

УДК 532.529.5:533.7

ТЕЧЕНИЕ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ И РАБОЧЕЙ СЕКЦИИ ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРЗВУКОВОЙ УДАРНОЙ ТРУБЫ

А. А. Веревкин, Ю. М. Циркунов

Балтийский государственный технический университет "Военмех",
190005 Санкт-Петербург
E-mail: tsrknv@bstu.spb.su

Численно исследовано нестационарное течение газа и дисперсной примеси в гиперзвуковой ударной трубе с момента раскрытия диафрагмы между камерами высокого и низкого давления до установления квазистационарного течения в рабочей секции. Концентрация примеси очень мала, поэтому столкновения между частицами и их влияние на течение несущего газа не учитывались. Размер частиц варьировался. Получены зависимости концентрации примеси в рабочей секции от времени. Представлены картины квазистационарного течения дисперсной фазы в горле сопла Лавалья и вблизи обтекаемой модели (сферы). Получены профили концентрации примеси и величина скоростного запаздывания частиц на входе в рабочую секцию. Показано, что структура течения примеси и время выхода его на квазистационарный режим существенно зависят от размера частиц.

Ключевые слова: ударная труба, сопло Лавалья, дисперсная примесь, двухфазное течение, обтекание тела, численное моделирование.

Введение. Ударные трубы в течение уже более полувека применяются для экспериментального исследования задач аэродинамики и физической газодинамики [1]. Сравнительно недавно такие трубы начали использоваться при изучении обтекания тел гиперзвуковым потоком запыленного газа. Наибольшую известность получили результаты исследований, выполненных в Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) на экспериментальной установке УТ-1М [2]. Гиперзвуковая двухфазная ударная труба представляет собой классическую ударную трубу с пристыкованным к ней профилированным гиперзвуковым соплом, создающим высокоскоростной поток в рабочей секции, соединенной на выходе с вакуумной камерой. Для обеспечения двухфазного потока в рабочей секции в камеру высокого давления в момент запуска трубы вводятся дисперсные частицы, которые затем увлекаются газом. Структура нестационарного течения газа, развивающегося в такой трубе после раскрытия диафрагмы, подробно исследована в [3]. Сначала возникает сильная ударная волна, движущаяся к соплу. При ее отражении от стенок сопла образуются поперечные ударные волны, взаимодействующие между собой и со стенками сопла как регулярно, так и нерегулярно с образованием тройных (маховских) конфигураций. В результате в горле сопла зарождаются и развиваются два интенсивных приосевых вихря, которые со временем сносятся вниз по течению. Однако на начальной стадии эти вихри оказывают существенное влияние на поведение примеси, в частности на движение тонко-

дисперсных частиц. В сопле и в рабочей камере вследствие различия инерционных свойств мелкие и крупные частицы в нестационарном потоке ведут себя неодинаково. Крупные частицы сильнее отстают от несущего газа, сталкиваются со стенками сужающейся части сопла Лавалья и отражаются от них. В результате происходит перераспределение примеси поперек потока, что может привести к существенной неравномерности двухфазного течения в рабочей секции трубы. Кроме того, скоростное отставание частиц от несущего газа (их меньшая скорость по сравнению со скоростью газа) и сложное взаимодействие фронта облака частиц с моделью в рабочей камере могут являться причиной значительной задержки начала квазистационарного обтекания тела двухфазным потоком по сравнению с обтеканием его чистым газом.

Целью данной работы является численное исследование процесса выхода первоначально существенно нестационарного двухфазного течения на квазистационарный режим, а также структуры течения примеси в сопле и рабочей камере вблизи обтекаемого тела в этом режиме. Полученные результаты исследований могут оказать существенное влияние на выбор положения модели в рабочей камере в реальном эксперименте и на интерпретацию результатов измерений в чрезвычайно кратковременном квазистационарном режиме течения.

Схема гиперзвуковой ударной трубы и исходные параметры. Численное моделирование течения выполнено для ударной трубы и сопла, конфигурация которых близка к конфигурации установки УТ-1М ЦАГИ. Схема этой установки показана на рис. 1. Ударная труба считалась цилиндрической с диаметром, равным диаметру входного сечения сопла, длина камеры высокого давления равна 6 м. Расчетное число Маха на срезе осесимметричного профилированного сопла $M_a = 6,01$, диаметры входного сечения сопла, критического сечения и среза равны 76, 38 и 277,4 мм соответственно, длина сопла 1,6 м, расстояние от диафрагмы до критического сечения сопла 0,4 м. Диаметр рабочей камеры принят равным диаметру среза сопла. В рабочей камере установлена модель (сфера). Начальные параметры газа (воздуха) такие же, как в физических экспериментах: в камере высокого давления давление и температура равны 25 атм и 600 К (воздух подогрет, чтобы избежать его конденсации при расширении в сопле Лавалья), в камере низкого давления, сопле и вакуумной камере — 0,01 атм и 290 К. Модель диаметром 20 мм находится на расстоянии 250 мм от среза сопла. В расчетах принималось, что в момент запуска трубы (в момент открытия диафрагмы) дисперсная примесь равномерно заполняет всю камеру высокого давления. Начальная объемная концентрация примеси принята равной $\alpha_{p\infty} = 10^{-7}$. Частицы считались сферическими, материал частиц — двуокись кремния (плотность $\rho_p = 2264 \text{ кг/м}^3$). Диаметр частиц d_p варьировался от 0,15 до 40 мкм. Частицы наименьшего радиуса облетали модель, не сталкиваясь с ней.

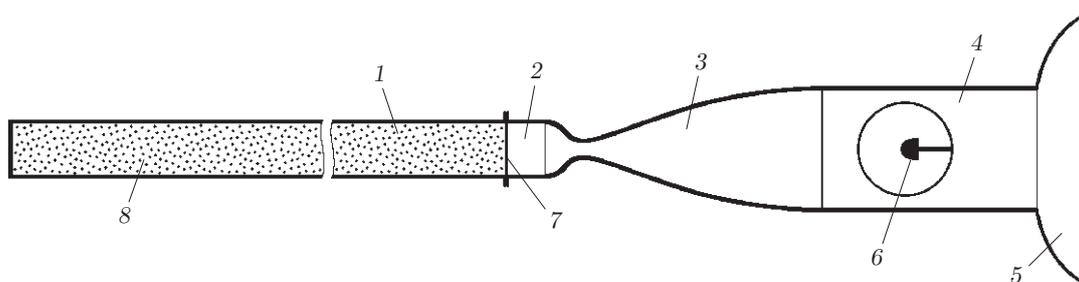


Рис. 1. Схема гиперзвуковой ударной трубы:

1 — камера высокого давления; 2 — камера низкого давления; 3 — сопло Лавалья; 4 — рабочая секция; 5 — вакуумная камера; 6 — модель; 7 — диафрагма; 8 — частицы

Математическая модель двухфазного течения. Теоретические оценки, полученные на основе подхода [4] по результатам расчетов [3], показывают, что если начальная концентрация примеси в камере высокого давления $\alpha_{p\infty} < 10^{-6}$, то влияние примеси на течение несущего газа во всей области течения и столкновения падающих и отраженных частиц при обтекании затупленного тела в рабочей камере несущественны и ими можно пренебречь. В этом случае моделирование двухфазного течения сводится к последовательному решению двух задач: расчету течения несущего газа без учета влияния примеси и определению движения частиц в известном нестационарном поле течения газа.

Область течения включала камеры высокого и низкого давления, сопло и рабочую секцию. Течение каждой фазы считалось осесимметричным. Расчетная область в плоскости (x, y) была ограничена стенками канала, поверхностью тела, осью симметрии и выходным сечением рабочей секции.

Движение несущей среды описывается уравнениями Эйлера для совершенного газа, которые в цилиндрической системе координат (ось x направлена вдоль оси симметрии, ось y перпендикулярна оси x) для осесимметричного течения записываются в виде

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\mathbf{H}}{y} = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (\rho e + p)v \end{pmatrix},$$

$$e = c_v T + (u^2 + v^2)/2, \quad p = \rho R T.$$

Граничные условия формулируются следующим образом. На всех стенках канала и поверхности модели задаются условия непротекания $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_w = 0$ (\mathbf{n}_w — единичная нормаль к обтекаемой поверхности, направленная внутрь канала), на оси $y = 0$ — условия симметрии $v = \partial \rho / \partial y = \partial T / \partial y = \partial u / \partial y = 0$. На выходе из рабочей секции в вакуумную камеру, где поток является сверхзвуковым, ставятся “мягкие” условия (в численном алгоритме параметры потока сносятся на выходную границу из приграничных ячеек).

Начальное давление и температура в камерах высокого и низкого давления, сопле Лавала и рабочей камере задаются такими же, как указано выше. Плотность вычисляется из уравнения состояния. Скорость газа всюду равна нулю.

Вследствие очень малой концентрации примеси ее течение происходит в так называемом режиме одиночных частиц. В модели силового воздействия газа на частицу учитываются сила аэродинамического сопротивления \mathbf{f}_D , возникающая из-за разности скоростей фаз, поперечная сила Магнуса \mathbf{f}_M , которая оказывается существенной для отраженных частиц, закручивающихся при ударе о поверхность, и демпфирующий момент \mathbf{l}_p , действующий на вращающуюся частицу. Другие составляющие межфазного взаимодействия и сила тяжести в данной задаче несущественны. Уравнения динамики частицы, дополненные кинематической зависимостью для расчета ее траектории, имеют вид

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_M, \quad J_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{l}_p, \quad \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p, \quad (2)$$

где m_p , J_p — масса и момент инерции частицы; $\boldsymbol{\omega}_p$, \mathbf{l}_p — угловая скорость вращения частицы и демпфирующий момент, действующий на вращающуюся частицу со стороны газа. В осесимметричном течении векторы $\boldsymbol{\omega}_p$ и \mathbf{l}_p имеют ненулевые компоненты только

в направлении, перпендикулярном плоскости (x, y) . Выражения для f_D , f_M и l_p обычно представляются в виде

$$f_D = (1/2)C_D\pi r_p^2\rho|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p); \quad (3)$$

$$f_M = (4/3)C_\omega\pi r_p^3\rho[(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_p) \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_p)], \quad \boldsymbol{\omega} = (1/2) \text{rot } \mathbf{v}; \quad (4)$$

$$l_p = (1/2)C_l r_p^5\rho|\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_p|(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_p). \quad (5)$$

Коэффициент сопротивления C_D в (3) вычислялся по аппроксимационным соотношениям [5]

$$C_D = \begin{cases} C_D^1, & 0 \leq M_p \leq 1, \\ C_{D1}^1 + (4/3)(M_p - 1)(C_{D2}^2 - C_{D1}^1), & 1 < M_p \leq 1,75, \\ C_D^2, & M_p > 1,75, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C_D^1\left(\text{Re}_p, M_p, \frac{T_p}{T}\right) = & \\ = 24 \left\{ \text{Re}_p + M_p \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \left[4,33 + \frac{3,65 - 1,53T_p/T}{1 + 0,353T_p/T} \exp\left(-0,247 \frac{\text{Re}_p}{M_p} \sqrt{\frac{2}{\gamma}}\right) \right] \right\}^{-1} + & \\ + \left(\frac{4,5 + 0,38(0,03 \text{Re}_p + 0,48\sqrt{\text{Re}_p})}{1 + 0,03 \text{Re}_p + 0,48\sqrt{\text{Re}_p}} + 0,1 M_p^2 + 0,2 M_p^8 \right) \exp\left(-\frac{M_p}{2\sqrt{\text{Re}_p}}\right) + & \\ + 0,6 M_p \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \left[1 - \exp\left(-\frac{M_p}{\text{Re}_p}\right) \right], & \\ C_D^2\left(\text{Re}_p, M_p, \frac{T_p}{T}\right) = \left[0,9 + \frac{0,34}{M_p^2} + 1,86\sqrt{\frac{M_p}{\text{Re}_p}} \left(2 + \frac{4}{\gamma M_p^2} + \frac{1,058}{M_p} \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \sqrt{\frac{T_p}{T}} - \frac{4}{\gamma^2 M_p^4} \right) \right] \times & \\ \times \left(1 + 1,86\sqrt{\frac{M_p}{\text{Re}_p}} \right)^{-1}. & \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $M_p = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|/\sqrt{\gamma RT}$, $\text{Re}_p = \rho|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|d_p/\mu$ — числа Маха и Рейнольдса частицы при относительном движении фаз; C_{D1}^1 — значение C_D^1 при $M_p = 1$; C_{D2}^2 — значение C_D^2 при $M_p = 1,75$.

Отношение температур частицы и несущего газа T_p/T оказывает слабое влияние на коэффициент аэродинамического сопротивления частицы при обтекании ее потоком в режиме сплошной среды [6]. В расчетах влияние различия температур фаз на C_D не учитывалось, и в формулах (6) отношение T_p/T полагалось равным единице.

Для определения коэффициента C_ω в (4) использовались соотношения из работ [7, 8]

$$C_\omega = \begin{cases} 3[0,45 + (2\zeta - 0,45) \exp(-0,075\zeta^{0,4} \text{Re}_\omega^{0,7})]/(8\zeta), & 2\zeta \geq 0,45, \\ 3/4, & 2\zeta < 0,45. \end{cases}$$

Здесь $\zeta = |\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_p|r_p/|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|$.

Коэффициент C_l в (5) определялся по формуле [9]

$$C_l = C_{l1}/\sqrt{\text{Re}_\omega} + C_{l2}/\text{Re}_\omega.$$

Значения констант C_{l1} и C_{l2} для различных диапазонов значений Re_ω приведены в таблице.

Re_ω	C_{I1}	C_{I2}
$0 \div 6$	0	16π
$6 \div 20$	5,32	37,20
$20 \div 50$	6,44	32,20
$50 \div 4 \cdot 10^4$	6,45	32,10

Коэффициенты C_ω и C_l в (4), (5) зависят от вращательного числа Рейнольдса частицы, которое определяется соотношением

$$Re_\omega = \rho |\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_p| r_p^2 / \mu.$$

Условия для частиц на границах расчетной области зависят от типа границы. При пересечении частицей оси симметрии использовалось условие зеркального отражения частицы от оси. Частицы, пересекающие выходную границу (выходное сечение рабочей камеры), исключались из дальнейшего рассмотрения. Если частица сталкивалась со стенками канала ударной трубы, сопла, рабочей камеры или модели, то считалось, что она отскакивает. Для определения параметров отраженной частицы в момент отскока использовалась полуэмпирическая модель ударного взаимодействия частицы со стенкой [10], которая дает следующие соотношения для нормальной и касательной к поверхности стенки компонент вектора скорости центра масс частицы v_{pn}^+ и $v_{p\tau}^+$ и ее угловой скорости ω_p^+ :

$$v_{pn}^+ = -a_n v_{pn}^-, \quad v_{p\tau}^+ = \begin{cases} a_\tau v_{p\tau}^- + \omega_p^- r_p (a_\tau - 1), & \beta < \beta_*, \\ a_\tau v_{p\tau}^- - 2\omega_p^- r_p / 7, & \beta \geq \beta_*, \end{cases} \quad (7)$$

$$\omega_p^+ = \begin{cases} 5v_{p\tau}^- (a_\tau - 1) / (2r_p) + 5\omega_p^- (a_\tau - 3/5) / 2, & \beta < \beta_*, \\ -v_{p\tau}^- a_\tau / r_p + 2\omega_p^- / 7, & \beta \geq \beta_*. \end{cases}$$

Здесь параметрам частицы перед столкновением с поверхностью соответствует верхний индекс “-”; a_n, a_τ — коэффициенты восстановления нормальной и касательной компонент вектора скорости; $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ — угол между вектором скорости падающей частицы и поверхностью. Условие $\beta < \beta_*$ соответствует проскальзыванию частицы вдоль поверхности при ударном взаимодействии, а условие $\beta \geq \beta_*$ — отсутствию проскальзывания. Коэффициенты a_n и a_τ вычислялись по формулам [10, 11]

$$a_n = 1 - [1 - \exp(-0,1|\mathbf{v}_p^-|^{0,61})] \sin \beta, \quad |\mathbf{v}_p^-| = [(v_{pn}^-)^2 + (v_{p\tau}^-)^2]^{1/2}, \quad (8)$$

$$a_\tau = C_0 + C_1(\pi/2 - \beta)^2 + C_2(\pi/2 - \beta)^4 + C_3(\pi/2 - \beta)^6.$$

Величина угла β_* в соотношениях (7) и константы C_0, C_1, C_2, C_3 в (8) зависят от материалов частицы и стенки и состояния поверхности [10, 11]. В данной работе для этих величин приняты следующие значения: $\beta_* = 0,1911, C_0 = 0,690, C_1 = -0,288, C_2 = 0,114, C_3 = 0,0219$, что соответствует твердым частицам типа корунда или кварцевого песка и стальной стенке.

В начальный момент времени, перед раскрытием диафрагмы, частицы в камере высокого давления неподвижны и распределены равномерно случайным образом.

Численный метод. Для численного моделирования течения несущего газа использовался конечно-объемный метод. В расчетной области в плоскости (x, y) генерировалась существенно неравномерная неструктурированная сетка из треугольных элементов с сильным сгущением узлов в горле сопла и вблизи модели в рабочей камере. На этой сетке была построена сетка из многоугольных ячеек с центрами в вершинах треугольников. Для этих

ячеек уравнения газовой динамики (1) записывались с использованием теоремы Остроградского — Гаусса в следующей интегральной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} \mathbf{U} d\Omega + \int_{S_i} (\mathbf{F} n_x + \mathbf{G} n_y) dS + \int_{\Omega_i} \frac{\mathbf{H}}{y} d\Omega = 0$$

(Ω_i, S_i — площадь и граница ячейки; $\mathbf{n}(n_x, n_y)$ — вектор единичной внешней нормали к границе). Интегралы по Ω_i аппроксимировались с использованием теоремы о среднем. При вычислении интеграла по S_i граница многоугольной ячейки разбивалась на отдельные грани. Векторы потоков $\mathbf{F} n_x + \mathbf{G} n_y$ на каждой грани ячейки вычислялись методом Годунова [12] с использованием ограничителя MinMod [13], который подавлял осцилляции параметров газа вблизи фронтов ударных волн. Для аппроксимации производной по времени использовалась схема предиктор-корректор. Подробно численный метод описан в [3].

Для расчета картины течения дисперсной фазы одновременно с уравнениями движения несущего газа решались уравнения (2) для большого количества частиц. Использовался метод предиктор-корректор второго порядка:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_p^* &= \mathbf{v}_p^n + \frac{\Delta t_p}{m_p} (\mathbf{f}_D^n + \mathbf{f}_M^n), & \boldsymbol{\omega}_p^* &= \boldsymbol{\omega}_p^n + \frac{\Delta t_p}{J_p} \mathbf{l}_p^n, & \mathbf{r}_p^* &= \mathbf{r}_p^n + \Delta t_p \mathbf{v}_p^n, \\ \mathbf{v}_p^{n+1} &= \mathbf{v}_p^n + \frac{\Delta t_p}{2m_p} (\mathbf{f}_D^n + \mathbf{f}_D^* + \mathbf{f}_M^n + \mathbf{f}_M^*), & \boldsymbol{\omega}_p^{n+1} &= \boldsymbol{\omega}_p^n + \frac{\Delta t_p}{2J_p} (\mathbf{l}_p^n + \mathbf{l}_p^*), & \mathbf{r}_p^{n+1} &= \mathbf{r}_p^n + \frac{\Delta t_p}{2} (\mathbf{v}_p^n + \mathbf{v}_p^*). \end{aligned}$$

Параметры газовой фазы в точке, где находится частица, определялись на основе билинейной интерполяции этих параметров по элементу треугольной сетки, через который пролетает частица.

При расчете течения газа шаг интегрирования по времени определялся из условия Куранта — Фридрихса — Леви, а при расчете траекторий частиц — из условия, что перемещение частицы за один шаг происходит не более чем на величину линейного размера треугольника, в котором она находится.

Наряду с траекториями рассчитывалась концентрация примеси в сопле и рабочей камере перед моделью. При расчете концентрации примесь рассматривалась как дискретная среда, ее поведение моделировалось с помощью большого количества пробных частиц, каждая из которых в свою очередь моделировала движение некоторого облака реальных дисперсных частиц [14]. Общее количество пробных частиц в расчетной области приближенно равно $2 \cdot 10^6$.

В численной модели пробные частицы в начальный момент располагались в камере высокого давления в области длиной 2 м, примыкающей к диафрагме. Положение левой границы области было выбрано на основе предварительных расчетов из условия, что квазистационарный режим обтекания модели двухфазным потоком продолжается в течение не менее 5 мс до того момента, когда все пробные частицы пролетят через рабочую камеру. Начальное положение пробных частиц в любой i -й многоугольной ячейке расчетной области в плоскости (x, y) задавалось случайным образом в соответствии с равномерным законом распределения. Для каждой пробной частицы, находящейся в i -й ячейке, вводился весовой коэффициент $\nu_i = N_i/M_i$ ($N_i = \alpha_{p\infty} V_i/V_p$ — количество реальных дисперсных частиц в тороидальном объеме V_i с поперечным сечением Ω_i ; $V_p = (4/3)\pi r_p^3$ — объем одной частицы; Ω_i — площадь i -й ячейки; $M_i = \Omega_i M_\Sigma / \Omega_\Sigma$ — количество пробных частиц в i -й ячейке; $M_\Sigma = \sum_i M_i$, $\Omega_\Sigma = \sum_i \Omega_i$ — общее число пробных частиц и суммарная площадь

ячеек расчетной области в плоскости (x, y) , в которых в начальный момент находятся частицы). Весовой коэффициент ν_i представляет собой количество реальных частиц в облаке, которое моделируется i -й пробной частицей.

Для расчета объемной концентрации примеси α_p в точке (x_k, y_k) в момент t вводилась в рассмотрение прямоугольная ячейка, центром которой являлась данная точка. Определялись пробные частицы, которые в данный момент находятся в этой ячейке. В торoidalном объеме V_k , образованном рассматриваемой ячейкой, вычислялось число реальных частиц $N_k = \sum_j \nu_j$ (суммирование проводится по всем пробным частицам, попавшим в ячейку), затем определялась концентрация: $\alpha_p = V_p N_k / V_k$. Площадь ячейки и соответственно объем V_k выбирались из условия, чтобы число пробных частиц в ячейке было достаточно большим для статистической устойчивости величины α_p (обычно количество пробных частиц составляло порядка 10^3). В случае квазистационарного течения двухфазной смеси площадь ячейки выбиралась достаточно малой, подсчитывалось количество пробных частиц, пролетевших через ячейку за интервал времени Δt , после чего результат осреднялся по Δt .

Результаты расчетов. Возможность использования гиперзвуковой ударной трубы для экспериментального изучения стационарного обтекания различных моделей однородным двухфазным потоком газа с примесью частиц определяется тремя параметрами: длительностью квазистационарного режима двухфазного течения в рабочей камере, степенью неравномерности распределения концентрации примеси поперек потока перед моделью и величиной скоростного отставания примеси от потока несущего газа. Все эти параметры зависят от поведения частиц. Частицы разных размеров имеют различную инерционность и соответственно различное скоростное запаздывание по отношению к газовому потоку, что оказывает влияние как на процесс установления квазистационарного течения вблизи модели, так и на структуру течения примеси.

Рассмотрим траектории частиц в горле сопла при квазистационарном течении (рис. 2). Частицы диаметром $d_p = 0,15$ мкм занимают практически всю область течения (рис. 2, *a*), и распределение их концентрации в поперечном сечении является близким к равномерному. Фактически частицы движутся вдоль линий тока несущего газа. Скоростное отставание этих частиц от газового потока составляет менее 0,1 м/с. Более крупные частицы ($d_p \geq 5$ мкм), движущиеся в пристенной области, сталкиваются со стенками сужающейся части сопла и отражаются от них. Отраженные частицы образуют в потоке тонкие слои, которые могут не пересекаться (рис. 2, *б*) или пересекаться (рис. 2, *в, г*). Концентрация примеси в этих слоях значительно выше, чем в основном потоке. В результате распределение концентрации примеси поперек потока становится существенно неравномерным (профили, показанные на рис. 2, *справа*, построены в различных масштабах, так как максимальное значение $\alpha_p / \alpha_{p\infty}$ существенно зависит от d_p). При $d_p = 0,15; 10; 20; 40$ мкм соответственно $(\alpha_p / \alpha_{p\infty})_{\max} = 0,15; 0,8; 5,0; 11,0$. Отмеченная неравномерность сохраняется и в рабочей камере (рис. 3). Из рис. 3 следует, что увеличение диаметра частиц от 10 до 15 мкм вызывает качественное изменение профилей (r_a — радиус среза сопла).

При формулировке математической модели двухфазного течения влияние примеси на несущий газ не учитывалось. Однако вследствие появления в потоке тонких слоев с высокой концентрацией частиц возникает вопрос о справедливости такого допущения. Огибающая поверхность траекторий отраженных от стенок сопла частиц представляет собой каустику, концентрация примеси на которой формально стремится к бесконечности. В [15] показано, что хотя концентрация примеси на самой каустике становится бесконечной, средняя концентрация частиц в любой окрестности такого рода каустики конечна. Фактически

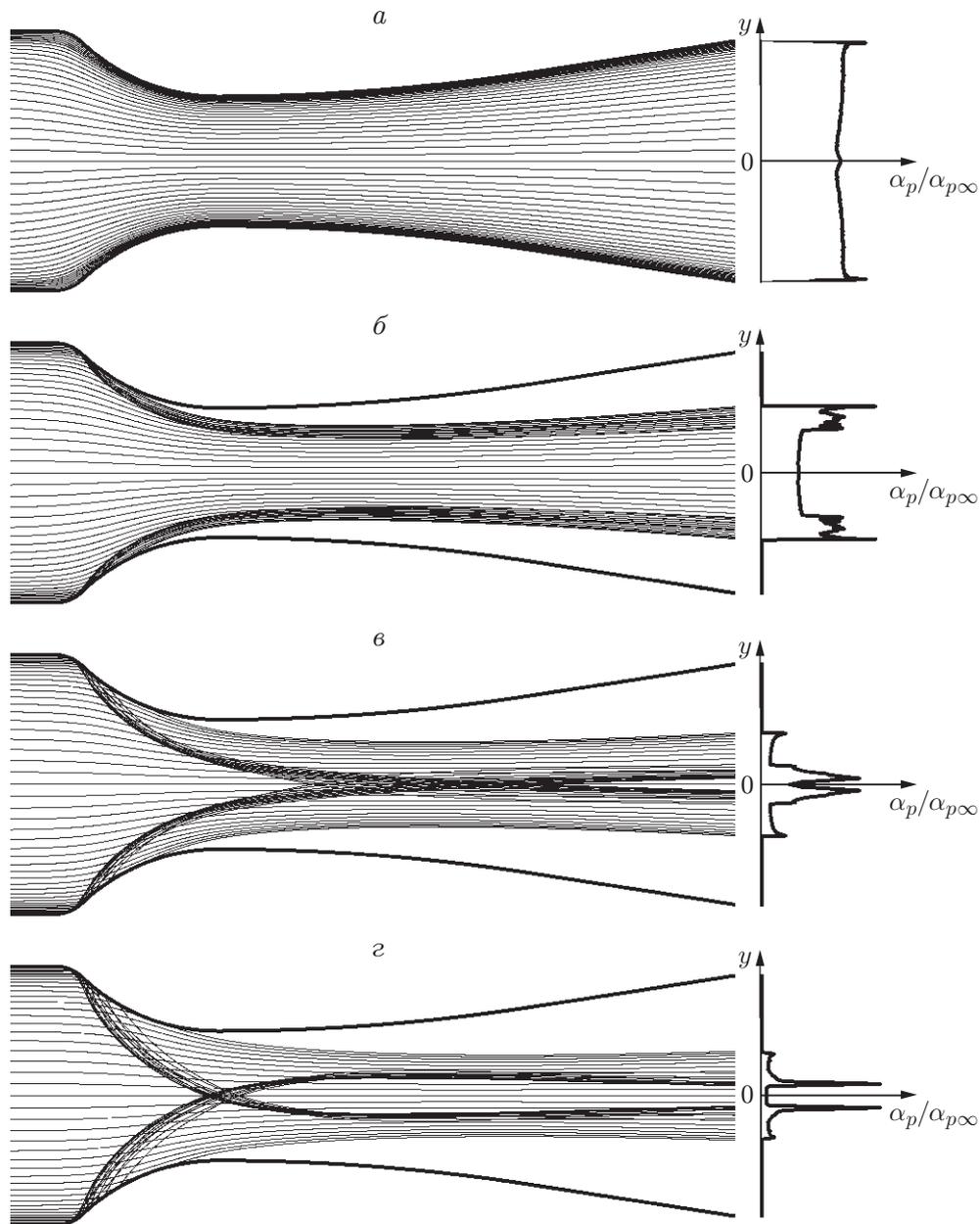


Рис. 2. Траектории частиц в горле сопла Лавали (*слева*) и профили относительной объемной концентрации примеси на правой границе (*справа*) при квазистационарном режиме течения:

a — $d_p = 0,15$ мкм; *б* — $d_p = 10$ мкм; *в* — $d_p = 20$ мкм; *г* — $d_p = 40$ мкм

это означает, что средняя концентрация примеси в каждой ячейке сетки, используемой при численном решении уравнений несущего газа, даже формально является конечной величиной. Для принятой в расчетах очень мелкой сетки (более 300 000 ячеек) наибольшая объемная концентрация частиц α_p в ячейках, находящихся внутри слоев с высокой концентрацией примеси, получена для наиболее крупных частиц диаметром $d_p = 40$ мкм, однако и в этом случае она не превышала значения $\alpha_p = 2 \cdot 10^{-6}$. На основе оценок, полученных в [4], нетрудно показать, что при столь малой концентрации примеси ее влияние на несущий газ крайне мало и им можно пренебречь.

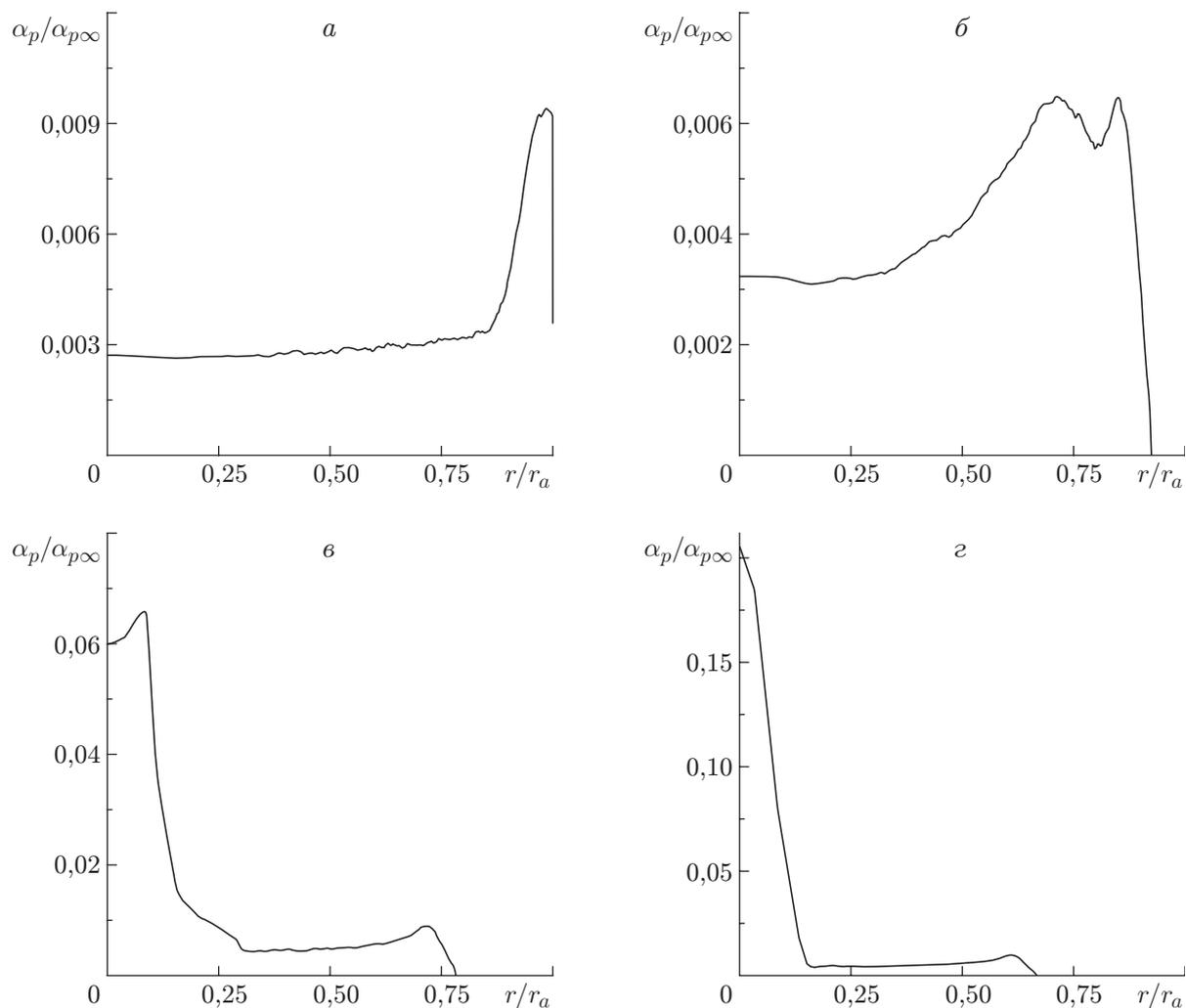


Рис. 3. Распределение относительной объемной концентрации примеси на входе в рабочую секцию в квазистационарном режиме течения:

a — $d_p = 5$ мкм; *б* — $d_p = 10$ мкм; *в* — $d_p = 15$ мкм; *г* — $d_p = 20$ мкм

В рабочей камере поток несущего газа имел скорость 1051 м/с. Частицы всегда отставали от газового потока, причем это отставание существенно зависело от размеров частиц. Так, скорость частиц диаметром $d_p = 1, 5, 10, 20, 40$ мкм меньше скорости газового потока соответственно на 1, 22, 77, 162 и 250 м/с.

Квазистационарное двухфазное течение в сопле и вблизи модели в рабочей камере устанавливается в результате переходных процессов, начальная стадия которых исследована в работе [3], где показано, что передний фронт частиц всех размеров, движущихся в сопле к рабочей камере, имеет сложную (неплоскую) форму. Распределение примеси в области за фронтом как вдоль, так и поперек потока является крайне неравномерным, причем протяженность этой области вдоль потока может быть равна нескольким диаметрам выходного сечения сопла. После взаимодействия этой области с моделью наступает квазистационарное обтекание ее двухфазным потоком.

На рис. 4 показаны зависимости от времени относительной концентрации примеси в рабочей камере перед моделью на оси камеры и на расстоянии 41 мм от оси (именно на таком расстоянии располагались модели в некоторых сериях физических эксперимен-

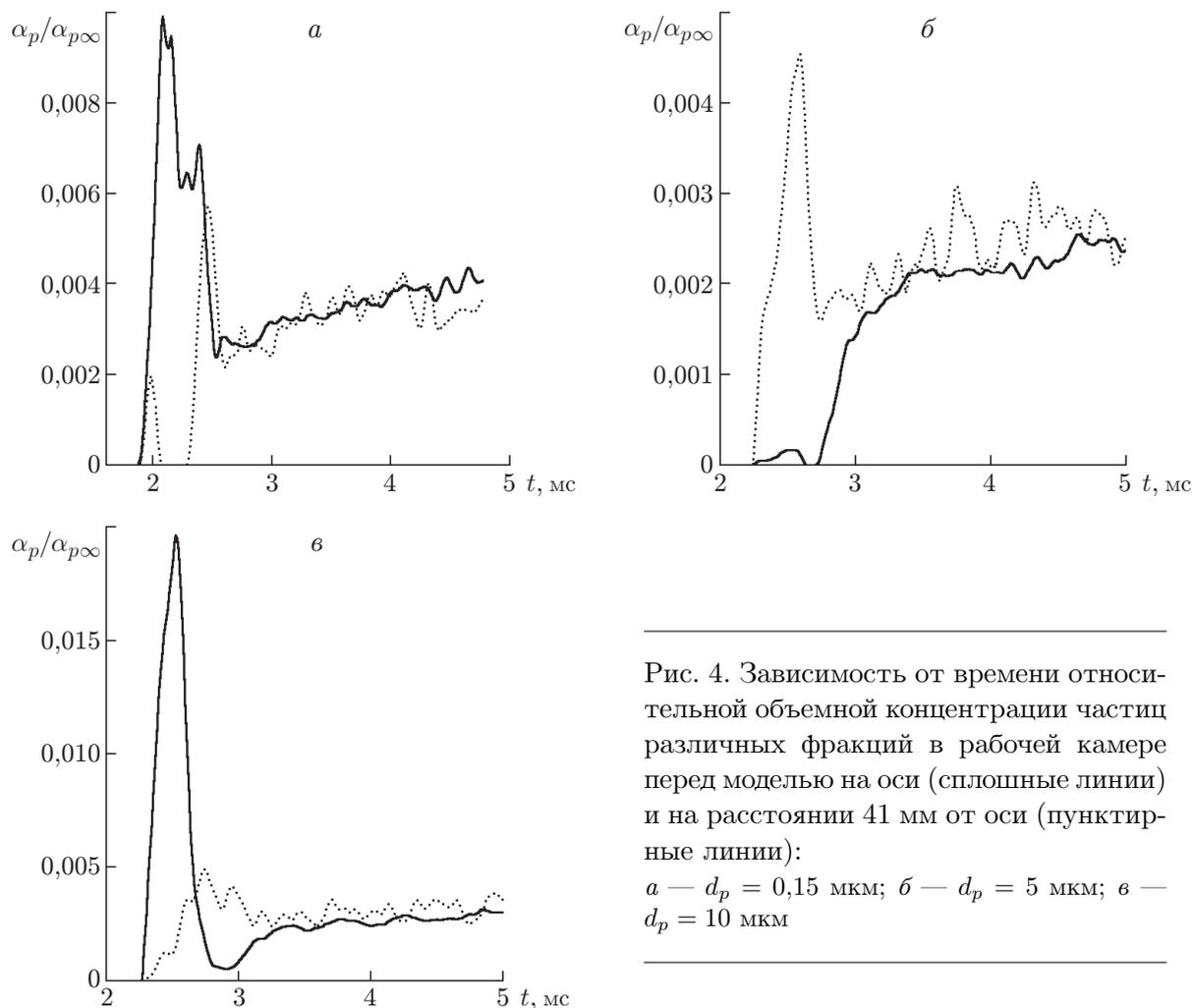


Рис. 4. Зависимость от времени относительной объемной концентрации частиц различных фракций в рабочей камере перед моделью на оси (сплошные линии) и на расстоянии 41 мм от оси (пунктирные линии):
a — $d_p = 0,15$ мкм; *б* — $d_p = 5$ мкм; *в* — $d_p = 10$ мкм

тов [2]). Осцилляции на графиках обусловлены, по-видимому, разбросом (дисперсией) значений концентрации примеси при использованном в расчетах количестве пробных частиц (приблизительно $2 \cdot 10^6$). Для сравнения отметим, что для получения поля концентраций примеси в ударном слое перед моделью без осцилляций необходимо, чтобы только в этом слое находилось порядка 10^6 частиц [16]. Из рис. 4 следует, что для частиц режим квазистационарного течения примеси в рабочей камере наступает примерно через 2 мс с момента прохождения фронта частиц. Отметим, что режим квазистационарного обтекания модели несущим газом наступает примерно через 4,8 мс после запуска трубы. Для очень мелких частиц ($d_p = 0,15 \div 1,00$ мкм) режим квазистационарного обтекания модели двухфазным потоком начинается практически одновременно с квазистационарным обтеканием ее несущим газом, в то время как для крупных частиц этот режим наступает значительно позднее из-за скоростного отставания примеси. Так, для частиц диаметром 20 мкм квазистационарный режим течения примеси наступает примерно через 1 мс с момента установления течения газа. Расчеты показали, что длительность режима квазистационарного течения газа вблизи модели составляет 12 мс. С учетом сказанного выше запаздывание установления режима двухфазного течения по сравнению с установлением режима течения чистого газа даже для наиболее крупных из рассмотренных частиц можно считать несущественным.

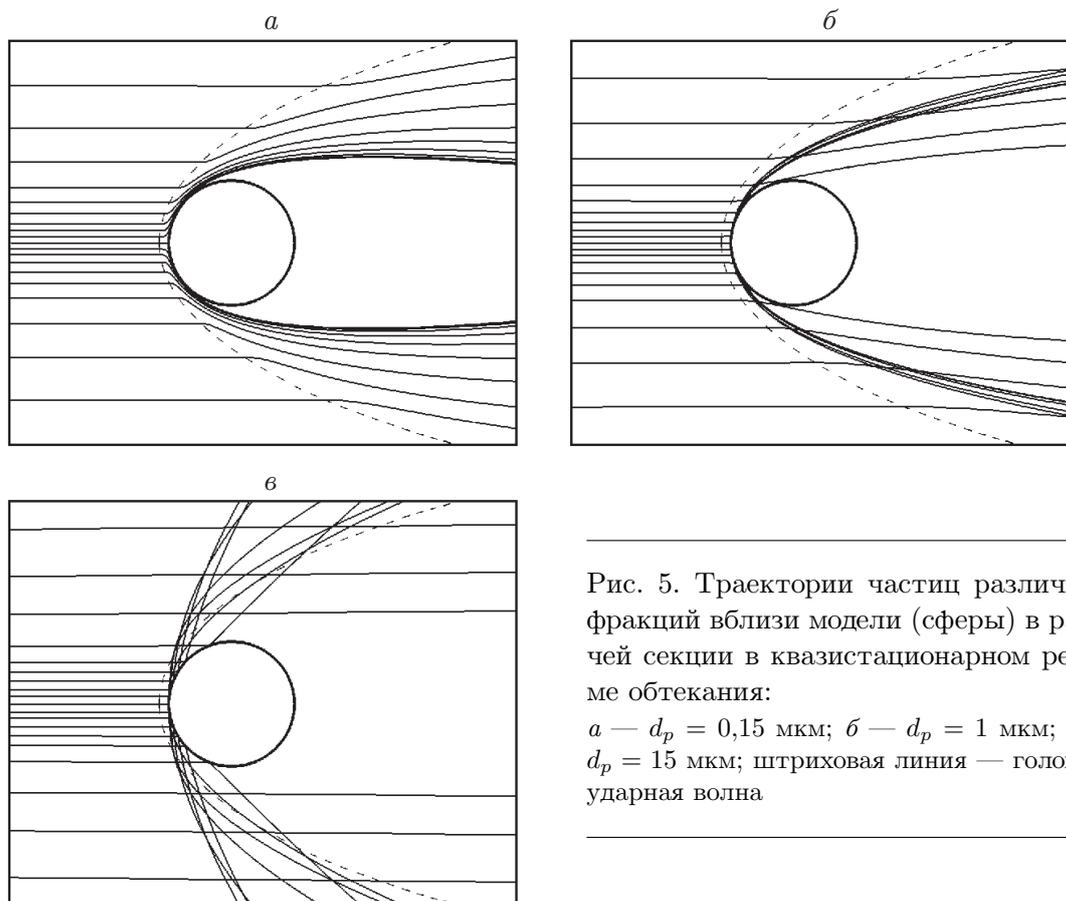


Рис. 5. Траектории частиц различных фракций вблизи модели (сферы) в рабочей секции в квазистационарном режиме обтекания:

a — $d_p = 0,15$ мкм; *б* — $d_p = 1$ мкм; *в* — $d_p = 15$ мкм; штриховая линия — головная ударная волна

На рис. 5 показаны траектории частиц различных размеров вблизи модели на режиме квазистационарного обтекания. Структуры течения очень мелкой примеси ($d_p = 0,15$ мкм) и более крупных частиц различаются. Наименьшие из рассмотренных частиц облетают модель без столкновений с ее поверхностью. Частицы диаметром 1 мкм сталкиваются с моделью и отскакивают от нее, но не покидают область за головной ударной волной. Более крупные частицы ($d_p \gtrsim 5$ мкм), отскакивая от поверхности модели, вылетают за пределы ударного слоя. Движение отраженных частиц сопровождается многочисленными пересечениями траекторий, что значительно усложняет структуру течения примеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ударные трубы: Сб. ст. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Василевский Э. Б., Осипцов А. Н., Чирихин А. В., Яковлева Л. В. Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малоинерционные частицы // Инж.-физ. журн. 2001. Т. 74, № 6. С. 29–37.
3. Verevkin A., Tsirkunov Yu. Numerical investigation of two-phase gas-particle flow in a hypersonic shock tunnel // Proc. of the Europ. conf. on comput. fluid dynamics, Egmond aan Zee (The Netherlands), 2006. CD-ROM Proc. ECCOMAS CFD, 2006. Paper 211.
4. Tsirkunov Yu. M. Gas-particle flows around bodies — key problems, modeling and numerical analysis // Proc. of the 4th Intern. conf. on multiphase flow, New Orleans (USA), 2001. CD-ROM Proc. ICMF'2001. Paper 607.

5. **Henderson Ch. B.** Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA J. 1976. V. 14, N 6. P. 707–708.
6. **Яненко Н. Н.** Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц / Н. Н. Яненко, Р. И. Солоухин, А. Н. Папырин, В. М. Фомин. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
7. **Rubinow S. I., Keller J. B.** The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 1961. V. 11. P. 447–459.
8. **Oesterlé B., Bui Dinh T.** Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers // Exp. Fluids. 1998. V. 25. P. 16–22.
9. **Dennis S. C. R., Singh S. N., Ingham D. B.** The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers // J. Fluid Mech. 1980. V. 101. P. 257–279.
10. **Циркунов Ю. М., Панфилов С. В., Клычников М. Б.** Полуэмпирическая модель ударного взаимодействия дисперсной частицы примеси с поверхностью, обтекаемой потоком газозвеси // Инж.-физ. журн. 1994. Т. 67, № 5/6. С. 379–386.
11. **Лашков В. А.** Об экспериментальном определении коэффициентов восстановления скорости частиц потока газозвеси при ударе о поверхность // Инж.-физ. журн. 1991. Т. 60, № 2. С. 197–203.
12. **Годунов С. К.** Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов и др. М.: Наука, 1976.
13. **Куликовский А. Г.** Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов. М.: Физматлит, 2001.
14. **Crowe C. T.** Review: Numerical models for dilute gas-particle flows // Trans. ASME. Ser. I. J. Fluids Engng. 1982. V. 104. P. 297–303.
15. **Осипцов А. Н.** Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1984. № 3. С. 46–52.
16. **Волков А. Н., Циркунов Ю. М.** Влияние дисперсной примеси на течение и теплообмен при поперечном обтекании цилиндра сверхзвуковым потоком запыленного газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. № 4. С. 67–83.

*Поступила в редакцию 5/IV 2007 г.,
в окончательном варианте — 25/VI 2007 г.*
