

УДК 551.511.32 : 532.517.4

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВИХРЕВОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОМ АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. Ф. Курбацкий^{*,**}, Л. И. Курбацкая^{***}

* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск

** Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск

*** Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mails: kurbat@itam.nsc.ru, L.Kurbatskaya@ommgp.sccc.ru

С помощью мезомасштабной RANS-модели турбулентности установлено, что поведение параметров турбулентного вихревого перемешивания согласуется с последними данными измерений, проведенных в лаборатории и в атмосфере. Исследуются некоторые проблемы, возникающие при описании турбулентного вихревого перемешивания в атмосферном пограничном слое. В частности, обнаружено, что при переходе течения в сильно устойчивое состояние потоковое число Ричардсона Ri_f может изменяться немонотонно, возрастая с увеличением градиентного числа Ричардсона Ri_g до достижения состояния насыщения при $Ri_g \simeq 1$, а затем убывая. Показано, что поведение вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла согласуется с представлением о поддержании переноса импульса (но не тепла) распространяющимися внутренними волнами в сильно устойчивом состоянии атмосферного пограничного слоя.

Ключевые слова: термически устойчивый атмосферный пограничный слой, потоковое число Ричардсона, вихревые коэффициенты диффузии импульса и тепла, моделирование.

Введение. Последние наблюдения за поведением устойчиво стратифицированного атмосферного пограничного слоя (АПС) [1] и лабораторного устойчиво стратифицированного сдвигового слоя [2] показывают, что с ростом градиентного числа Ричардсона $Ri_g = N^2/S^2$ ($N = \beta g(\partial\Theta/\partial z)^{1/2}$ — частота Брента — Вайсяля (частота плавучести); $S = ((\partial U/\partial z)^2 + (\partial V/\partial z)^2)^{1/2}$ — вертикальный сдвиг горизонтальной скорости; β — температурный коэффициент объемного расширения (для атмосферного газа $\beta = 1/\Theta$); g — ускорение свободного падения; z — вертикальная координата) при убывающем вихревом коэффициенте диффузии тепла K_h вихревой коэффициент диффузии импульса K_m может оставаться почти постоянным или незначительно увеличивается [1]. Это наблюдение противоречит следующему из линейной теории представлению о том, что при достижении некоторого “критического” значения градиентного числа Ричардсона $Ri_g \simeq 0,25$ турбулентность должна затухать (см. [3]). В [2, 4] отмечено, что при $Ri_g < 1$ вертикальное перемешивание происходит за счет неустойчивостей Кельвина — Гельмгольца. Однако при

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-05-00004а), а также в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 23, программ фундаментальных исследований Президиума РАН № 4 и Отделения математических наук РАН № 3.

$Ri_g \geq 1$, в переходном режиме от неустойчивости Кельвина — Гельмгольца к волновым неустойчивостям, разрушение внутренних волн является преобладающим механизмом перемешивания.

Движение воздуха в атмосфере, как правило, с большой точностью описывается с помощью системы уравнений в приближении свободной конвекции (или в приближении Буссинеска). В этом случае уравнение баланса кинетической энергии турбулентности $E = \overline{u'_i u'_i} / 2$ имеет вид [5]

$$\frac{\partial E}{\partial t} + U_j \frac{\partial E}{\partial x_j} = \frac{\partial M_j}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} (1 - Ri_f) - \varepsilon, \quad (1)$$

где Ri_f — потоковое число Ричардсона:

$$Ri_f = \frac{\beta g \overline{\theta' w'}}{\overline{u'_i u'_j} \partial U_i / \partial x_j} = -\frac{G}{P}, \quad (2)$$

выражающее отношение потока плавучести $G = \beta g \overline{\theta' w'}$ к порождению кинетической энергии сдвигом скорости $P = -\overline{u'_i u'_j} \partial U_i / \partial x_j$; $\partial M_j / \partial x_j$ — дивергенция потока энергии; средние величины обозначены прописными буквами, турбулентные флуктуации — строчными буквами со штрихом; w' — турбулентная флуктуация скорости в вертикальном направлении; θ' — турбулентная флуктуация потенциальной температуры.

В устойчиво стратифицированных течениях отрицательный поток плавучести ($G < 0$) является деструкцией локальных градиентов плотности, порождающей вертикальный поток массы, или взбалтывание. Флуктуации плавучести обусловлены рассеянием вследствие взбалтывания на молекулярных масштабах и вызывают необратимую деструкцию градиента плавучести (перемешивание). Несмотря на то что число Ri_f (2) неточно характеризует перемешивание, оно часто интерпретируется как эффективность перемешивания [4]. Далее подразумевается такая интерпретация Ri_f .

Потоковое число Ричардсона (см. (2)) выражается через коэффициенты вихревой диффузии импульса K_m и тепла K_h и, следовательно, может рассматриваться как ключевой параметр при моделировании турбулентных геофизических течений. В мезомасштабной трехпараметрической ($E - \varepsilon - \theta'^2$)-модели турбулентности [3, 6] Ri_f выражается через турбулентное число Прандтля Pr_T и градиентное число Ричардсона Ri_g :

$$Ri_f = Pr_T^{-1} Ri_g - \frac{\beta g \gamma_c}{K_m S^2}. \quad (3)$$

Здесь $Pr_T = K_m / K_h$ — турбулентное число Прандтля; γ_c — температурный противогradient, учитывающий вклад крупномасштабных вихрей в вертикальный перенос тепла в атмосфере [3].

В настоящей работе с использованием мезомасштабной трехпараметрической RANS-модели атмосферной турбулентности исследуется эффективность вихревого перемешивания импульса и тепла в устойчиво стратифицированном АПС. С помощью численного моделирования анализируется поведение потокового числа Ричардсона Ri_f и нормализованных вихревых коэффициентов диффузии импульса $K_m / (\overline{w'^2} / S)$ и тепла $K_h / (\overline{w'^2} / S)$ при увеличении градиентного числа Ричардсона (устойчивости течения).

1. Численное моделирование устойчиво стратифицированного АПС. Основные уравнения для АПС над плоской поверхностью получаем в результате преобразования уравнений Навье — Стокса при использовании приближения Буссинеска с помощью разделения истинного движения на среднее и турбулентное. Дивергенция турбулентного потока в горизонтальном направлении и молекулярная вязкость не учитываются.

При моделировании эволюции горизонтально-однородного АПС система определяющих уравнений, с помощью которой описывается течение, имеет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = f(V - V_g) - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -f(U - U_g) - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z}, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{\theta'w'}}{\partial z},$$

где U, V — компоненты скорости среднего горизонтального ветра; Θ — отклонение потенциальной температуры от стандартного состояния; f — параметр Кориолиса; U_g, V_g — компоненты скорости геострофического ветра; $\overline{u'w'}, \overline{v'w'}$ — компоненты турбулентных напряжений (турбулентного потока импульса) в направлениях U и V соответственно; $\overline{\theta'w'}$ — вертикальный турбулентный поток тепла.

Определяющие уравнения трехпараметрической $(E-\varepsilon-\overline{\theta'^2})$ -модели атмосферной турбулентности, выражения для турбулентных потоков импульса $\overline{u'w'}, \overline{v'w'}$ и тепла $\overline{\theta'w'}$ (замыкающие соотношения), структура вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла, а также граничные условия для кинетической энергии турбулентности E , скорости ее спектрального расходования ε и дисперсии температурных флуктуаций $\overline{\theta'^2}$ приведены в [3, 6, 7] и в настоящей работе указываются не полностью. Далее достаточно привести замыкающие соотношения для турбулентных потоков импульса и тепла в краткой форме.

1.1. *RANS-модель атмосферной турбулентности. Вихревые потоки импульса и тепла.* Параметризации турбулентных потоков импульса и тепла в трехпараметрической RANS-модели атмосферной турбулентности, в которой учитывается воздействие внутренних гравитационных волн на перенос импульса, имеют вид градиентной диффузии [3]:

$$(\overline{u'w'}, \overline{v'w'}) = -K_m \left(\frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right); \quad (4)$$

$$\overline{\theta'w'} = -K_h \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \gamma_c; \quad (5)$$

$$K_m = E\tau S_m, \quad K_h = E\tau S_h. \quad (6)$$

Здесь $\gamma_c = \gamma_c(G_m, G_h, \beta\overline{\theta'^2})$ — температурный противогradient; $S_m = f_m(G_h, \beta\overline{\theta'^2})/D$, $S_h = f_h(G_h)/D$ — структурные функции; $G_m \equiv (\tau S)^2$; $G_h \equiv (\tau N)^2$; $D = D(G_m, G_h)$; $\tau = E\varepsilon^{-1}$. В более подробном виде функции S_m, S_h, γ_c и D приведены в [3, 7].

В двухпараметрическом $(E-\varepsilon)$ -варианте модели, когда уравнение переноса для дисперсии температурных флуктуаций $\overline{\theta'^2}$ исключено, противогradient γ_c в (5) отсутствует, и выражение (3) принимает обычный вид (число Ri_f связано только с числами Ri_T и Ri_g).

1.2. *Численное моделирование стратифицированного АПС.* В трехпараметрической модели турбулентности [3, 6, 7] физически корректно учитывается влияние плавучести на турбулентный перенос импульса и тепла, что позволяет проводить численное моделирование для суточного цикла эволюции АПС с использованием параметризаций (4)–(6) в едином алгоритме, без разделения АПС на конвективный и устойчивый пограничные слои.

Начальные условия определяются заданием геострофического ветра ($U = U_g = 8$ м/с по всей высоте пограничного слоя, $V_g = 0$; скорость геострофического ветра направлена вдоль оси x). Отклонение потенциальной температуры на поверхности Земли задается в виде аналитической зависимости от времени, аппроксимирующей данные наблюдений: $\Theta_g(x, 0, t) = 6 \sin(\pi t/43200)$ (t — текущее время, с). Это единственное нестационарное граничное условие настоящей задачи, с помощью которого можно моделировать 24-часовой цикл нагревания солнцем поверхности Земли. Для получения сильно стратифицированного пограничного слоя температура на поверхности в ранние вечерние часы, когда поток тепла становится отрицательным и развивается устойчивая стратификация, задается

убывающей с постоянной скоростью, равной 0,25 К/ч. Потенциальная температура полагается постоянной до высоты АПС, равной 100 м, а затем увеличивается со скоростью 0,01 К/м. Значение аэродинамической шероховатости z_0 выбрано равным 0,1 м. Влажность не учитывается. Начальные поля турбулентных величин E , ε , $\overline{\theta'^2}$ заданы в виде малых фоновых значений. На верхней границе пограничного слоя для всех искомым функций использованы условия Неймана, за исключением температуры, для которой граничным условием является условие сохранения градиента потенциальной температуры в ближайших к границе этого слоя узлах вычислительной сетки. До высоты 100 м от подстилающей поверхности вертикальное разрешение равно 6,25 м с последующим увеличением шага сетки в вертикальном направлении до высоты 1000 м (до высоты 5000 м шаг сетки постоянный). Для решения уравнений модели пограничного слоя использован полунейвный конечно-разностный метод на смещенной в вертикальном направлении сетке [8].

2. Результаты расчетов. Изменение потокового числа Ричардсона. Режимы эволюции устойчивого АПС. Коэффициенты вихревой диффузии импульса и тепла. Соотношение между числами Ri_f и Ri_g использовалось в схемах замыкания турбулентности [9, 10]. В результате решения упрощенных уравнений для напряжений Рейнольдса и потока тепла в [9, 11] получено полуэмпирическое соотношение

$$Ri_f = 0,725 [Ri_g + 0,186 - (Ri_g^2 - 0,316 Ri_g + 0,0346)^{1/2}], \quad (7)$$

из которого следует, что Ri_f монотонно возрастает, при этом Ri_g увеличивается до максимального значения, равного 0,25. Улучшенная полуэмпирическая параметризация [10], основанная на данных, полученных с использованием LES-метода для стратифицированного АПС, имеет вид

$$Ri_f = 0,774 [Ri_g + 0,220 - (Ri_g^2 - 0,328 Ri_g + 0,0484)^{1/2}]. \quad (8)$$

2.1. *Поведение потокового числа Ричардсона Ri_f .* На рис. 1 показана зависимость $Ri_f - Ri_g$, полученная при численном моделировании эволюции АПС с использованием трехпараметрической RANS-модели турбулентности [3, 6], в сравнении с некоторыми данными измерений [4] и полуэмпирическими зависимостями (7), (8). На рис. 1 видно, что в ранние вечерние часы (линия 1 соответствует времени 18 ч 00 мин; время начала вычислений — 07 ч 00 мин), в период перехода к сильно устойчивому состоянию, изменение потокового числа Ричардсона имеет немонотонный характер и насыщение достигается при значении $Ri_g \approx 1$. Немонотонная зависимость числа Ri_f от Ri_g получена также в случае струйного течения в тропопаузе с помощью метода прямого численного моделирования уравнений Навье — Стокса в приближении Буссинеска [12]. В сильно устойчивом состоянии пограничного слоя в ночные часы (линия 5 на рис. 1 соответствует времени 3 ч 00 мин) изменение Ri_f имеет монотонный характер, как и в полуэмпирических параметризациях (7) и (8), показанных линиями 6, 7 соответственно. Линии 2–4 соответствуют промежуточным моментам времени.

На рис. 2 показаны зависимости полученных при численном моделировании порождения турбулентности сдвигом скорости P (кривая 3) и потока плавучести G (кривая 4) в выражении (3) для Ri_f в сравнении с порождением турбулентности P (кривая 1) и потоком плавучести (кривая 2), вычисленными по данным измерений в атмосфере в [4].

Следуя [4], с использованием рис. 2 можно выделить характерные режимы эволюции устойчиво стратифицированного пограничного слоя. При $Ri_g < 0,1$ имеет место приближенно-нейтральный режим, характеризующийся слабой стратификацией, с незначительным по сравнению с величиной P потоком тепла (или плавучести). При $0,1 < Ri_g < 1,0$ величины P и G сравнимы, перемешивание эффективно, что может быть

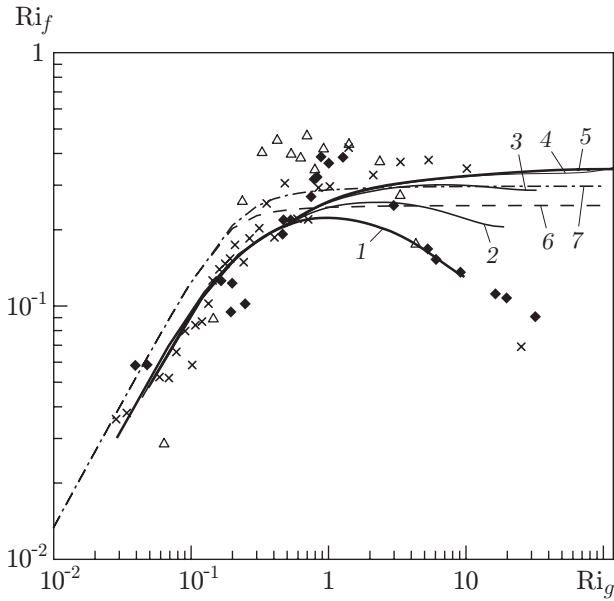


Рис. 1

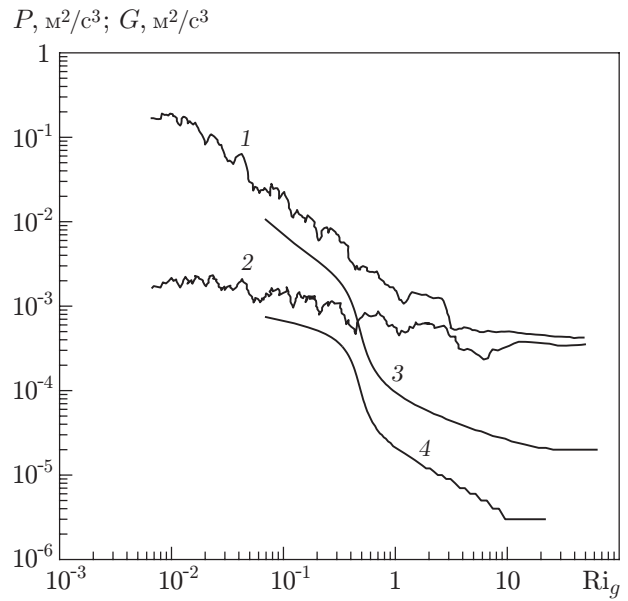


Рис. 2

Рис. 1. Расчетная зависимость потокового числа Ричардсона Ri_f от градиентного числа Ричардсона Ri_g :

точки — данные трех различных серий измерений в атмосфере [4]; сплошные линии 1–5 — результаты численного моделирования с использованием трехпараметрической RANS-модели турбулентности с учетом влияния внутренних гравитационных волн для различных моментов времени суточной эволюции АПС (1 — 18 ч, 2 — 21 ч, 3 — 22 ч, 4 — 24 ч, 5 — 3 ч); 6 — параметризация [9, 11]; 7 — параметризация [10]

Рис. 2. Зависимость порождения турбулентности сдвигом скорости P (1, 3) и потока плавучести G (2, 4) от градиентного числа Ричардсона Ri_g :

1, 2 — данные измерений в [4]; 3, 4 — результаты численного моделирования

обусловлено активностью механизма неустойчивости Кельвина — Гельмгольца. Диапазон $1 < Ri_g < 10$ может рассматриваться как очень устойчивый режим с относительно низкими значениями P и G . На рис. 2 видно, что поток плавучести сохраняется вплоть до значения $Ri_g \approx 10$ и существенно ослабляется при $Ri_g > 10$ (см. также рис. 3).

2.2. *Вихревые коэффициенты диффузии импульса K_m и тепла K_h .* На рис. 3 приведены расчетные зависимости коэффициентов вихревой диффузии импульса K_m (кривая 1) и вихревой диффузии тепла K_h (кривая 2), нормализованных на $\overline{w'^2}/S$, а также данные измерений в устойчиво стратифицированном АПС [1]. Видно, что характер изменения коэффициентов вихревой диффузии импульса и тепла с ростом устойчивости течения (увеличением Ri_g) аналогичен характеру изменения величины, обратной турбулентному числу Прандтля (рис. 4). На рис. 4 данные измерений в устойчиво стратифицированном АПС [1] (точки 1) и в устойчиво стратифицированном лабораторном сдвиговом слое [2] (точки 2) показывают наличие перехода к устойчивому состоянию течения при $Ri_g \geq 0,2$.

Из рис. 3 следует, что в устойчивом режиме при значении градиентного числа Ричардсона порядка единицы и более с ростом Ri_g коэффициент K_m остается постоянным или незначительно увеличивается, в то время как коэффициент K_h только уменьшается. Такое поведение коэффициентов вихревого переноса обусловлено тем, что перенос турбулентными вихрями существенно ослабляется вследствие устойчивой стратификации. Однако при устойчивой стратификации течение может поддерживаться распространяющимися внут-

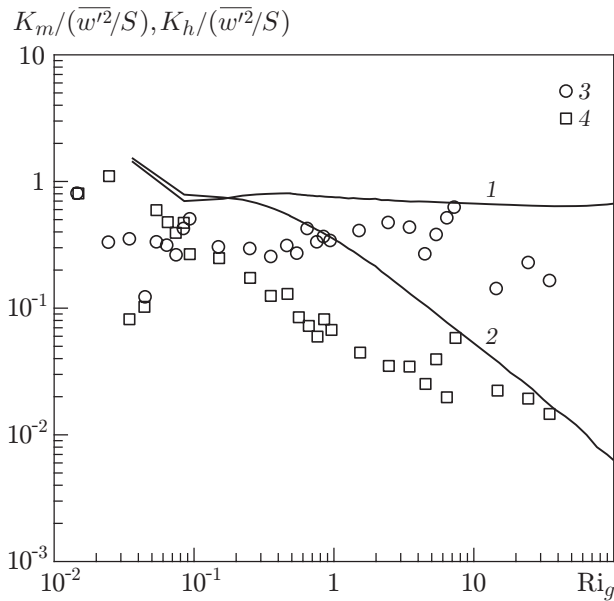


Рис. 3

Рис. 3. Зависимости вихревых коэффициентов диффузии импульса K_m (1, 3) и K_h (2, 4) от градиентного числа Ричардсона:

1, 2 — результаты численного моделирования; 3, 4 — данные измерений в устойчивом АПС [1]

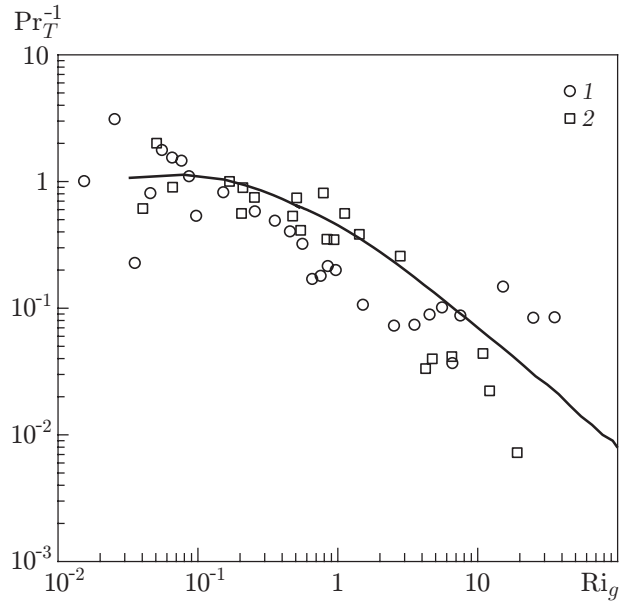


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость величины, обратной турбулентному числу Прандтля, $Pr_T^{-1} = K_h/K_m$ от градиентного числа Ричардсона Ri_g :

сплошная линия — результат вычисления по улучшенной трехпараметрической RANS-модели стратифицированного АПС с учетом влияния внутренних волн; 1 — данные измерений [1], 2 — данные измерений [2]

ренными гравитационными волнами, которые могут переносить импульс, но не тепло (см. работу [3] и библиографию к ней). Учет влияния внутренних гравитационных волн на перенос импульса в трехпараметрической RANS-модели турбулентности позволяет показать уменьшение величины, обратной турбулентному числу Прандтля (см. рис. 4). Без учета влияния внутренних гравитационных волн такой характер поведения Pr_T^{-1} с ростом устойчивости течения не воспроизводится (см. рис. 4 в [3]).

Заключение. В работе показано, что трехпараметрическая RANS-модель турбулентности, учитывающая воздействие внутренних гравитационных волн на перенос импульса, описывает структурные особенности вихревого перемешивания в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое. Согласно данным измерений в атмосфере поведение вихревых коэффициентов диффузии импульса K_m и тепла K_h при увеличении устойчивости течения имеет аномальный характер. При остающемся практически постоянным коэффициенте K_m коэффициент K_h уменьшается. Проведенный анализ поведения потокового числа Ричардсона Ri_f в зависимости от устойчивости течения показывает, что в период перехода течения от неустойчивого к устойчивому состоянию число Ri_f ведет себя немонотонно. Такой переход обусловлен взаимодействием системы волна — турбулентность в сдвиговых течениях при сильной стратификации (с существенной волновой динамикой) и должен учитываться в параметризациях микромасштабной турбулентности в мезомасштабных метеорологических моделях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Monti P., Fernando H. J. S., Princevac M., et al.** Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope // *J. Atmospher. Sci.* 2002. V. 59. P. 2513–2534.
2. **Strang E. J., Fernando H. J. S.** Vertical mixing and transport through a stratified shear layer // *J. Phys. Oceanogr.* 2001. V. 31. P. 2006–2048.
3. **Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И.** О турбулентном числе Прандтля в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2010. Т. 46, № 2. С. 187–196.
4. **Pardyjak E. R., Monti P., Fernando H. J. S.** Flux Richardson number measurements in stable atmospheric shear flows // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 459. P. 307–316.
5. **Монин А. С.** Статистическая гидромеханика / А. С. Монин, А. М. Яглом. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. Т. 1.
6. **Kurbatskiy A. F., Kurbatskaya L. I.** $E-\varepsilon-\overline{\theta'^2}$ turbulence closure model for an atmospheric boundary layer including the urban canopy // *Meteorol. Atmospher. Phys.* 2009. V. 104. P. 63–81.
7. **Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И.** Моделирование устойчивого пограничного слоя со струей низкого уровня // *ПМТФ.* 2010. Т. 51, № 5. С. 42–51.
8. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
9. **Mellor G. L., Yamada T.** Development of a turbulent closure model for geophysical problems // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1982. V. 20. P. 851–875.
10. **Nakanishi M.** Improvement of the Mellor — Yamada turbulence closure model based on large-eddy simulation data // *Boundary-Layer Meteorol.* 2001. V. 99. P. 349–378.
11. **Yamada T.** The critical Richardson number and the ratio of the eddy transport coefficients obtained from a turbulence closure model // *J. Atmospher. Sci.* 1975. V. 32. P. 926–933.
12. **Mahalov A., Nicolaenko B., Tse K. L., Joseph B.** Eddy mixing in jet-stream turbulence under stronger stratification // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31. L23111.

Поступила в редакцию 17/1 2011 г.
