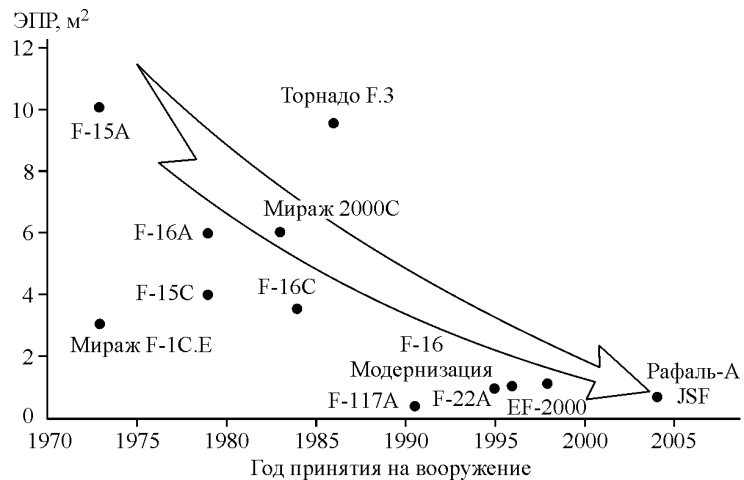


Рис. 1. Тенденции изменения радиолокационной заметности σ самолетов [8]

условиях помехи почти всегда негауссовские и имеют значительную интенсивность в различных спектральных интервалах.

Как показывает опыт, при обнаружении малозаметных и малоcontrastных целей на фоне земных покровов использование традиционных классических алгоритмов фильтрации не всегда возможно, так как они требуют больших интервалов времени накопления сигналов. В современных условиях необходим поиск и разработка принципиально иных подходов к успешному и эффективному решению традиционных задач радиолокации и радиоэлектроники в целом.

Цель данной работы – представить сжато основные идеи и обобщить результаты исследований, которые легли в основу новых информационных технологий, активно разрабатываемых в Институте радиоэлектроники (ИРЭ) РАН более 20 последних лет с использованием теории фракталов, текстур и детерминированного хаоса для качественного решения современных задач радиофизики и радиоэлектроники, а также выработать практические рекомендации к фрактальной цифровой обработке малоcontrastных изображений и сигналов в помехах.

1. Синергетический подход к радиофизическим задачам. В настоящее время назрела необходимость рассматривать современные радиолокационные системы в совокупности с каналом распространения радиоволн и объектами зондирования с точки зрения теории сложных неравновесных систем, открытых для потоков энергии, энтропии и информации, т. е. с синергетических позиций [2, 3]. Странные аттракторы и точки бифуркаций такой открытой динамической системы определяют все особенности радиофизических процессов, протекающих в данном пространственно-временном континууме. Проблематика синергетики часто обозначается как теория самоорганизации или теория диссипативных систем, теория открытых систем, теория неравновесных систем, информационная динамика, динамическая теория формообразования и т. п.

Все это и определило развитие в ИРЭ РАН новых информационных технологий в радиофизике и радиолокации с использованием текстурных (середина 80-х гг. XX века [9]) и фрактальных (середина 90-х гг. XX века [2, 3]) мер

на основе синергетических принципов нелинейной динамики. По сути дела, развивается новое направление в радиофизике – применение теории динамических систем и дробной (фрактальной) топологии в задачах повышения информативности радиосистем различного назначения. Можно уверенно сказать, что наиболее адекватным языком радиофизики является язык нелинейной динамики, фрактальной (дробной) топологии и информационно открытых диссипативных систем.

2. Текстуры меры и текстурные сигнатуры. Вокруг цели всегда присутствуют участки фоновых отражений, объединенные общим понятием «текстура». Это дает возможность предложить новые подходы к обнаружению протяженных малоконтрастных целей на фоне земных покровов в полученных радиолокационных изображениях (РЛИ) или многомерных сигналах.

В отличие от тона и цвета, которые относятся к отдельным фрагментам изображения, текстура связана более чем с одним фрагментом. В данной работе будем считать, что текстура – это матрица или фрагмент пространственных свойств участков изображений с однородными статистическими характеристиками [9]. Текстуры признаки основаны на статистических характеристиках уровней интенсивности элементов изображения и относятся к вероятностным признакам, случайные значения которых распределены по всем классам природных объектов. Решение о принадлежности текстуры к тому или иному классу может приниматься только на основании конкретных значений признаков данной текстуры. В таком случае принято говорить о сигнатуре текстуры. Классические радиолокационные сигнатуры включают в себя временные, спектральные и поляризационные особенности отраженного сигнала. С нашей точки зрения, сигнатура текстуры – это распределение генеральной совокупности измерений для данной текстуры в сценах такого же типа.

Впервые расчет всего ансамбля из 28 текстурных признаков и их детальный синхронный анализ для реальных изображений (оптических и радиолокационных в диапазоне миллиметровых волн (ММВ)), а также синтезированных текстур был проведен в 1985 г. в ИРЭ РАН совместно с Воронежским государственным университетом и представлен полностью в [9]. Натурные эксперименты проводились совместно с ЦКБ «Алмаз» [9–14]. Была поставлена и решена задача расчета текстурных признаков с учетом дрейфа сигнатур при изменении времени года. Частично статистические характеристики текстур-прототипов и их общий вид приведены в [15] и полностью, как отмечалось выше, с базой данных из 84 значений для каждого текстурного признака – в [9]. Были также оптимизированы оценки влияния размера окон на точность определения текстурных признаков изображений различных земных покровов.

Анализ полученных данных позволил доказать очень важную особенность [9]: одномерные области существования текстурных признаков РЛИ в диапазоне ММВ (множество R) почти полностью вкладываются в соответствующие области признаков аэрофотосъемки (множество A), $R \in A$. Таким образом, области признаков РЛИ как бы сжимаются по сравнению с областями признаков аэрофотосъемки. Это происходит из-за сглаживания в РЛИ тонкой структуры исследуемых покровов, характерной для аэрофотосъемки. Следовательно, со значительной степенью достоверности множество R можно прогнозировать по множеству A .

На основе полученных результатов в [9, 16, 17] были впервые предложены и реализованы следующие нетрадиционные достаточно эффективные методы обнаружения сигналов при малых отношениях сигнал/фон q_0^2 : дисперсионный метод, метод обнаружения с помощью линейно моделированных эталонов и метод с прямым использованием ансамбля текстурных признаков.

Несколько ранее в ЦНИИАГ (1978–1990 гг.) экспериментально исследовалась структура импульсных сигналов ММВ, отраженных характерными земными покровами [9, 10, 18]. В результате был предложен алгоритм нахождения принципиально нового класса признаков, основанных на тонкой структуре модулированных сигналов, рассеянных статистически-неровной поверхностью. Характеристики тонкой структуры определяются внутриимпульсными флуктуациями, их статистикой, корреляционными и спектральными зависимостями, а также средним уширением импульса, т. е. величиной, обратной полосе частотной когерентности [9]. Эти признаки в совокупности с зависимостями ЭПР земных покровов на ММВ от геометрических параметров схемы зондирования и составляют определенный вид классических радиолокационных сигнатур [9, 14, 18–20]. Анализ полученных экспериментально обширных баз данных в сочетании с визуальным исследованием степени сложности изолиний рассеянного излучения, зафиксированного на оптических и радиоизображениях, привел к идее введения синергетических ансамблей признаков, основанных на скейлинговых показателях и характеристиках дробной меры [2, 3, 9].

3. Фрактальные меры и фрактальные сигнатуры. Принципиально новыми методами обработки полей и сигналов являются фрактальные методы [2, 3, 9, 19, 21–59]. Они используют дробную топологическую размерность пространства сигналов и изображений, математический аппарат дробных интегралов и производных (дробных операторов) и свойства самоподобия или скейлинга. Дробные размерности D не только характеризуют топологию исследуемых объектов, но и отражают процессы эволюции динамических систем и связаны с их свойствами.

Следует отметить, что в работах ИРЭ РАН, в отличие от зарубежных, с самого начала была заложена идея обработки малоcontrastных изображений, в том числе и фракталов на фрактальном фоне. По результатам этих исследований [2] были введены понятия фрактальных сигнатур и фрактальных кепстров, а данное научное направление было обозначено как «Фрактальная радиолокация и фрактальная радиофизика» [2, 3]. Рассмотрение фрактальных сигнатур физически означает, что все операции обработки и распознавания мы проводим на множествах дробных мер. Таким образом, математической основой предложенных новых методов цифровой обработки многомерных сигналов являются: теория множеств, общая топология, теория размерности и геометрическая теория меры. На рис. 2 схематически показаны основные направления этих исследований в ИРЭ РАН и приведены сведения о моменте их интенсивного развертывания.

Фракталы относятся к множествам с крайне нерегулярной разветвленной или изрезанной структурой. Отметим, что одним из важнейших вопросов фрактальной геометрии является связь фракталов и текстуры. Разработанная на основе результатов [2] классификация фракталов опубликована в [3, 7, 29, 35, 38, 39, 42–45, 47–51, 53, 58] и приведена на рис. 3, где описаны их свойства при условии, что D_0 – топологическая размерность пространства, в

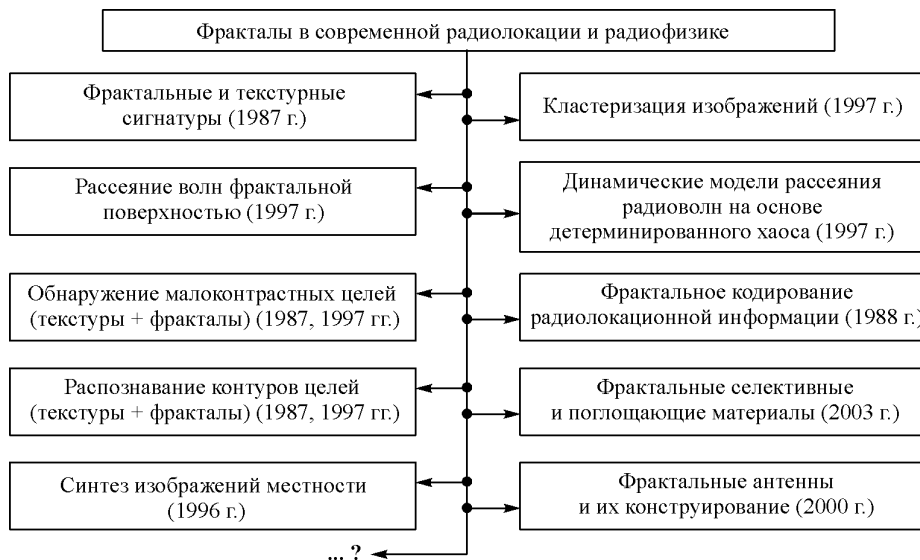


Рис. 2. Схема развития новых информационных технологий

котором рассматривается фрактал с дробной размерностью D . Физико-математические вопросы теории фракталов и дробной меры изложены в [2, 3].

4. К понятию «фрактал» в радиолокации. В общем виде РЛИ можно представить как множество элементов X_k , значения которых пропорциональны ЭПР k -го элемента разрешения радиолокационной станции (РЛС). На рис. 4, *a* показано РЛИ местности, полученное на длине волны $\lambda = 8,6$ мм с вертолета [3, 9, 13], а на рис. 4, *b* – полученное РЛС на длине волны $\lambda \approx 30$ см. Оба изображения являются двумерными с уровнем серого, пропорциональным ЭПР.

Предположим, что для каждого РЛИ построена поверхность (рис. 4, *c*) с высотой h , также пропорциональной уровню серого. Пусть требуется изме-

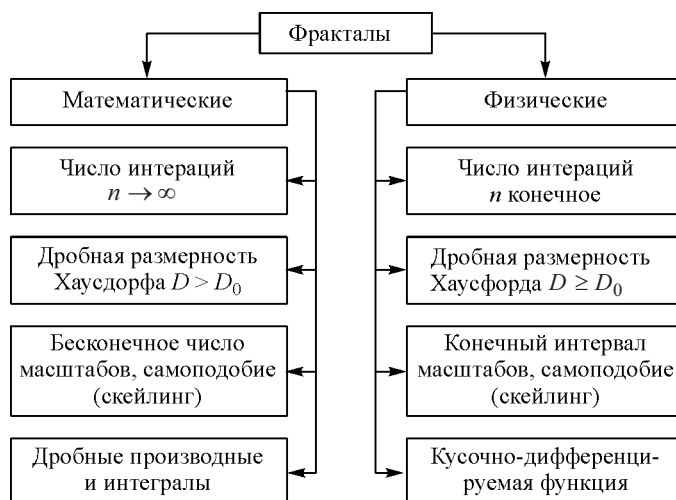


Рис. 3. Классификация и морфология фрактальных множеств и фрактальных сигнатур

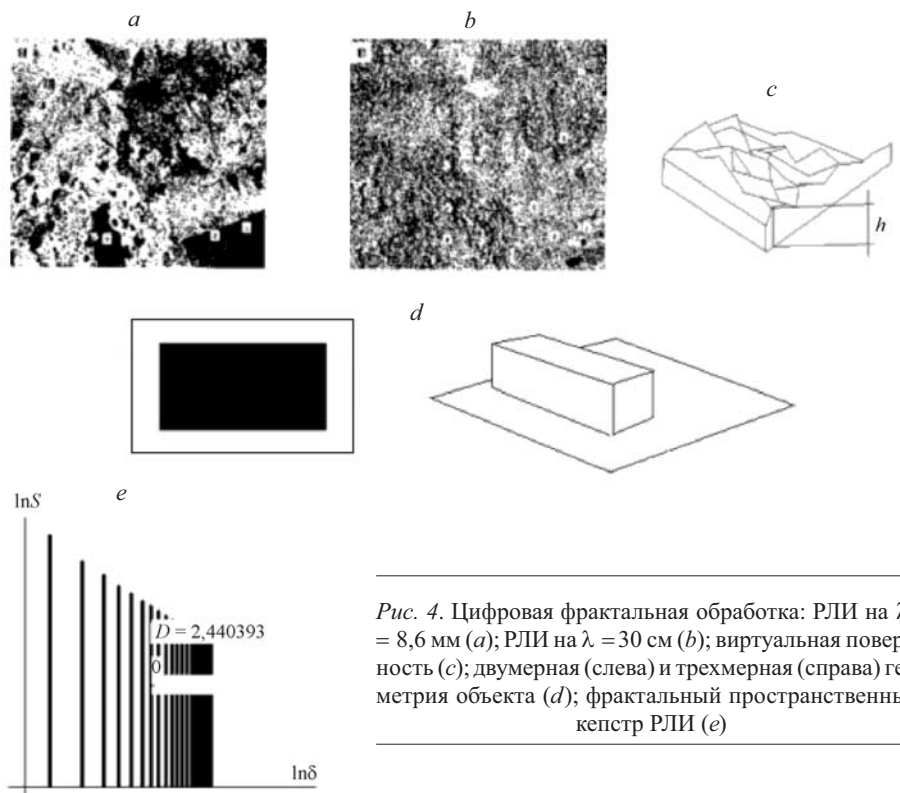


Рис. 4. Цифровая фрактальная обработка: РЛИ на $\lambda = 8,6$ мм (а); РЛИ на $\lambda = 30$ см (б); виртуальная поверхность (с); двумерная (слева) и трехмерная (справа) геометрия объекта (д); фрактальный пространственный кепстр РЛИ (е)

ритель площадь получившейся поверхности. Для РЛИ, соответствующего $\lambda \approx 30$ см, площадь получится меньше, чем для РЛИ с $\lambda = 8,6$ мм, вследствие того что с уменьшением длины волны различаем больше деталей местности. Зондирующая электромагнитная волна является в таком случае «измерительной» линейкой. При этом начинает сказываться на ансамбле рассматриваемых признаков все более тонкая структура пространственно-временных сигналов или волновых полей [2, 3, 9, 10, 18, 19].

Если в нашем распоряжении имеется РЛИ, полученное в более коротковолновом диапазоне, то его площадь будет больше. Уменьшая длину волны λ , будем получать возрастающие значения площадей. Тогда возникает вопрос: какова в действительности площадь поверхности, с которой получены РЛИ? Если поверхность покрыта простыми объектами, например прямоугольными (рис. 4, д), и их размеры гораздо больше длины волны, то площади РЛИ объектов на коротких и длинных волнах будут примерно одинаковыми. Тогда на поставленный вопрос можно ответить, подсчитав число элементов разрешения, покрывающих объект. В этом случае площадь поверхности

$$S \equiv S(\lambda) = N(\lambda)\delta(\lambda), \quad (1)$$

где $\delta(\lambda)$ – площадь элемента разрешения РЛС; $N(\lambda)$ – число элементов разрешения, необходимых для покрытия объекта; λ – длина волны РЛС. Как уже было отмечено, для простого объекта (см. рис. 4, д) $S(\lambda) = \text{const}$.

Для РЛИ на рис. 4, а, б можно построить зависимость $S(\lambda) = f(\lambda)$, а предположив $\delta(\lambda) = K(\lambda)$, где K – известная функция, затем построить за-

зависимость $S(\lambda) = f(\delta)$. Оказывается, что измеренная площадь поверхности S хорошо описывается формулой

$$S(\lambda) = k\lambda^{-D}. \quad (2)$$

Тогда $\log(S(\lambda)) = \log k - D \log \lambda$ (k и D – константы), и мы можем вычислить параметр D . Зависимость $\log S(\lambda) = f(\log \delta)$, определяющая фрактальную сигнатуру РЛИ (см. рис. 4, *a, b*), показана на рис. 4, *e*. Она характеризует пространственный фрактальный кепстр (данное понятие введено в 1997 г. [2, 3]) изображения. Дробный параметр D называется размерностью Хаусдорфа – Безиковича или фрактальной размерностью [2, 3]. Для РЛИ объектов, имеющих простой геометрический вид (прямоугольники, круги, гладкие кривые), эта размерность совпадает с топологической, т. е. равна значению 2 для двумерных РЛИ, и определяется угловым коэффициентом прямых (2) в логарифмических координатах. Однако значение D для большинства изображений реальных покровов и метеорологических образований оказывается большим, чем топологическая размерность $D_0 = 2$, что подчеркивает их сложность и хаотичность.

5. Фрактальные распределения или паретианы. Введение дробной меры и скейлинговых инвариантов вызывает необходимость работы преимущественно со степенными вероятностными распределениями. Их называют еще фрактальными распределениями, распределениями с «тяжелыми хвостами» или паретианами [2, 3].

Данные распределения являются следствием обратных связей, усиливающих события. Отметим, что для распределений с тяжелыми хвостами выборочные средние неустойчивы и малоинформативны из-за неприменимости закона больших чисел. Степенные законы распределения представляют собой одну из отличительных черт сложности. Простые системы обычно имеют экспоненциальное и гауссовское распределения. Природа степенных законов распределения связана с сильной взаимозависимостью событий (эффект не домино, а цепной реакции).

Кратко рассмотрим полученные результаты измерений экспериментальных вероятностных распределений фрактальной размерности некоторых радиофизических процессов [2, 3, 27, 29, 31, 35, 36, 39–45, 51–55, 57, 58]. Измерение распределений фрактальных размерностей D разнообразных типов изображений проводилось в условиях гауссовских шумов с различными среднеквадратическими значениями σ (рис. 5, *a*). Фрактальная цифровая обработка реализаций сигналов в шумах (рис. 5, *b*) показала, что при отношении сигнал/шум $q_0^2 = +10$ дБ мы точно измеряем статистику сигнала. С уменьшением значения q_0^2 (например, $q_0^2 = -3$ дБ) происходит смещение максимума (моды) итогового фрактального распределения в сторону значений фрактальной размерности шума или помехи. При этом всегда (!) в окрестности значения фрактальной размерности D полезной составляющей присутствует тяжелый хвост фрактального распределения (паретиана), достигающий стабильной величины порядка 10–20 %.

Данная тенденция сохраняется и при гораздо меньших значениях q_0^2 [2, 3]. Во всех своих исследованиях по фрактальной тематике значение сигнал/шум q_0^2 мы определяем как отношение средней яркости сложного изображения (фон + цель) к среднеквадратическому значению гауссовского шума.

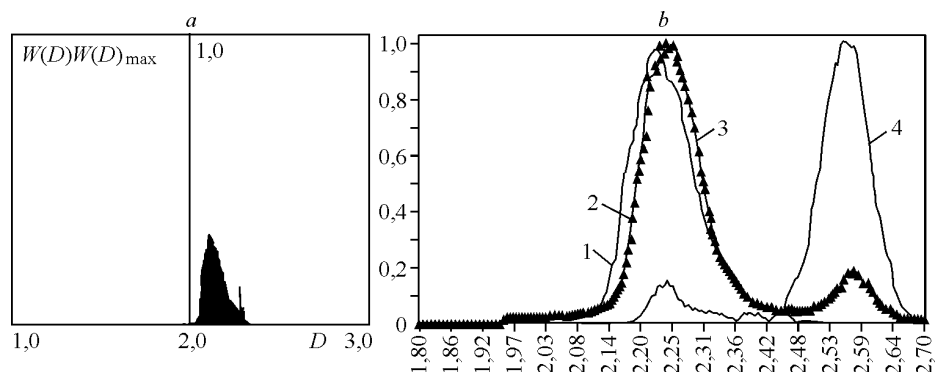


Рис. 5. Распределения D синтезированных фрактальных двумерных сцен: a – общий вид; b – $q_0^2 \rightarrow \infty$ дБ (кривая 1), $q_0^2 = 10$ дБ (2), $q_0^2 = 3$ дБ (3), $q_0^2 = -3$ дБ (4)

6. Программное обеспечение созданных алгоритмов фрактальной обработки. Программное обеспечение [3, 9, 21, 45] было создано для IBM PC совместимых ПЭВМ, имеющих процессоры семейства Intel с тактовыми частотами от 300 МГц, и для операционных систем семейства Win32 (Windows 95-Millennium, NT-2000-XP и т. д.). Использование других операционных систем, например семейства UNIX, улучшит качество прикладного программного обеспечения.

Графический интерфейс программ использует стандартный интерфейс Win32; с применением графических библиотек (Direct3D, OpenGL) качество представления информации улучшается. Тексты прикладных программ реализованы на языке C++. Существует два варианта программ. В первом варианте программы были написаны с использованием пакета C++Builder версии 6.0. Все вычислительные процедуры оформлены в виде динамически подключаемых библиотек, которые созданы в другой системе разработки (Watcom11.0), что позволило увеличить производительность приложений. Второй вариант реализован в среде Watcom C++11.0 без графического интерфейса и обладает повышенной производительностью, которая достигнута применением процедур, реализованных при помощи компилятора WASM, позволяющего использовать особенности математического сопроцессора. Этот вариант удобен тем, что он практически системонезависимый, т. е. легко может быть приспособлен для работы в другой, не Win32, операционной системе.

Программное обеспечение для обработки одномерных сигналов состоит из одного исполняемого модуля (файл DETECT1.EXE). В нем производится ввод данных, их обработка и вычисление фрактальных характеристик сигналов. На основе полученной информации строятся эмпирические распределения D , диаграммы Пирсона, характеристики обнаружения.

7. Топология выборки. Отметим, что в работах ИРЭ РАН с самого начала была заложена идея фрактальной обработки малококонтрастных оптических, радиолокационных и синтезированных сложных (при наличии целей) изображений. Фрактальные цифровые методы позволяют частично преодолеть априорную неопределенность в радиолокационных задачах с помощью информации о топологии (геометрии) выборки – одномерной и многомерной, т. е. в случае сигнала и изображения [2, 3, 38]. При этом большое значение приобретают топологические особенности индивидуальной вы-

борки, а не усредненные реализации, имеющие зачастую совершенно другой характер. Для того чтобы акцентировать внимание на учете таких особенностей, был специально введен термин «размерностный склероз» физических сигналов и сигнатур [3, 35, 38].

Исследования фрактальной структуры разнообразных поверхностей приведены в [2, 3, 21, 23, 39, 45–51]. В работе [41] были измерены фрактальные сигнатуры различных структур во Вселенной. Сводные таблицы характерных видов различных поверхностей, для которых по методам и алгоритмам, разработанным в ИРЭ РАН, были измерены их фрактальные размерности D и фрактальные сигнатуры, приведены в [39, 45, 58]. Эти данные позволяют сделать важный вывод о достаточной трудоемкости и неоднозначности непосредственно прямого использования точечных оценок средней фрактальной размерности D для идентификации земных покровов и метеорологических образований, целей на их фоне и определения числа одинаковых объектов.

Для таких задач будет оптимален разработанный в ИРЭ РАН в 90-х гг. XX в. метод фрактальных сигнатур, который подробно рассмотрен в [2, 3, 21, 38, 39, 45, 49]. В 2000 г. было предложено вычислять фрактальную размерность с помощью локально-дисперсионного метода (см., например, [2, 3, 45]). Параметры алгоритмов, измеряющих фрактальные сигнатуры D , достаточно сильно влияют на ошибки измерений. В разработанных алгоритмах авторы применяют два характерных окна: масштабное и измерительное. Объективные измерения получаются при масштабных окнах, превышающих размеры измерительного окна. Масштабное окно позволяет выбрать необходимые масштабы измерений, в которых наблюдается скейлинг. С помощью измерительного окна обычными методами статистики определяется локальная дисперсия яркости или интенсивности изображения. Точностные характеристики локально-дисперсионного метода исследованы в [45]. Определение одномерных фрактальных сигнатур по площади исследуемых изображений в различных направлениях дает новый метод измерения анизотропии изображений поверхности.

Созданные в ИРЭ РАН методы и алгоритмы вычисления фрактальных сигнатур работоспособны в широком диапазоне физических размеров характерных деталей изображений и позволяют легко находить и детектировать эффекты скейлинга, замаскированные интенсивными шумами. Таким образом, были впервые введены в практику радиолокации и радиофизики качественно новые признаки, основанные на теории дробной меры и физическом скейлинге (см. работы [2, 3, 7, 28, 29, 39, 45, 58]).

8. Примеры цифровой фрактальной обработки малоконтрастных изображений. Рассмотрим характерные примеры обобщенной фрактальной фильтрации (фрактальной цифровой обработки) протяженных объектов, в том числе и малоконтрастных. Все примеры иллюстрируют работу макета спецпроцессора фрактальной обработки радиосигналов (см. разд. 9). Изображение самолета В-2 «Стелс» (рис. 6, *a*) маскировалось аддитивными гауссовскими шумами. Из рис. 6, *b* видно, что в этом случае вся полезная информация скрыта шумовым фоном. Выбор оптимального режима фрактальной фильтрации необходимых контуров или непосредственно объектов производится оператором по автоматическому построенному пространственному распределению мгновенных фрактальных размерностей D сцены. Фрактальные распределения, или паретианы, исследуемых сложных сцен отображены на экране компьютера справа (рис. 6, *c, d*). Большое число аналогичных резуль-

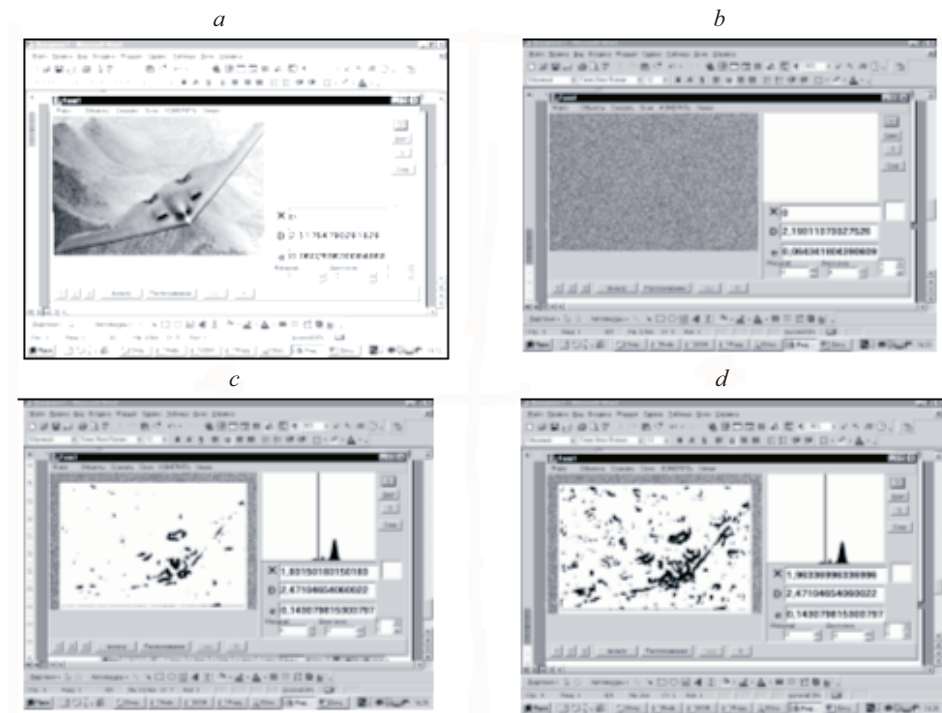


Рис. 6. Цифровая фрактальная обработка изображения самолета В-2 «Стелс»: исходное изображение (а); изображение самолета в гауссовских шумах при $q_0^2 = -3$ дБ (b); пример фрактальной фильтрации изображения самолета при значении $D^{(1)} \propto X$ (c); при значении $D^{(2)} > D^{(1)}$ (d)

татов фрактальной обработки изображений приведено в работах [2, 3, 39, 45, 49, 58], в том числе и изображений, полученных радиолокаторами с синтезированной апертурой.

Вопросы применения фрактального анализа в задачах классификации и кластеризации земных поверхностей и объектов подробно рассмотрены в [2–4, 7, 28, 35, 38, 39, 45, 58]. Покажем только возможность эффективной кластеризации однородных протяженных связных областей с помощью фрактальной фильтрации. На рис. 7, *a–f* приведен пример цифровой фрактальной обработки изображения атакующего вертолета [49, 58]. На исходном изображении можно выделить несколько классов областей: «вертолет», «ракета + газовое облако», «подстилающая поверхность». Предложенные фрактальные методы существенно дополняют текстурные [9] и позволяют более надежно производить операцию кластеризации. Интересно отметить, что после цифровой фрактальной обработки изображений поверхности, кроме устойчивого разделения по типам земных покровов, отмечаются невидимые (скрытые) до этой обработки особенности (см. данные кластеризации дистанционного зондирования на рис. 9.63 в монографии [3]).

Предложенные и экспериментально отработанные эффективные цифровые методы измерения фрактальных характеристик (сигнатур, кепстров и паретианов) могут быть широко использованы (и уже применяются) в различных физико-технических, астрономических, биологических, медицинских и т. п. исследованиях [3, 41, 45, 47, 50–53]. В частности, с помощью

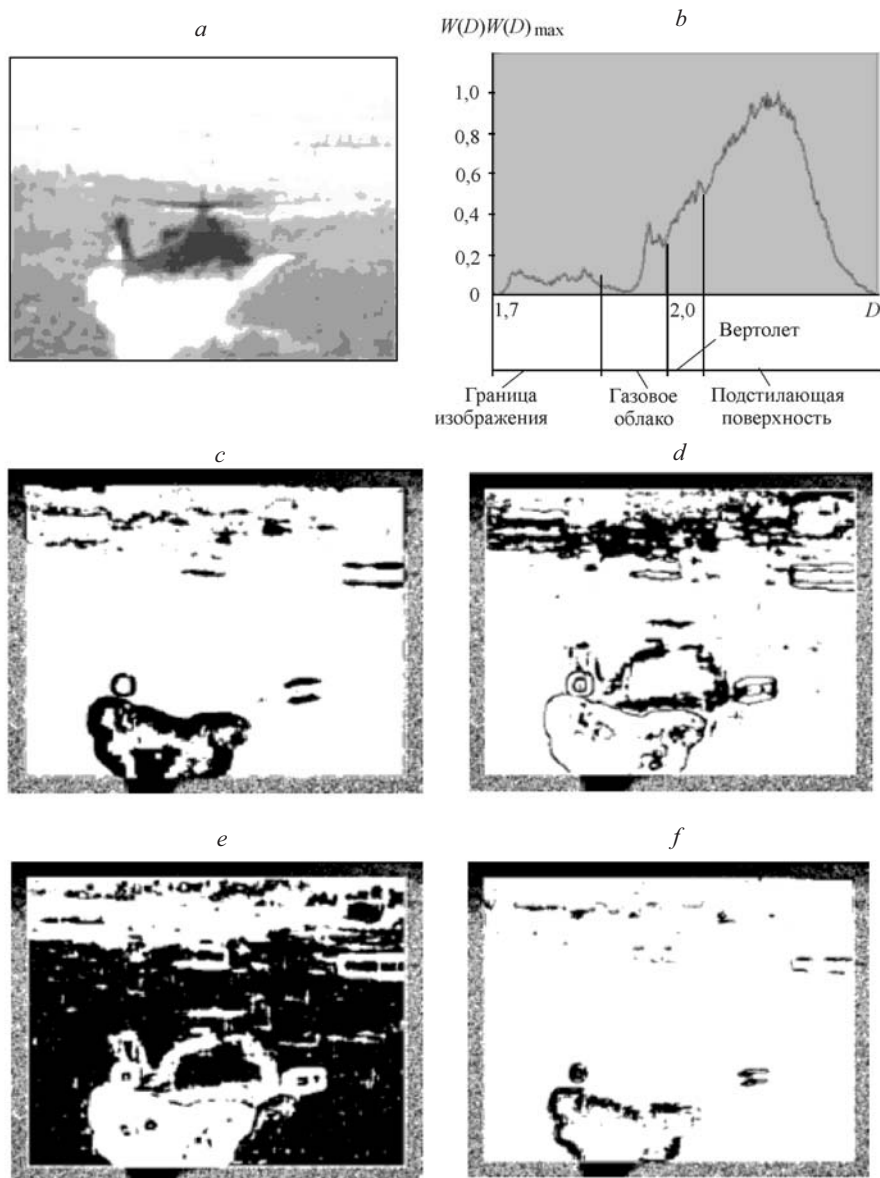


Рис. 7. Результаты цифровой фрактальной обработки изображения атакующего вертолета: исходное изображение (a); вид полученного эмпирического распределения D (b); результаты фрактальной фильтрации при различных значениях текущей фрактальной размерности D (c–f)

фрактальных алгоритмов удается выделить номера автомобилей, оптические изображения которых получены в условиях очень сильных помех (пыль, дым, туман).

9. Использование частотного и временного скейлинга при обнаружении синусоидальных и импульсных сигналов в шумах. Для оценки работоспособности методов фрактального обнаружения одномерных выборок

был проведен ряд вычислительных экспериментов. Пусть на вход системы подается аддитивная смесь сигнала $u(t)$ и шума $n(t)$:

$$s(t) = u(t) + n(t). \quad (3)$$

В свою очередь, сигнал имеет вид $u(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, при этом амплитуда A , частота ω и фаза φ известны. Помеха $n(t)$ представляет собой случайный процесс с гауссовским распределением мгновенных значений, дельтообразной корреляционной функцией и равномерным спектром мощности с уровнем $\sigma^2/2$, где σ^2 – дисперсия помехи.

Если имеется i реализаций процесса (3), то сигнал $u(t)$ можно восстановить простым накоплением реализаций наблюдаемого процесса:

$$s_i(t) = \frac{1}{i} \sum_1^i s(t). \quad (4)$$

Естественно, чем больше реализаций, тем точнее будет восстановлен сигнал. Похожие результаты можно получить, если измерять не набор реализаций смеси (3), а набор реализаций, в которых сигналы представляют собой синусоиды с различными частотами:

$$u_1(t) = A \sin \omega_1 t; \quad u_2(t) = A \sin \omega_2 t, \dots, u_i(t) = A \sin \omega_i t, \quad (5)$$

$$\omega_1 \neq \omega_2 \neq \dots \neq \omega_i.$$

Простое суммирование по алгоритму (4) в этом случае не даст результатов, так как вид (4) будет зависеть от индекса i . Для обеспечения суммирования необходимо ввести фрактальный или скейлинговый оператор растяжение/сжатие:

$$G_i(u_i(x)) = u_{i-1}(x). \quad (6)$$

Применив оператор вида (6) ко всем сигналам (5), кроме первого, можно затем производить накопление. При этом если выборки с большим индексом имеют большие частоты, то их длительность T_i может быть выбрана из соотношения $T_i/T_{i+1} \leq \omega_i/\omega_{i+1}$. Важно отметить, что действие скейлингового оператора G на сигналы отличается от действия этого же оператора на шум. Например, принятая в (3) идеальная модель белого шума при преобразовании (6) не претерпит никакого изменения, благодаря хотя бы бесконечной размерности и фрактальности такого процесса [2, 3].

Если на вход устройства будет поступать набор смесей вида $s_i(t) = u_i(t) + n(t)$, то алгоритм суммирования (4) следует переписать в виде

$$s_i(t) = \frac{1}{i} \sum_1^i G_i s_i(t). \quad (7)$$

Применение одинаковой реализации шума для всех выборок соответствует помехе, вызванной отражением от протяженной подстилающей поверхности.

На рис. 8, a, b показаны рассчитанные зависимости вероятности правильного обнаружения P_0 от q_0^2 . Из графиков видно, что в случае одинаковых

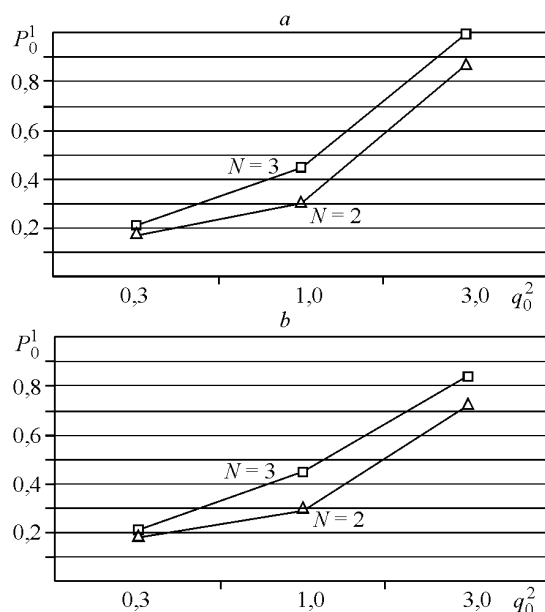


Рис. 8. Характеристики обнаружения сигнала в гауссовских помехах для вероятности ложной тревоги $P_- = 0,01$: при классическом накоплении (a) и фрактальной обработке (b)

гауссовских шумов и при отношении $q_0^2 \leq 1$ эффективность предложенного фрактального алгоритма обнаружения стремится к эффективности оптимального. Для противоположного отношения $q_0^2 > 1$ фрактальный алгоритм уступает оптимальному. Более интересны процессы обнаружения сигнала при негауссовских помехах, что наблюдается на практике почти всегда. На рис. 9 представлены результаты первичного тестирования классического и предлагаемого фрактального алгоритмов, когда помеха смоделирована суммой двух гауссовских распределений с разными статистическими характеристиками. В этом случае происходит сближение характеристик обнаружения при $q_0^2 \geq 1$, а для отношения $q_0^2 < 1$ предлагаемый фрактальный алгоритм имеет лучшие характеристики. Следует обратить внимание на то, что полученный выигрыш заметен даже при обработке двух или трех выборок. Характеристики обнаружения синусоидального сигнала при q_0^2 от 0,01 до 3 (разы) для вероятности ложной тревоги $P_- = 10^{-6}$ приведены в [59–65].

Таким образом, проведенные эксперименты однозначно показали, что предложенные фрактальные методы обнаружения радиосигналов позволяют получить выигрыш в характеристиках обнаружения при негауссовских помехах по сравнению с классическим накоплением. В рассмотренном (только одном из нескольких предложенных) фрактальном методе обработки сигналов излучение осуществляется одновременно на различных частотах. Выбор зондирующих частот должен производиться в соответствии со значениями частотной функции когерентности (полосы когерентности) пространственно-временного радиолокационного канала зондирования с рассеянием [9].

10. Разработка первого эталонного словаря фрактальных признаков классов целей и проектирование фрактального обнаружителя радиолокационных сигналов. В [49] изложены результаты разработки первого эта-

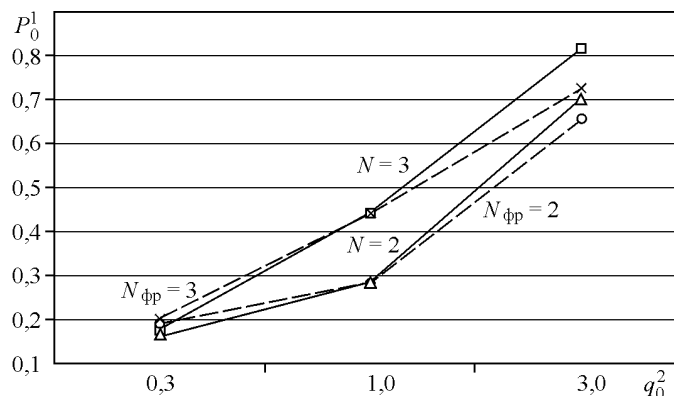


Рис. 9. Сравнение характеристик обнаружения сигнала при классическом накоплении и фрактальной обработке в полигауссовских помехах для вероятности ложной тревоги $P_- = 0,01$ и числе выборок $N = 2$ и $N = 3$

лонного словаря фрактальных признаков. Формализация задачи синтеза эталонного словаря предполагает следующие этапы:

- i) первоначальная априорная классификация целей или их классов, т. е. составление алфавита классов целей;
- ii) определение необходимого перечня фрактальных признаков, характеризующих цели;
- iii) разработка эталонного словаря фрактальных признаков целей или классов целей;
- iv) описание алфавита классов целей на языке ансамбля фрактальных признаков эталонного словаря или их сочетаний;
- v) разбиение пространства фрактальных признаков на области, соответствующие исходным классам алфавита;
- vi) выбор метрики (решающего правила) или алгоритмов распознавания, обеспечивающих отнесение распознаваемой цели к тому или иному классу целей.

При разработке первого эталонного словаря были выбраны следующие фрактальные признаки [2, 3, 21, 49]:

- 1) значение фрактальной (дробной) топологической размерности D ;
- 2) вид и особенности фрактальных сигнатур или фрактальных кепстров;
- 3) вид пространственного спектра и значения пространственных частот, характеризующие текстуру изображений. Методы фрактального распознавания базируются на исследованиях топологии цели и фона, отображенной в одномерных и многомерных принятых радиолокационных сигналах.

Алгоритмы фрактального распознавания образов основаны на применении парадигмы «топология цели – ее фрактальная размерность» [2, 3, 21, 22, 28, 29]. В качестве фрактальных примитивов для исследования вопросов распознавания образов на изображениях был использован набор фигур из китайской игры «Танграм» [2, 3, 39, 45]. В работе [49] приведены результаты измерения фрактальных пространственных кепстров, фрактальных сигнатур и спектров пространственных частот всех фигур. Удалось выявить ряд общих закономерностей в тонкой структуре фрактальных кепстров и определить ранги средних фрактальных размерностей D для одиночных тангов и их совокупностей. Из полученного семейства признаков мы можем взять необходи-

мый набор фрактальных примитивов – элементов фрактального языка, чтобы моделировать реальные воздушные и наземные цели. Состав фрактальных примитивов (фрактальных символов), являющихся наименьшими элементами фрактального языка, будет зависеть от числа классов целей, которые необходимо обнаруживать в реальных условиях. Полученное множество и есть необходимый на практике фрактальный алфавит или фрактальный словарь.

Все суммарные результаты были использованы в задаче проектирования и макетирования фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов (ФНОРС). Фрактальные сигнатуры, включающие спектры фрактальных размерностей и фрактальные кепстры, представляют собой, по существу, вектор признаков, однозначно и лучше определяющий широкий класс целей и объектов, чем использование только значений фрактальной размерности. Разнообразные варианты структур действующего первого макета ФНОРС по данным [3, 21, 22, 29, 38, 45, 58] представлены в [59–65] вместе с экспериментальными результатами.

Входной сигнал (РЛИ, одномерная выборка) поступает на преобразователь, назначение которого состоит в предварительной подготовке анализируемой выборки. Эта подготовка может включать в себя или принудительное зашумление (в случае низкой разрешающей способности аналого-цифрового преобразователя радиолокатора), или, например, уменьшение контраста (в случае выборки с очень высоким динамическим диапазоном). Затем входная выборка поступает на детектор контуров. Работа данного устройства основана на измерении локальной фрактальной размерности по всем элементам выборки. Существенно то, что по характеру эмпирического распределения локальных фрактальных размерностей, полученного на выходе детектора контуров по всем элементам выборки (см. рис. 5), также можно выполнять предварительное обнаружение [5, 8, 9, 11, 18].

После детектора контуров входная выборка представляет, по сути, бинарный массив. «Единицы» в этом массиве означают принадлежность соответствующего элемента выборки контуру некоторого объекта. Если в выборке имеется несколько объектов, встает вопрос об их разделении. Во ФНОРС эту задачу выполняет детектор кластеров.

Получившиеся подмножества исходной выборки, содержащие контуры одного объекта, поступают на вход вычислителя сигнатур. Это устройство создает несколько «сглаженных» выборок по ожидаемым масштабам наблюдения и вычисляет по этим выборкам соответствующую характеристику для расчета дробной размерности. На выходе устройства имеем зависимость $\lg(S) = f(\lg\delta)$, которая является необходимой фрактальной сигнатурой анализируемой выборки. Процесс обнаружения производится путем сравнения фрактальной сигнатуры выборки с фрактальными сигнатурами из базы данных (или из банка данных). При положительном результате сравнения принимается решение о наличии объекта в выборке.

11. Странные аттракторы в фазовом пространстве отраженных радиолокационных сигналов диапазона ММВ. Режим детерминированного хаоса был обнаружен при радиолокации растительного покрова на длине волны 2,2 мм [3, 4, 27, 28, 31, 35, 39, 58]. Все результаты натурных экспериментов в диапазоне коротких ММВ опубликованы в [20]. Для измерения и реконструкции странного аттрактора были использованы оценки фрактальной размерности D , размерности вложения m , максимального показателя Ляпунова λ_1 и времени предсказания τ_{\max} . Расчет корреляционного интегра-

ла $C(r)$ проводился с применением теоремы Такенса [2, 3] по выборке из 50000 отсчетов, соответствующей углу падения электромагнитной волны $\theta = 50^\circ$. Были получены следующие значения: $D = 1,0 \pm 1,84 \approx 2,8$; $m = 7$; $\lambda_1 \geq 0,6$ бит/с; $\tau_{\max} \approx 1,7$ с при времени корреляции интенсивности отраженного сигнала $\tau \approx 210$ мс и скорости ветра 3 м/с (рис. 10, *a*). Следовательно, если текущие условия измеряются с точностью до 1 бита, то вся предсказываемая мощность во времени потеряется примерно за 1,7 с. При этом интервал предсказания интенсивности радиолокационного сигнала превышает время корреляции примерно в 8 раз. Полученные результаты показывают, что для корректного описания процесса рассеяния радиоволн требуется не более пяти независимых переменных. Корреляционный интеграл $C(r)$ можно также применять как средство разделения режимов детерминированного хаоса и белого шума. Расчет классического аттрактора Хенона (рис. 10, *b*) был проведен с целью проверки адекватности созданных алгоритмов. На рис. 10, *c* приведены зависимости фрактальных размерностей D ($D \approx 2,6$) и корреляционных интегралов $C(r)$ исследуемых радиолокационных процессов рассеяния ММВ березовым (кривые 1) и еловым (кривые 2 и 3) лесами от масштаба ячеек разбиения фазового пространства.

Полученные данные совместно с семейством фрактальных распределений лежат в основе новой динамической модели сигналов, рассеянных растительными покровами [3, 27, 31, 58]. Предложенная модель рассеяния электромагнитных волн земными покровами принципиально отличается от существующих классических моделей [5, 7, 9]. Она имеет конечное число степеней свободы, описывает процессы негауссовского рассеяния, а также впервые вводит в практику радиолокации интервал предсказания интенсивности принятого радиолокационного сигнала и его фрактальные характеристики. Отметим, что учет фрактальности земных покровов позволяет более точно описывать индикатрисы рассеяния земных покровов [2, 3, 9], чем используемые в настоящее время классические модели, и значительно (от единиц до десятка децибел) сблизить экспериментальные результаты с теоретическими.

12. О стратегических приложениях новых информационных технологий. Предложенные и развиваемые в ИРЭ РАН новые информационные технологии для современных задач радиофизики и радиолокации с использованием текстурных и фрактальных мер на основе принципов нелинейной динамики позволяют выделить следующие перспективные направления исследований [2, 3, 9–72].

1. Исследование возможностей текстурных (пространственных и спектральных), фрактальных и энтропийных признаков для радиолокационных задач обнаружения.

2. Синтез новых моделей рассеяния радиолокационных сигналов земными покровами на основе теории детерминированного хаоса, странных аттракторов и фрактальных вероятностных распределений – устойчивых паретянов.

3. Исследование волновых явлений (распространение и рассеяние волн, процессы диффузии) во фрактальных неоднородных средах на основе операторов дробного интегродифференцирования.

4. Синтез моделей каналов радиолокационных и телекоммуникационных систем на основе пространственных фрактальных обобщенных корреляторов и фрактальных частотных функций когерентности.

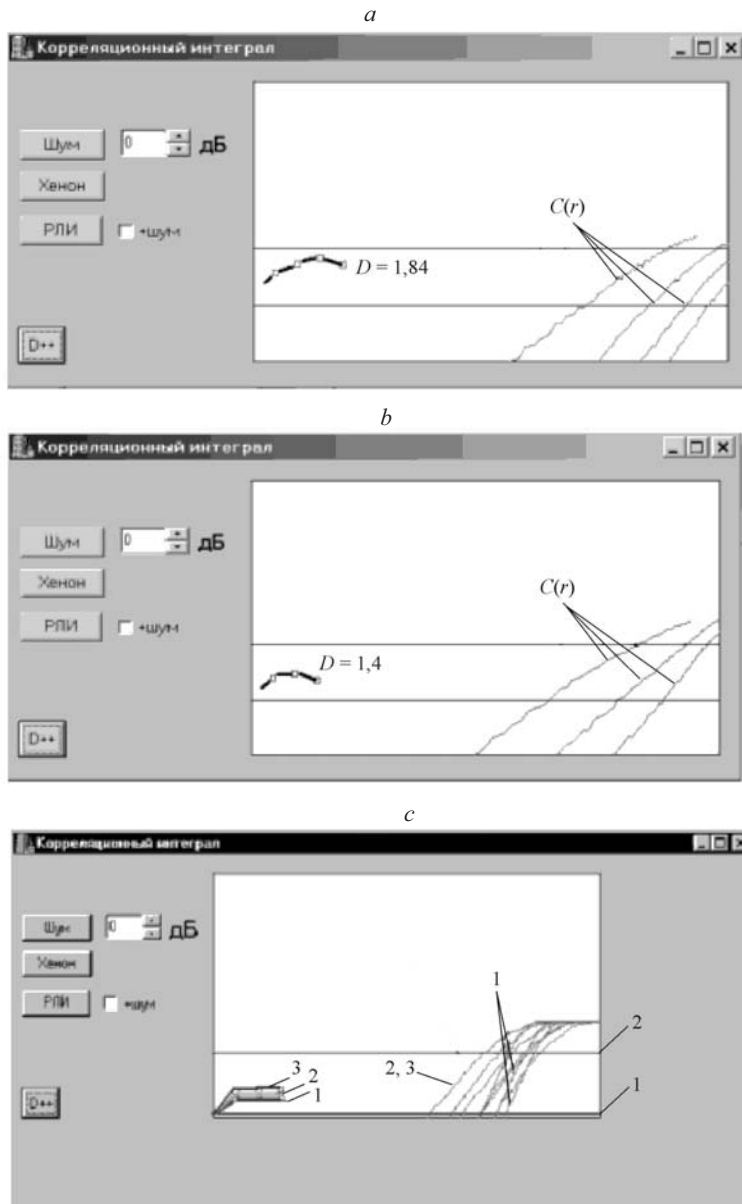


Рис. 10. Зависимости фрактальных размерностей D и корреляционных интегралов $C(r)$ исследуемых радиолокационных процессов рассеяния ММВ от масштаба ячеек разбиения фазового пространства: *a* – растительный покров (трава), $D \approx 2,8$; *b* – аттрактор Хенона $D \approx 1,4$; *c* – лесные массивы, $D \approx 2,6$ (кривая 1 – березовый лес, 2 и 3 – еловый лес)

5. Исследование возможностей распознавания формы или контуров целей с помощью фрактальных, текстурных и энтропийных признаков.

6. Исследование потенциальных возможностей и ограничений фрактального метода обработки радиолокационных и связанных сигналов, в том числе фрактальной модуляции и демодуляции, фрактального кодирования и

сжатия информации, фрактального синтеза изображений, фрактальных фильтров [3, 48, 71, 72].

7. Исследование адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на основе дробной топологической размерности.

8. Поиск и исследование новых комбинированных методов обнаружения и распознавания классов малоконтрастных целей.

9. Исследование возможностей создания новых сред для передачи информации и многодиапазонных фрактальных поглощающих материалов; конструирование фрактальных антенн и фрактальных частотно-селективных поверхностей и объемов [2, 3, 26, 39, 51, 58–60, 66, 68–72].

10. Синтез новых классов фракталов и мультифракталов с обобщением понятия меры множеств [2, 3, 33].

11. Изучение вида или топологии выборки [3, 35, 38, 45, 54–65, 72] одномерного (многомерного) сигнала для задач искусственного интеллекта с целью создания словаря фрактальных признаков на основе фрактальных примитивов, являющихся элементами фрактального языка с фрактальной грамматикой, т. е. исследование проблемы размерностного склероза физических сигналов и сигнатур. Эти понятия, введенные в [2, 3], предполагают исследование топологических особенностей каждой конкретной индивидуальной выборки, а не усредненных реализаций, имеющих зачастую совершенно другой характер.

12. Развитие фрактальной неинерциальной релятивистской радиолокации в искривленном пространстве-времени связанных структур, т. е. фрактальной геометрии пространства-времени детерминированных структур [5].

13. Прогноз механизмов формирования и характеристик шероховатости с целью управления геометрическими параметрами микрорельефа для получения заданных физико-химических и эксплуатационных свойств изделий при современных неравновесных технологиях обработки их поверхностного слоя [3, 46, 47, 50, 72].

Заключение. Проведенные теоретические и экспериментальные исследования показали перспективность применения теории фракталов для решения современных задач радиофизики и радиолокации.

Фрактальный кепстр является, с одной стороны, удобным топологическим инвариантом: не требует предварительного ориентирования/масштабирования, с другой – нечувствителен к контрасту изображения. Так, положения характерных точек на фрактальных кепстрах позволяют определить класс цели (по какому-либо правилу), ее размеры, а также количество целей. Относительное изменение положения характерных точек дает возможность решить задачу обнаружения детерминированной цели даже при очень низком контрасте (минимальный контраст определяется динамическим диапазоном устройства первичной обработки и свойствами аналого-цифрового преобразователя этого устройства).

Эталонный и реально применяемый на практике рабочий словарь признаков при радиолокационном распознавании всегда использует некоторые виды сигнатур. Впервые введены в практику радиолокации фрактальные и текстурные сигнатуры. Установлена важная роль фрактальных распределений для практических задач радиолокации, в том числе для проектирования схемы ФНОРС. Утолщение хвоста вероятностного распределения мгновенных фрактальных размерностей анализируемого сигнала происходит из-за влияния степенных законов. Данные экспериментов полностью определяют характерный вид фрактального распределения и роль тяжелых или утолщен-

ных хвостов, которые и несут всю полезную информацию при малых отношениях сигнал/помеха q_0^2 .

Сформирована концепция, и создан действующий макет первого фрактального обнаружителя радиолокационных сигналов, главными блоками которого являются фрактальный фильтр контуров протяженных целей, вычислитель фрактальных кепстров и эталонный словарь фрактальных признаков. Данная структура определена на основе впервые введенных в ИРЭ РАН понятий «топология выборки» и «фрактальная сигнатура». Под топологией выборки понимается топология объекта и фона, отображенная в одномерных и многомерных принятых радиолокационных сигналах, т. е. изначально (что существенно) предполагается работа на множествах дробных мер. Реализованное программное обеспечение позволяет проводить расчет разнообразных фрактальных показателей почти в реальном масштабе времени (приблизительно несколько секунд). Для повышения быстродействия созданные алгоритмы легко могут быть распараллелены.

Таким образом, кардинальные шаги, заключающиеся в переводе принятых радиосистемой сигналов целочисленной меры в пространство дробной меры, и привлеченные затем скейлинговые соотношения позволяют привнести в традиционные области радиоэлектроники и радиофизики совершенно новые идеи и методы и получать на их основе достаточно неожиданные для практики, но физически обоснованные результаты [2, 3, 68, 72]. Полученные результаты являются исходным материалом для дальнейшего развития и обоснования практического применения фрактальных методов, в том числе и построения фрактальных радиосистем, в частности фрактальных обнаружителей слабых радиосигналов. Данные фрактальные радиосистемы открывают новые возможности в современных областях радиофизики, радиотехники, электроники, информационно-управляющих систем и могут иметь самые широкие перспективы практического применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.–Л.: Госэнергоиздат, 1956.
2. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002.
3. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. М.: Университетская книга, 2005.
4. Бункин Б. В., Реутов А. П., Потапов А. А. и др. Вопросы перспективной радиолокации /Под ред. А. В. Соколова. М.: Радиотехника, 2003.
5. Подосенов С. А., Потапов А. А., Соколов А. А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур /Под ред. А. А. Потапова. М.: Радиотехника, 2003.
6. Нелинейная радиолокация /Под ред. А. А. Горбачева, А. П. Колданова, А. А. Потапова, Е. П. Чигина. М.: Радиотехника, 2005. Ч. 1.
7. Быстров Р. П., Потапов А. А., Соколов А. В. Миллиметровая радиолокация с фрактальной обработкой /Под ред. Р. П. Быстрова, А. В. Соколова. М.: Радиотехника, 2005.
8. Лагарьков А. Н., Погосян М. А. Фундаментальные и прикладные проблемы стелс-технологий // Вестн. РАН. 2003. 73, № 9. С. 779.
9. Потапов А. А. Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук /ИРЭ РАН. М., 1994. 44 с.

10. **Потапов А. А.** Применение модулированных ММВ для формирования и идентификации изображений // Радиотехника. 1989. № 12. С. 61.
11. **Потапов А. А., Колесников А. И.** Корреляционные характеристики изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника. 1993. **38**, № 7. С. 1270.
12. **Потапов А. А., Колесников А. И.** Спектральные характеристики изображений земной поверхности // Там же. № 10. С. 1851.
13. **Потапов А. А., Опаленов Ю. В.** Многолетние измерения в диапазоне миллиметровых волн характеристик рассеяния земных покровов с вертолета // Электромагнитные волны и электронные системы. 1997. **2**, № 3. С. 71.
14. **Опаленов Ю. В., Потапов А. А.** Стохастические сигналы и преобразование Радона при получении растровых радиолокационных изображений микроволновым цифровым радиолокатором с фрактальной обработкой информации // Радиотехника и электроника. 2000. **45**, № 12. С. 1447.
15. **Потапов А. А.** Радиофизические эффекты при взаимодействии электромагнитного излучения миллиметрового диапазона волн с окружающей средой // Зарубеж. радиоэлектрон. 1992. № 8. С. 36, № 9. С. 4, № 11. С. 23; 1993. № 3. С. 36, № 7–9. С. 32; 1994. № 7/8. С. 11; 1995. № 1. С. 27.
16. **Потапов А. А., Галкина Т. В., Орлова Т. И., Хлявич Я. Л.** Дисперсионный метод обнаружения детерминированных объектов на текстурных оптических и радиолокационных изображениях земной поверхности // Радиотехника и электроника. 1990. **35**, № 11. С. 2295.
17. **Потапов А. А., Галкина Т. В., Орлова Т. И., Хлявич Я. Л.** Метод выделения контуров протяженных детерминированных объектов в стохастических полях // Радиотехника и электроника. 1991. **36**, № 11. С. 2240.
18. **Павельев В. А., Потапов А. А.** Влияние земной поверхности на структуру импульсного сигнала в диапазоне миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. 1994. **39**, № 4. С. 573.
19. **Потапов А. А.** Радиофизическая модель формирования эталонных радиолокационных карт неоднородной местности в диапазоне миллиметровых волн // Электромагнитные волны и электронные системы. 1997. **2**, № 4. С. 31.
20. **Потапов А. А.** Исследование влияния растительного покрова на обратнорассеянное поле миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. 1991. **36**, № 2. С. 239.
21. **Potapov A. A., German V. A.** Detection of artificial objects with fractal signatures // Pattern Recogn. and Image Analys. 1998. **8**, N 2. P. 226.
22. **Потапов А. А., Герман В. А.** Применение фрактальных методов для обработки оптических и радиолокационных изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника. 2000. **45**, № 8. С. 946.
23. **Потапов А. А.** Фракталы в дистанционном зондировании // Зарубеж. радиоэлектрон. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 3.
24. **Потапов А. А., Герман В. А., Соколов А. В.** Радиолокационное обнаружение цели на фоне земной поверхности фрактальным методом // Радиотехника. 2000. № 8. С. 57.
25. **Potapov A. A., German V. A.** Fractal selection of artificial objects from radar images on inhomogeneous background // Proc. the Fourth Symp. "Physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves". Kharkov: Kharkov State University, 2001. Vol. 1. P. 268.
26. **Potapov A. A., German V. A.** Fractals, fractal target selection and fractal antennas // Proc. 1st Intern. Workshop on Mathematical Modeling of Physical Processes in Inhomogeneous Media. Mexico, Guanajuato, Gto., 2001. P. 44.
27. **Потапов А. А., Герман В. А.** Эффекты детерминированного хаоса и странный аттрактор при радиолокации динамической системы типа растительного покрова // Письма в ЖТФ. 2002. **28**, № 14. С. 19.
28. **Потапов А. А.** Фрактальный анализ в современных задачах радиолокации и радиофизики // Радиотехника. 2003. № 8. С. 55.

29. **Потапов А. А.** Новые информационные технологии на основе вероятностных текстурных и фрактальных признаков в радиолокационном обнаружении малоконтрастных целей // Радиотехника и электроника. 2003. **48**, № 9. С. 1101.
30. **Потапов А. А.** Фракталы, хаос, рекурсия // Высшее образование сегодня. 2003. № 4. С. 18.
31. **Реутов А. П., Потапов А. А., Герман В. А.** Странные аттракторы и фракталы как основа новой динамической модели радиолокационных сигналов, рассеянных растительным покровом // Нелинейный мир. 2003. **2**, № 1–2. С. 12.
32. **Потапов А. А.** Краткое историческое эссе о зарождении и становлении теории дробного интегродифференцирования // Там же. С. 69.
33. **Потапов А. А.** Фракталы на нечетких множествах // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. **8**, № 1. С. 26.
34. **Потапов А. А.** Методы обработки сигналов и полей на основе теории фракталов // Тр. Первой всерос. науч. конф. «Методы и средства обработки информации». М.: Изд. МГУ, 2003. С. 559.
35. **Потапов А. А.** Фракталы в задачах искусственного интеллекта: подходы, модели, некоторые результаты // Сб. тр. Третьего расширенного сем. «Использование методов искусственного интеллекта и высокопроизводительных вычислений в аэрокосмических исследованиях (АКИИ'03)». М.: Физматлит, 2003. С. 76.
36. **Потапов А. А.** Перспективные информационные технологии бортовых и наземных радиосистем на основе фракталов, текстурных мер и динамических систем // Тез. докл. Третьей науч.-техн. конф. «Перспективы использования новых технологий и научно-технических решений в изделиях ракетно-космической техники разработки ГКНПЦ им. М. В. Хруничева». М.: Изд. ИПУ РАН, 2003. С. 272.
37. **Потапов А. А., Соколов А. В.** Перспективные методы обработки радиолокационных сигналов на основе фрактальных и текстурных мер // Изв. РАН. Сер. Физическая. 2003. **67**, № 12. С. 1775.
38. **Потапов А. А.** Топология выборки // Нелинейный мир. 2004. **2**, № 1. С. 4.
39. **Потапов А. А., Герман В. А.** Фрактальная радиолокация и фрактальная радиофизика: Этапы становления, результаты, перспективы // Тр. X Междунар. науч.-техн. конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: Изд. НПФ «Саквөө», 2004. Том III. С. 1869.
40. **Потапов А. А.** Синергетика и радиофизические процессы в радиолокации // Материалы Первой междунар. науч.-практ. конф. «Стратегии динамического развития России: единство самоорганизации и управления». М.: Изд. «Перспект», 2004. Том III. Ч. 3. С. 129.
41. **Потапов А. А., Герман В. А.** О применимости фрактальной концепции к структурам во Вселенной // Тр. Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга. М.: Изд. ГАИШ МГУ, 2004. Том 75. С. 176.
42. **Потапов А. А.** Идеи синергетики, фрактальной геометрии и детерминированного хаоса в радиолокационных технологиях: фрактальная радиолокация и фрактальная радиофизика // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения (INTERMATIC-2004)». М.: МИРЭА – ЦНИИ «Электроника», 2004. Ч. 2. С. 20.
43. **Потапов А. А.** Геометрия хаоса и фрактальная топология выборки как основа технологий современных радиосистем // Сб. тр. Междунар. науч.-техн. конф. «Прикладная синергетика–II». Уфа: Изд. УГНТУ, 2004. Том 2. С. 100.
44. **Потапов А. А.** О стохастичности и фрактальности в современных радиолокационных задачах // Proc. Intern. conf. “Mode Conversion, Coherent Structures and Turbulence (MSS-04)”. М.: ИКИ РАН, 2004. Р. 508.
45. **Потапов А. А., Герман В. А.** О методах измерения фрактальной размерности и фрактальных сигнатур многомерных стохастических сигналов // Радиотехника и электроника. 2004. **49**, № 12. С. 1468.

46. **Потапов А. А., Вячеславова О. Ф.** Качественная и количественная оценка поверхности деталей машин на основе фрактальных размерностей и фрактальных сигнатур // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2004. **11**, № 4. С. 901.
47. **Булавкин В. В., Потапов А. А., Вячеславова О. Ф.** Синергетический подход на основе фрактальных сигнатур в задачах качественной и количественной оценки микрорельефа обработанных поверхностей изделий // Нелинейный мир. 2005. **3**, № 1–2. С. 128.
48. **Потапов А. А.** Фрактальные методы передачи информации // Тез. докл. III Всерос. конф. «Необратимые процессы в природе и технике». М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. С. 252.
49. **Потапов А. А., Ильин Е. М., Чигин Е. П. и др.** Разработка и структура первого эталонного словаря фрактальных признаков классов целей // Тр. XI Междунар. науч.-техн. конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: НПФ «Саквое», 2005. Том III. С. 1724.
50. **Потапов А. А., Булавкин В. В., Герман В. А., Вячеславова О. Ф.** Исследование микрорельефа обработанных поверхностей с помощью методов фрактальных сигнатур // ЖТФ. 2005. **75**, № 5. С. 28.
51. **Потапов А. А.** New information radiophysical technologies fractal in radiolocation: Fractal and synergetic // Proc. of 28th ESA Antenna Workshop on pace Antenna Systems and Technologies. Noordwijk: ESTEC, 2005. Pt. 2. P. 1047.
52. **Колесов В. В., Морозова Н. Г., Потапов А. А. и др.** Фрактальный анализ кристаллограмм «сухой» капли // Сб. материалов II Евразийского конгресса по медицинской физике и инженерии «Медицинская физика – 2005». М.: Изд. МГУ, 2005. С. 310.
53. **Булавкин В. В., Потапов А. А., Герман В. А., Вячеславова О. Ф.** Теория фракталов в проблеме формирования и оценки качества поверхности изделий // Тяжелое машиностроение. 2005. № 6. С. 19.
54. **Potapov A. A., German V. A.** Digital Fractal Processing in Signal and Image Analysis: Basises, Methods, Applications // Proc. of the IASTED Intern. Conf. “Automation, Control, and Information Technology” (ACIT’2005). Anaheim – Calgary – Zurich: ACTA Press, 2005. Vol. ACIT-SIP. P. 60.
55. **Потапов А. А.** Об эффективности применения скейлинговых инвариантов и теории дробной меры в современных радиотехнических и радиофизических задачах // Тр. Междунар. науч. конф. «Излучение и рассеяние электромагнитных волн (ИРЭМВ-2005)». Таганрог: Изд. ТГРТУ, 2005. С. 20.
56. **Колесов В. В., Потапов А. А.** Исследование свойств хаотических алгоритмов методами фрактального анализа // Материалы 15-й Междунар. Крымской конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо’ 2005)». Севастополь: Вебер, 2005. Том 1. С. 330.
57. **Потапов А. А.** Об эффективности применения теории дробной меры и скейлинговых инвариантов в современных прикладных задачах радиолокации // Сб. науч. тр. Междунар. конф. «Системы локации и навигации» (МКСЛН). Харьков: ХНУРЭ, 2005. Том II. С. 110.
58. **Потапов А. А.** Синергетические принципы нелинейной динамики и фракталы в разработке новых информационных технологий для современных радиосистем // Радиотехника. 2005. № 8. С. 73.
59. **Потапов А. А., Герман В. А., Потапов В. А.** Фрактальные антенны, фрактальные обнаружители слабых сигналов и фрактальные частотно-избирательные структуры как основа новых радиоэлектронных систем и устройств // Тез. докл. Московской конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной физики». М.: Изд. Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 2006. С. 132.

60. **Потапов А. А., Потапов В. А.** Роль скейлинговых эффектов, фракталов и теории дробной меры в создании одного из направлений в сфере прорывных информационных технологий // Тез. докл. I Всерос. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Искусственный интеллект: философия, методология, инновации». М.: ИИнтеЛЛ, 2006. С. 384.
61. **Потапов А. А., Герман В. А.** Фрактальный непараметрический обнаружитель радиосигналов // Радиотехника. 2006. № 5. С. 30.
62. **Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов А. А., Герман В. А.** Идеи скейлинга и дробной размерности в схеме фрактального обнаружителя радиосигналов // Радиотехника и электроника. 2006. 51, № 8.
63. **Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов А. А., Герман В. А.** О применении теории фракталов, дробной меры и скейлинговых эффектов в схемах обнаружителей радиосигналов // Нелинейный мир. 2006. 4, № 4–5. С. 165.
64. **Potapov A. A., P'yin E. M., Chigin E. P., German V. A.** Development and structure of the first etalon dictionary of fractal properties of target classes // Electromagnetic Phenomena. 2006. 6, N 2(15). P. 105.
65. **Герман В. А., Кузнецов Е. В., Потапов А. А., Чесноков Ю. С.** Проектирование фрактальных радиосистем. Избранные вопросы фрактальной обработки реальной радиолокационной информации // Нелинейный мир. 2006. 4, № 4–5. С. 208.
66. **Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов А. А., Давыдов А. Г.** О проектировании фрактальных радиосистем. Численный анализ электродинамических свойств фрактальной антенны Серпинского // Радиотехника и электроника. 2005. 50, № 9. С. 1070.
67. **Герман В. А., Потапов А. А.** Пример использования гипотезы самоподобия в задаче обнаружения акустического сигнала // Нелинейный мир. 2006. 4, № 4 – 5. С. 204.
68. **Потапов А. А.** Синергетика и проблемы радиоэлектроники: основы, методы, прикладные задачи // Синергетика. М.: Изд. МГУ, 2006. Том 8. С. 163.
69. **Потапов А. А., Потапов А. А. (мл.), Потапов В. А.** Фрактальный конденсатор, дробные операторы и фрактальные импедансы // Нелинейный мир. 2006. 4, № 4–5. С. 172.
70. **Potapov A. A.** Modern classes of fractal antennas and fractal frequency selective surfaces and volumes // Abstracts Intern. Sem. "Days on Diffraction–2006". St. Peterburg: SPbU, 2006. P. 84.
71. **Потапов А. А.** Современное состояние прорывных фрактальных технологий в радиофизике и радиоэлектронике // Тр. 5-й Междунар. науч. конф. «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент». Астана: Изд. ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, 2006. Том 1. С. 37.
72. **Кроновер Р.** Фракталы и хаос в динамических системах: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006. С. 374.

Поступила в редакцию 20 октября 2005 г.