

УДК 548.0

ЛОКАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

© 2009 Н.Л. Смирнова*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, геологический факультет**Статья поступила 16 февраля 2009 г.*

Представлены формулы локальной координации вершин и граней простых и дуальных им форм, тел Платона, Архимеда, Гесселя, Федорова, сеток Кеплера—Шубникова, Лавеса, карты потенциалов и сетки структуры цеолитов, моделей зародышей кристаллов. Все полученные формулы входят в состав ранее установленных множеств. Буквенные формулы лигандов последовательностей состоят не более чем из 1—7 разных букв. Установленные множества формул предопределяют стабильность небольшого числа качественных и количественных отношений в разномасштабных системах, аналогию локальной координации при порядке и беспорядке.

Ключевые слова: локальная координация, формулы, полигональные сетки, простые и дуальные формы, сетки Кеплера—Шубникова, Лавеса, тела Платона, Архимеда, Гесселя, Федорова, карта потенциалов, сетка цеолита, модели форм зародышей кристаллов, алфавит *abcdefg*.

Полигональные поверхности широко распространены в природе. Простые формы, физически различные простые формы [1], внешние формы кристаллов представляют собой полигональные сетки. Данные по внешним формам кристаллов опубликованы в фундаментальных справочниках [2] и в многочисленных учебниках [3—8]. Изучение внешних форм кристаллов в разных аспектах продолжается и в последнее время [9, 10]. Полигональные поверхности имеют также координационные полиэдры в кристаллических структурах [11—13], тела Платона, Архимеда, Гесселя, Федорова. Разбиения Дирихле—Вороного кристаллических структур, плоской системы дисков, гранитов, сеток Кеплера (им дуальны сетки Лавеса) образуют полигональные сетки. Зоны Бриллюэна, сечения кристаллических структур, сетки Шубникова, поверхности живых организмов, некоторые геологические карты, транспортные пути, административные деления и т.д. также представляют собой полигональные сетки. Эти сетки — упорядоченные или неупорядоченные графы.

В полигональной сетке каждая вершина V (n -гон Γ) представляет собой центр, к которому примыкают лиганды — вершины v (n -гоны γ). Лиганды n -гоны, сочлененные с центральным n -гоном по ребрам, обозначаем p . Число лигандов, примыкающих к центру, называем координационным числом (КЧ) центра. Например, вершина куба V имеет КЧ 3, так как к ней примыкают три соседних вершины (v), или три 4-гона (γ). Грань куба имеет КЧ 4, так как к ней примыкают четыре вершины (v) или четыре грани по ребрам (p). Формулу координационной сферы вершины впервые предложил Шлефли. Он записал последовательность n -гонов, примыкающих к вершине, в виде последовательности n (формула $V\gamma$). Например, формула $V\gamma$ вершины куба будет 444, так как к вершине куба примыкают последовательно три 4-гона с КЧ 4. Из этого следует, что формула Шлефли — это последовательность КЧ лигандов. Применение формул Шлефли нами расширено с целью объединения в одну систему обозначений полигональных сеток разных систем. Так, введены формулы Vv , Γv , Γp , в которых центры — вершины V и n -гоны Γ ,

* E-mail: snl194@mail.ru

а лиганды — вершины v и n -гоны p . Например, формула Bv куба будет 333, так как к вершине B примыкают три вершины с КЧ 3. Формула Gv будет 3333, так как к грани куба примыкают четыре вершины с КЧ 3. Формула Gr куба будет 4444, так как к грани куба примыкает по ребрам последовательность из четырех 4-гонов с КЧ 4. Формулы Шлефли модифицируются. Например, полная формула Шлефли в виде последовательности цифр 444 представляется как $|a|<3>|4|, \{3\}$. Формула $|4|$ содержит символ — КЧ лиганда. Формула $|a|$ представлена буквой, соответствующей символу. Формула $<3>$ содержит индекс, равный числу одинаковых соседних символов. В формуле состава $\{3\}$ приводится общее число символов в полной формуле.

Нами установлена 41 теоретически возможная полная буквенная формула последовательностей длиной 1—7 букв при КЧ 1—7 и 54 реализованные буквенные формулы длиной 8—17 букв при КЧ 8—29. Формулы объединены в множества, содержащие только буквы $a, ab, abc, abcd, abcde, abcdef, abcdefg$ (формулы a, b, c, d, e, f, g). В косых скобках указано число формул длиной менее и более семи: $/1-0/ a: |a|, /3+3/ b: |ab, abab, ababab, >7 abababab, ababababab, abababababab|, /9+12/ c: |abc, abac, ababc, ababac, ababc, abcabc, abcabc, abababc, ababacac, -abacabc, >7 abababac, ababacac, abababc, abacabac, ababababc, ababcacac, abababacac, abababcabc, ababacabac, ababacabacabac|, /14+18/ d: |abcd, abacd, ababcd, abacad, abacbd, abacdc, abcabd, ababacd, ababcd, ababcd, abacabd, ababcd, ababcd, ababcd, >7 abababcd, ababacad, ababacdc, abacabad, abacabdc, abacdabc, abacdadc, abacdabc, ababcdac, abacabdbc, abacabcb, ababacdadc, ababcdacac, abababababcd|, abacdabacdc, ababababacdadc, abacadabacdacabc|, /10+17/ e: |abcde, abacde, abcade, ababcde, abacade, abacbd, abacde, abacdec, abcabde, abcadbe, >7 ababcade. ababcdbde, ababcdae, abacadae, abacbdde, abacdace, abacdade, abacdbed, abacddec, abcdabec, ababacade, ababacadae, ababcdcbce, ababcdceabd, ababcdceade, abacabaded, ababacadcabcaeb|, /3+4/ f: |abcdef, abcdef, abcdef, >7 abcdabef, ababcdcbef, abababcbdaebabf, ababacdedbcbadbf|, /1+0/ g: |abcdefg|. Всего реализованных формул 94.$

Теоретически возможным 41 формуле соответствуют 44 формулы составов и индексов (при следовании от большего индекса к меньшему), 155 буквенных формул с коэффициентами, 63 формулы из разных символов. Не реализованы из 41 формулы одна $abacabc$, из 44 и 63 формул реализованы все, из 155 не реализованы $|abc|<322>, |abcd|<2221>, |abcde|<31111, 22111, 21211>, |ababcac, ababcde, abcadbe|<1111111>$. Последние 6 буквенных формул установлены нами среди множества реализованных формул с КЧ 8 и более. В состав всех формул входит от 1 до 7 разных букв. Из 41 формулы не реализована одна.

Авторами [5] рассмотрены простые и дуальные им формы, тела Платона, Архимеда, Гесселя, Федорова. В ряду 1 (рис. 1) приводим n -гоны, в ряду 2 и 3 — полиэдры из 3-гонов, в ряду 4 — из 4-гонов. В ряду 5 полиэдры состоят из разных n -гонов с наименьшим 3-гоном. В ряду 6 наименьшим является 4-гон. В ряду 7 содержатся 5- и 10-гоны. В последнем ряду показаны окончания рядов 3, 4 и 7. Приводим формулы для фигур рис. 1.

Ряд 1. Bv 1—7 — $|a|<2>|2|, Bz$ 1 — $|a|<1>|3|, 2, 3 — |a|<1>|4|, 4, 5 — |a|<1>|6|, 6 — |a|<1>|8|, 7 — |a|<1>|.12|, Gv$ 1 — $|a|<3>|2|, 2, 3 — |a|<4>|2|, 4, 5 — |a|<6>|2|, 6 — |a|<8>|2|, 7 — |a|<.12>|2|, Gr$ 1—7 — $|a|<3, 4, 6, 8, .12>|0|$.

Ряд 2. Bv 1—6 — $|a|<4>|4|, 7 — |a|<3>|4|, |abab|<1111>|3434|, 8—10 — |abab|<1111>|4646|, |a|<6>|4|, 11 — |a|<8>|4|, |abab|<1111>|4848|, 12 — $|a|<.12>|4|, |abab|<1111>|4.12.4.12|, Bz$ 1—6 — $|a|<4>|3|, 7 — |a|<3>|3|, |a|<4>|3|, 8—10 — |a|<4>|3|, |a|<6>|3|, 11 — |a|<8>|3|, |a|<4>|3|, 12 — $|a|<.12>|3|, |a|<4>|3|, Gv$ 1—6 — $|a|<3>|4|, 7 — |ab|<21>|43|, 8—10 — |ab|<21>|46|, 11 — |ab|<21>|48|, 12 — |ab|<21>|4.12|, Gr$ 1—12 — $|a|<3>|3|$.$$

Ряд 3. Bv 1—3 — $|a|<3>|3|, 4 — |a|<3>|6|, |ababab|<111111>|363636|, 5 — |a|<3>|8|, |abababab|<11111111>|38383838|, 6, 7 — $|a|<4>|6|, |ababab|<11111111>|464646|, 8 — |abab|<1111>|6868|, |ababab|<11111111>|484848|, |abababab|<1111111111>|46464646|, 9—11 — $|a|<5>|5|, 12 — |a|<5>|6|, |ababab|<1111111111>|565656|, 13 — |a|<3>|.10|, |ababababab|<111111111111>|3.10.3.10.3.10.3.10.3.10|, 14 — |abab|<1111>|6.10.6.10|, |ababab|<11111111>|4.10.4.10.4.10.|, |ababababab|<111111111111>|4646464646|, Bz$ 1—3 — $|a|<3>|3|, 4 — |a|<3>|3|, |a|<6>|3|, 5 — |a|<3>|3|, |a|<8>|3|, 6, 7 — |a|<4>|3|, |a|<6>|3|, 8 — |a|<4>|3|, |a|<6>|3|, |a|<8>|3|, 9—11 — $|a|<5>|3|, 12 — |a|<5>|3|, |a|<6>|3|, 13 —$$$$

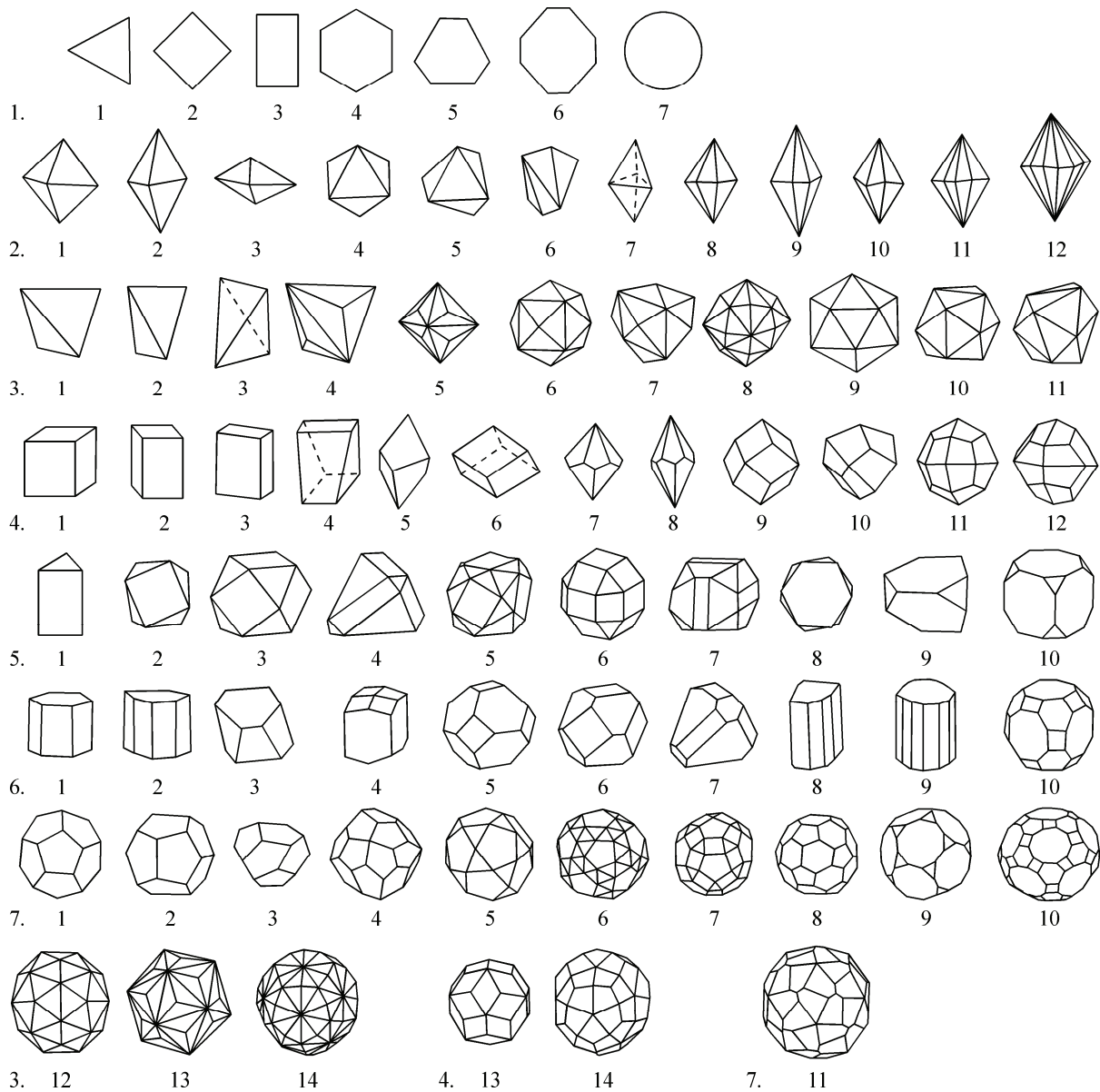


Рис. 1. Простые и дуальные им формы, тела Платона, Архимеда, Гесселя, Федорова

$|a\langle 3\rangle 3|$, $|a\langle .10\rangle 3|$, 14 — $|a\langle 4\rangle 3|$, $|a\langle 6\rangle 3|$, $|a\langle .10\rangle 3|$, Гв 1—3 — $|a\langle 3\rangle 3|$, 4 — $|ab\langle 21\rangle 63|$, 5 — $|ab\langle 21\rangle 83|$, 6, 7 — $|ab\langle 21\rangle 64|$, 8 — $|abc\langle 111\rangle 468|$, 9—11 — $|a\langle 3\rangle 5|$, 12 — $|ab\langle 21\rangle 65|$, 13 — $|ab\langle 21\rangle .10.3|$, 14 — $|abc\langle 111\rangle 46.10|$, Гр 1—14 — $|a\langle 3\rangle 3|$.

Ряд 4. Бв 1—6 — $|a\langle 3\rangle 3|$, 7 — $|a\langle 4\rangle 3|$, $|ab\langle 21\rangle 34|$, 8 — $|a\langle 6\rangle 3|$, $|ab\langle 21\rangle 36|$, 9 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 3|$, 10, $|a\langle 3\rangle 4|$, $|abab\langle 1111\rangle 3434|$, 11, 12 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, $|abab\langle 1111\rangle 3434|$, 13 — $|a\langle 3\rangle 5|$, $|a\langle 5\rangle 3|$, 14 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|abab\langle 1111\rangle 3535|$, $|a\langle 5\rangle 4|$, Бз 1—6 — $|a\langle 3\rangle 4|$, 7 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, 8 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 6\rangle 4|$, 9 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, 10 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, 11, 12 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, 13 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 5\rangle 4|$, 14 — $|a\langle 3\rangle 4|$, $|a\langle 4\rangle 4|$, $|a\langle 5\rangle 4|$, Гв 1—6 — $|a\langle 4\rangle 3|$, 7 $|ab\langle 31\rangle 3334|$, 8 — $|ab\langle 31\rangle 36|$, 9 — $|abab\langle 1111\rangle 3434|$, 10 — $|abab\langle 1111\rangle 3434|$, 11, 12 — $|ab\langle 31\rangle 43|$, 13 — $|abab\langle 1111\rangle 3535|$, 14 — $|abac\langle 1111\rangle 4345|$, Гр 1—14 — $|a\langle 4\rangle 4|$.

Ряд 5. Бв 1 — $|a\langle 3\rangle 3|$, 2 — $|a\langle 4\rangle 4|$, 3, 4 — $|a\langle 4\rangle 4|$, 5 — $|a\langle 5\rangle 5|$, 6, 7 — $|a\langle 4\rangle 4|$, 8 — $|a\langle 4\rangle 4|$, 9 — $|a\langle 3\rangle 3|$, 10 — $|a\langle 3\rangle 3|$, Бз 1 — $|ab\langle 21\rangle 43|$, 2 — $|ab\langle 31\rangle 34|$, 3, 4 — $|abab\langle 1111\rangle 3434|$, 5 — $|ab\langle 41\rangle 34|$, 6, 7 — $|ab\langle 31\rangle 43|$, 8 — $|ab\langle 31\rangle 36|$, 9 — $|ab\langle 21\rangle 63|$,

10 — $|ab|<21>|83|$, $\Gamma_в$ 1 — $|a|<3>|3|$, $|a|<4>|3|$, 2 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, 3, 4 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, 5 — $|a|<3>|5|$, $|a|<4>|5|$, 6, 7 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, 8 — $|a|<3>|4|$, $|a|<6>|4|$, 9 — $|a|<3>|3|$, $|a|<6>|3|$, 10 — $|a|<3>|3|$, $|a|<8>|3|$, Γ_p 1 — $|a|<3>|4|$, $|abab|<1111>|3434|$, 2 — $|a|<4>|3|$, $|ab|<21>|34|$, 3, 4 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|3|$, 5 — $|a|<3>|3|$, $|ab|<21>|34|$, $|a|<4>|3|$, 6, 7 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, $|abab|<1111>|3434|$, 8 — $|a|<6>|3|$, $|ab|<21>|36|$, 9 — $|a|<3>|6|$, $|ababab|<111111>|363636|$, 10 — $|a|<3>|8|$, $|abababab|<11111111>|38383838|$.

Ряд 6. $B_в$ 1—3 — $|a|<3>|3|$, 4 — $|a|<4>|3|$, $|a|<3>|3|$, $|ab|<21>|34|$, 5—7 — $|a|<3>|3|$, 8 — $|a|<3>|3|$, 9 — $|a|<3>|3|$, 10 — $|a|<3>|3|$, $B_г$ 1—3 — $|ab|<21>|46|$, 4 — $|a|<4>|4|$, $|ab|<21>|46|$, 64], 5—7 — $|ab|<21>|64|$, 8 — $|ab|<21>|48|$, 9 — $|ab|<21>|4.12|$, 10 — $|abc|<111>|468|$, $\Gamma_в$ 1—3 — $|a|<4>|3|$, $|a|<6>|3|$, 4 — $|a|<6>|3|$, $|ab|<31>|34|$, 5—7 — $|a|<4>|3|$, $|a|<6>|3|$, 8 — $|a|<4>|3|$, $|a|<8>|3|$, 9 — $|a|<4>|3|$, $|a|<.12>|3|$, 10 — $|a|<4>|3|$, $|a|<6>|3|$, $|a|<8>|3|$, Γ_p 1—3 — $|abab|<1111>|4646|$, $|a|<6>|4|$, 4 — $|ab|<22>|46|$, $|abab|<2121>|4646|$, 5—7 — $|a|<4>|6|$, $|ababab|<111111>|464646|$, 8 — $|a|<8>|4|$, $|abab|<1111>|4848|$, 9 — $|a|<.12>|4|$, $|abab|<1111>|4.12.4.12|$, 10 — $|abab|<1111>|6868|$, $|ababab|<111111>|484848|$, $|abababab|<11111111>|46464646|$.

Ряд 7. $B_в$ 1—3 — $|a|<3>|3|$, 4 — $|a|<3>|3|$, $|a|<4>|3|$, $|ab|<21>|34|$, 5 — $|a|<4>|4|$, 6 — $|a|<5>|5|$, 7 — $|a|<4>|4|$, 8 — $|a|<3>|3|$, 9 — $|a|<3>|3|$, 10 — $|a|<3>|3|$, 11 — $|a|<3>|3|$, $|a|<5>|3|$, $|ab|<21>|35|$, $B_г$ 1—3 — $|a|<3>|5|$, 4 — $|a|<3>|5|$, $|a|<4>|5|$, 5 — $|abab|<1111>|3535|$, 6 — $|ab|<41>|35|$, 7 — $|abac|<1111>|4345|$, 8 — $|ab|<21>|65|$, 9 — $|ab|<21>|.10.3|$, 10 — $|abc|<111>|4.6.10|$, 11 — $|a|<3>|5|$, $|a|<5>|4|$, $\Gamma_в$ 1—3 — $|a|<5>|3|$, 4 — $|ab|<41>|34|$, 5 — $|a|<3>|4|$, $|a|<5>|4|$, 6 — $|a|<3>|5|$, $|a|<5>|5|$, 7 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, $|a|<5>|5|$, 8 — $|a|<5>|3|$, $|a|<6>|3|$, 9 — $|a|<3>|3|$, $|a|<.10>|3|$, 10 — $|a|<4>|3|$, $|a|<6>|3|$, $|a|<.10>|3|$, 11 — $|ab|<41>|35|$, Γ_p 1—3 — $|a|<5>|5|$, 4 — $|a|<5>|5|$, 5 — $|a|<3>|5|$, $|a|<5>|3|$, 6 — $|a|<3>|3|$, $|a|<5>|3|$, $|ab|<21>|35|$, 7 — $|a|<3>|4|$, $|a|<5>|4|$, $|abab|<1111>|3535|$, 8 — $|a|<5>|6|$, $|ababab|<111111>|565656|$, 9 — $|a|<3>|.10|$, $|ababababab|<1111111111>|3.10.3.10.3.10.3.10.3.10|$, 10 — $|abab|<1111>|6.10.6.10|$, $|ababab|<111111>|4.10.4.10.4.10|$, $|ababababab|<1111111111>|4646464646|$, 11 — $|a|<5>|5|$.

Все n -гональные призмы и антипризмы с $n = 5, 7$ и более характеризуются такими же формулами, что и 6-гональные (ряд 5—8 и ряд 6—2), но с заменой символа 6 на 5, 7 и более. Тело Архимеда, добавленное Л.Ф. Тотом, отличается от фигуры ряда 5.8 поворотом нижней пирамиды на 90° и дополнительной формулой $\Gamma_p |ab|<31>|43|$.

Множеству формул соответствуют КЧ 3, 4, 5, 6, 8, .10, .12, формулы буквенные $|a, ab, abc, abab, abac, ababab, abababab, ababababab|$, формулы индексов $\langle 3, 21, 111, 4, 31, 22, 1111, 5, 41, 11111, 6, 2211, 111111, 8, 11111111, .10, 1111111111, .12, 111111111111 \rangle$, формулы разных символов $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, .10, .12, 34, 35, 36, 38, 3.10, 46, 48, 4.10, 4.12, 56, 68, 6.10, 345, 468, 4.6.10\}$, формулы составов $\{3, 21, 111, 4, 31, 22, 211, 5, 6, 33, 8, 44, .10, 55, .12, 66\}$.

Важнейшей характеристикой кристаллических структур являются сетки Кеппера—Шубникова (КШ) и дуальные им сетки Лавеса (Л) (рис. 2), в частности, широко распространенные слои плотноупакованные из 3-, 4- и 6-гонов [14].

Приводим формулы для этих сеток.

КШ $B_в$, Л Γ_p 1 — $|a|<4>|4|$, 2 — $|a|<3>|3|$, 3 — $|a|<6>|6|$, 4 — $|a|<4>|4|$, 5 — $|a|<5>|5|$, 6 — $|a|<4>|4|$, 7 — $|a|<3>|3|$, 8 — $|a|<3>|3|$, 9 — $|a|<5>|5|$, 10 — $|a|<5>|5|$, 11 — $|a|<3>|3|$, КШ $B_г$, Л $\Gamma_в$ 1 — $|a|<4>|4|$, 2 — $|a|<3>|6|$, 3 — $|a|<6>|3|$, 4 — $|abab|<1111>|3636|$, 5 — $|ab|<41>|34|$, 6 — $|abac|<1111>|4346|$, 7 — $|abc|<111>|46.12|$, 8 — $|ab|<21>|.12.3|$, 9 — $|abab|<2111>|3434|$, 10 — $|ab|<32>|34|$, 11 — $|ab|<21>|84|$, КШ $\Gamma_в$, Л $B_г$ 1 — $|a|<4>|4|$, 2 — $|a|<6>|3|$, 3 — $|a|<3>|6|$, 4 — $|a|<3>|4|$, $|a|<6>|4|$, 5 — $|a|<3>|5|$, $|a|<6>|5|$, 6 — $|a|<3>|4|$, $|a|<4>|4|$, $|a|<6>|4|$, 7 — $|a|<4>|3|$, $|a|<6>|3|$, $|a|<.12>|3|$, 8 — $|a|<3>|3|$, $|a|<.12>|3|$, 9 — $|a|<3>|5|$, $|a|<4>|5|$, 10 — $|a|<3>|5|$, $|a|<4>|5|$, 11 — $|a|<4>|3|$, $|a|<8>|3|$, КШ Γ_p , Л $B_в$ 1 — $|a|<4>|4|$, 2 — $|a|<6>|6|$, 3 — $|a|<3>|3|$, 4 — $|a|<3>|6|$, $|a|<6>|3|$, 5 — $|a|<3>|3|$, $|a|<5>|3|$, $|ab|<21>|36|$, 6 — $|a|<3>|4|$, $|abab|<1111>|3636|$, $|a|<6>|4|$, 7 — $|abab|<1111>|6.12.6.12|$, $|ababab|<111111>|4.12.4.12.4.12|$, $|abababababab|<111111111111>|464646464646|$, 8 — $|a|<3>|.12|$, $|abababababab|<.12>|3.12.3.12.3.12.3.12.3.12.3.12.3.12.3.12.3.12|$, 9 — $|ab|<21>|43|$, $|a|<4>|3|$, 10 — $|ab|<21>|34|$, $|abab|<1111>|3434|$, 11 — $|a|<4>|8|$, $|abababab|<1111111111>|48484848|$. Формулам соответствуют КЧ 3, 4, 5, 6, 8, .12, формулы буквенные $|a, ab, abc, abab, abac, ababab, abababab, ababababab|$, формулы индексов $\langle 3, 21, 111, 4, 5, 41 \rangle$.

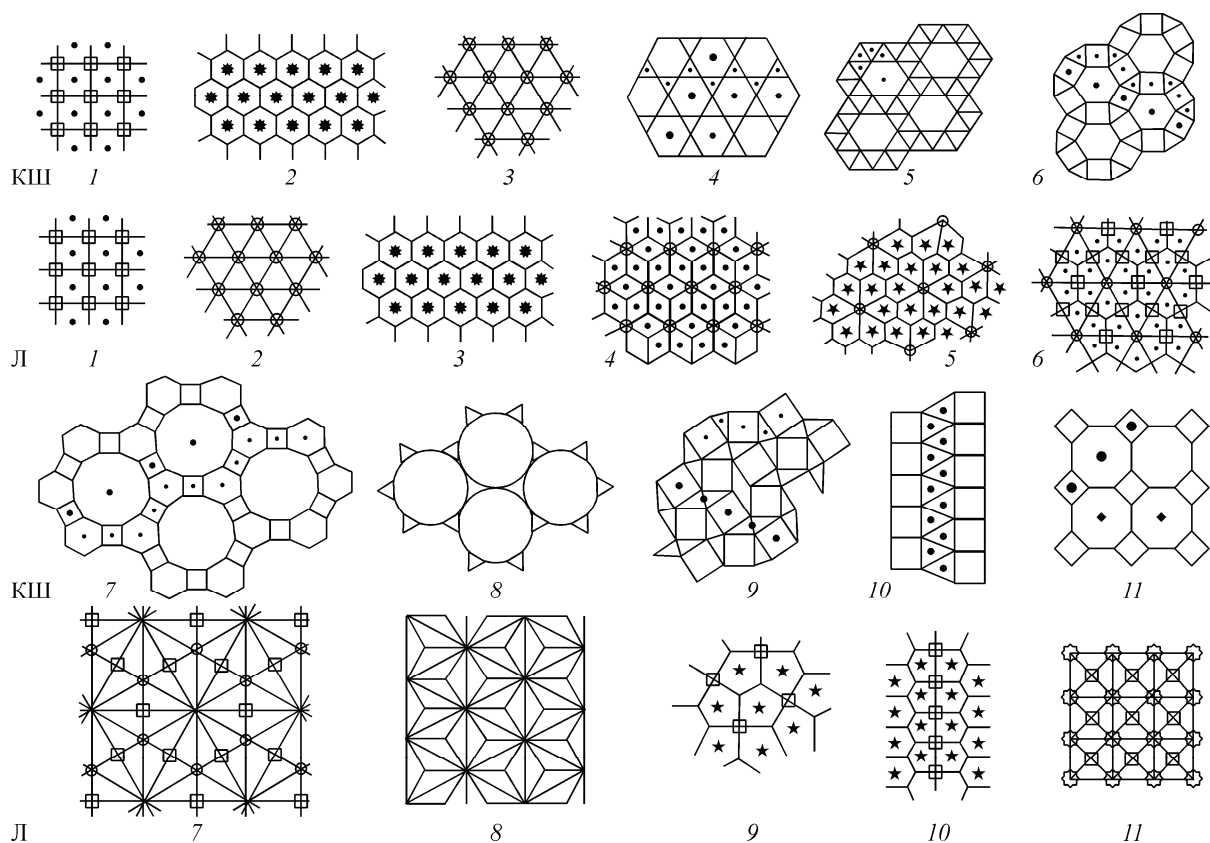


Рис. 2. В сетках КШ выделены ленты, в сетках Л обозначены вершины с КЧ 4 — квадрат, 6 — 6-гон, 8 — 8-гон, 3 и 12 — точки, n -гоны с $n = 4$ обозначены точками, 5 — пентаклами, 6 — солнцем, 3 — пустые

32, 2111, 6, 111111, 8, 11111111, .12, 111111111111>, формулы разных символов [3, 4, 5, 6, 8, .12, 34, 36, 46, 48, 3.12, 4.12, 6.12, 346, 46.12], формулы составов {3, 21, 111, 4, 22, 5, 41, 211, 32, 6, 33, 8, 44, .12, 66}.

На рис. 3, 2—5 приведена модулярная серия кристаллических структур из [15]. Им соответствует гетерополитипная серия из лент существующих латентно в сетках КШ рис. 2, 1 и 2, 4. (см. рис. 3, 1).

Сочленение лент из сетки КШ4 по вершинам чередуется с сочленением по ребрам, затем изолированно с образованием промежуточной ленты из квадратов. В состав сетки КШ 4 входят ленты T и M . На рис. 3 лента T чередуется с лентой C из сетки КШ 1. Лента C состоит из чередующихся серых и черных квадратов. Последовательность лент осуществляется по формуле $|a|<1>$ (ленты T и M на рис. 3, 2 и ленты B на рис. 3, 3), по формуле $|ab|<11>|TC, MB|$, $|ab|<21>|TC, MB|$, $|ab|<31>|TC|$. Во всех случаях, кроме последнего, ленты сочленены одинаково

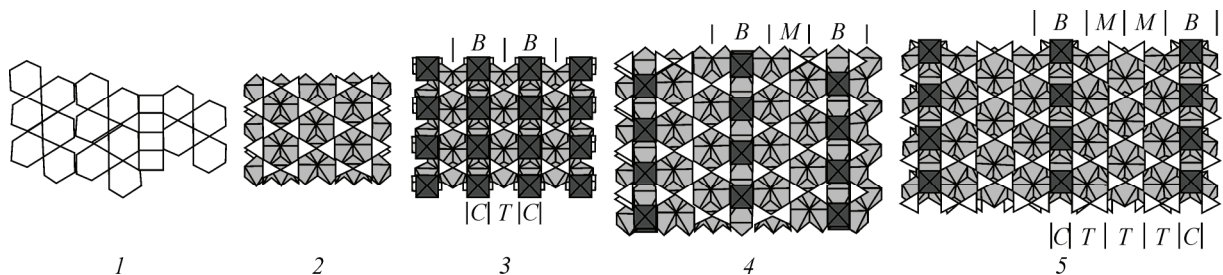
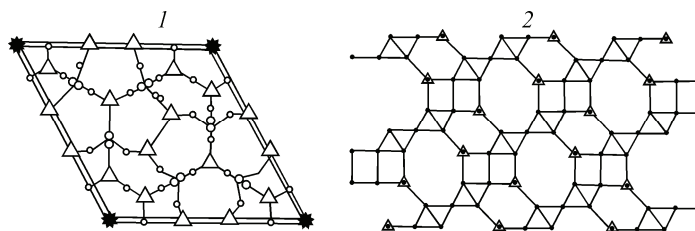


Рис. 3. 1 — гетерополитип, 2 — филосиликат, слой TOT , 3 — бафертисит, слой HOH (B), 4 — астрофилит, 5 — нафертисит

Рис. 4. Карта потенциалов цеолита — 1,
сетка цеолита — 2



или по-разному, но идентично. В случае последовательности *TTTC* ленты *T* не идентичны, так как одна сочленена с двумя лентами *T*, а другая с *T* и *C*. Ленты же *M* идентичны, так как обе сочленены с *M* и *B*. Возможно, поэтому последовательности с такими формулами устойчивы. Если пренебречь цветом полигонов, то формулы вершин и *n*-гонов будут:

Вв $|a\langle 4\rangle|4|$, $\{4\}$, Bz $|abab\langle 1111\rangle|3636|$, $\{22\}$, $n|abc\langle 211\rangle|436|$, $\{211\}$, $Гв$ $|a\langle 3\rangle|4|$, $\{3\}$, $|a\langle 6\rangle|4|$, $\{6\}$, $n|a\langle 4\rangle|4|$, $\{4\}$, $Гр$ $|a\langle 3\rangle|6|$, $\{3\}$, $|a\langle 6\rangle|3|$, $\{6\}$, $n|ab\langle 21\rangle|64|$, $\{21\}$, $n|abab\langle 1111\rangle|3434, 4646|$, $\{22\}$, $n|ab\langle 51\rangle|34|$, $\{51\}$, $n|abab\langle 2121\rangle|3434|$, $\{42\}$. Буквой *n* обозначены новые формулы, возникшие в промежуточных членах серии.

На рис. 4, 1 приведена сетка потенциалов для цеолита *MWW* [16], в которой вершины с КЧ 3 обозначаем 3-гоном, а 6-гоны — солнцем. Формулы в этой сетке будут: *Вв* $|a\langle 3\rangle|4|$, $\{3\}$, $|ab\langle 21\rangle|34, 43|$, $\{21\}$, $|a\langle 4\rangle|3|$, $\{4\}$, *Вз*, $|a\langle 3\rangle|5|$, $\{3\}$, $|ab\langle 21\rangle|56|$, $\{21\}$, $|a\langle 4\rangle|5|$, $\{4\}$, *Гв* $|abab\langle 2111\rangle|3434|$, $\{32\}$, $|a\langle 6\rangle|3|$, $\{6\}$, *Гр* $|a\langle 5\rangle|5|$, $\{5\}$, $|ab\langle 41\rangle|56|$, $\{41\}$, $|a\langle 6\rangle|5|$, $\{6\}$.

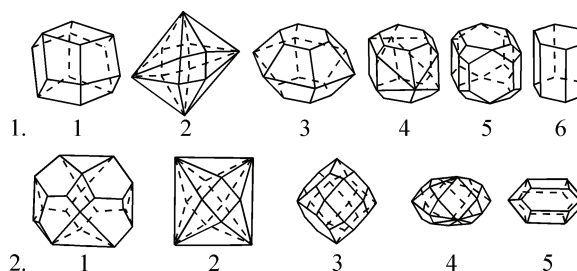
На рис. 4, 2 приведена сетка из цеолитов [17], в которой вершины с КЧ 3 обозначаем 3-гонами. Ромбы представляем как два треугольника. Приводим формулы для этой сетки: *Вв* $|a\langle 3\rangle|4|$, $\{3\}$, $|ab\langle 31\rangle|43|$, $\{31\}$, $|a\langle 4\rangle|4|$, $\{4\}$, *Вз* $|abc\langle 111\rangle|468|$, $\{111\}$, $|abc\langle 211\rangle|348, 368, 436|$, $\{211\}$, $|abab\langle 1111\rangle|3838|$, $\{22\}$, $|abac\langle 1111\rangle|4648|$, *Гв* $|a\langle 3\rangle|4|$, $\{3\}$, $|ab\langle 31\rangle|43|$, $\{31\}$, $|abab\langle 2121\rangle|4343|$, $\{42\}$, $|abab\langle 3131\rangle|4343|$, $\{62\}$, *Гр* $|ab\langle 21\rangle|83|$, $\{21\}$, $|abc\langle 111\rangle|346|$, $\{111\}$, $|abcd\langle 1111\rangle|3468|$, $\{1111\}$, $|abcabc\langle 111111\rangle|348348|$, $\{222\}$, $|abcabc\langle 211211\rangle|346346|$, $\{422\}$.

Внешние формы зародышей кристаллов серы моноклинной — 1. и ромбической — 2. (рис. 5) были получены компьютерным моделированием [18].

Для моделей форм роста зародышей кристаллов нами были определены формулы: 1.1 *Вв* $|a\langle 3\rangle|4|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, *Вз* $|a\langle 3\rangle|4|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, *Гр* $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, *Гр* $|a\langle 4\rangle|4|$, 1.2 *Вв* $|ab\langle 22\rangle|46|$, $|abab\langle 2121\rangle|4646|$, *Вз* $|ab\langle 31\rangle|34|$, $|a\langle 6\rangle|3|$, *Гв* $|a\langle 3\rangle|3|$, $|ab\langle 21\rangle|34|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, 1.3 *Вв* $|ab\langle 21\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, *Гв* $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|a\langle 6\rangle|3|$, *Гр* $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, 1.4 *Вв* $|ab\langle 21\rangle|34, 36|$, $|abc\langle 211\rangle|436|$, $|abab\langle 2121\rangle|4343|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|ab\langle 31\rangle|43|$, $|abab\langle 2121\rangle|4343|$, *Гв* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|abc\langle 211\rangle|346|$, *Гр* $|a\langle 3\rangle|4|$, $|abac\langle 1111\rangle|4346|$, $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, 1.5 *Вв* $|ab\langle 21\rangle|43|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, $|abab\langle 1111\rangle|4646|$, *Гр* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|ab\langle 22\rangle|46|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, *Гв* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, $|abab\langle 2121\rangle|3434|$, 1.6 *Вв* $|a\langle 3\rangle|3|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, *Гв* $|a\langle 4\rangle|3|$, $|a\langle 6\rangle|3|$, *Гр* $|abab\langle 1111\rangle|4646|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, 2.1 *Вв* $|ab\langle 21\rangle|43|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|53, 54|$, $|ab\langle 22\rangle|35|$, $|abac\langle 1111\rangle|5354|$, *Гв* $|a\langle 3\rangle|4|$, $|ab\langle 21\rangle|43|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, $|ab\langle 32\rangle|43|$, *Гр* $|ab\langle 21\rangle|53|$, $|a\langle 4\rangle|5|$, $|ababc\langle 11111\rangle|35354|$, 2.2, *Вв* $|ab\langle 22\rangle|46|$, $|abab\langle 2121\rangle|4646|$, *Вз* $|ab\langle 31\rangle|34|$, $|a\langle 6\rangle|3|$, *Гв* $|ab\langle 21\rangle|46, 64|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, *Гр* $|ab\langle 21\rangle|34|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, 2.3, *Вв* $|ab\langle 21\rangle|43|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, $|abab\langle 1111\rangle|4646|$, *Гв* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, $|abab\langle 2121\rangle|4646|$, *Гр* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|ab\langle 22\rangle|46|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, 2.4, *Вв* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|ab\langle 22\rangle|46|$, $|a\langle 6\rangle|4|$, *Вз* $|a\langle 4\rangle|4|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, $|abab\langle 2121\rangle|3434|$, *Гв* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, $|ab\langle 31\rangle|46|$, *Гр* $|ab\langle 21\rangle|43|$, $|a\langle 4\rangle|3|$, $|ab\langle 22\rangle|34|$, 2.5. *Вв* $|ab\langle 21\rangle|34|$, $|abab\langle 1111\rangle|3434|$, *Вз* $|ab\langle 21\rangle|46|$, $|a\langle 4\rangle|4|$, *Гв* $|ab\langle 22\rangle|34|$, $|a\langle 6\rangle|3|$, *Гр* $|ab\langle 31\rangle|46|$, $|a\langle 6\rangle|4|$. КЧ — 3, 4, 5, 6, формулы буквенные $|a, ab, abc, abab, abac, ababc|$, формулы индексов $\langle 3, 21, 4, 31, 22, 211, 1111, 5, 32, 11111, 6, 2211\rangle$, формулы символов $|3, 4, 5, 34, 35, 36, 45, 46, 345, 346|$, формулы составов $\{3, 21, 4, 31, 22, 211, 5, 32, 221, 6, 42\}$.

Класс рассматриваемых объектов ограничен объектами, отображаемыми полигональными сетками. В этом случае применимы формулы Шлефли и справедливы полученные нами резуль-

Рис. 5. Модели форм роста зародышей кристаллов



таты. Но буквенные формулы с коэффициентами могут быть использованы также для любых объектов, представляемых циклическими и линейными последовательностями, в частности кластеров, блоков, слоев.

Среди приведенных в этой статье формул вершин и n -гонов полигональных сеток нет ни одной, которая не была бы выявлена ранее [10, 19]. Из этого следует, что установленные множества формул предопределяют стабильность небольшого числа качественных и количественных отношений в разномасштабных системах, предопределяют аналогию локальной координации при порядке и беспорядке. Все новые реализованные последовательности, как циклические, так и линейные, длиной 1—7 и с КЧ 1—7 могут быть представлены только 41 и 155 формулами. Формулы и их встречаемость можно использовать как диагностические признаки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бокий Г.Б. / Докл. АН СССР. – 1938. – **21**, № 25. – С. 244 – 245.
2. Болдырев А.К., Доливо-Добровольский В.В., Шафрановский И.И. и др. Определитель кристаллов. – Л.—М.: ОНТИ—НКТП, 1937. – Т. 1, ч. 1. – С. 438.
3. Бокий Г.Б. Кристаллохимия. – М.: Наука, 1971.
4. Булах А.Г. Общая минералогия. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербург. ун-та, 1999.
5. Галиулин Р.В. Лекции по геометрическим основам кристаллографии. – Изд-во Челябинского гос. ун-та, 1989.
6. Егоров-Тисменко Ю.К., Литвинская Г.П., Загальская Ю.Г. Кристаллография. – М.: Изд-во МГУ, 1992.
7. Попов Г.М., Шафрановский И.И. Кристаллография. – М.: Высшая шк., 1964.
8. Чупрунов Е.В., Хохлов А.Ф., Фаддеев М.А. Кристаллография. – М.: ФМ, 2000.
9. Войтеховский Ю.Л. // Математические исследования в кристаллографии, минералогии и петрографии: Труды Всеросс. научной школы. – Апатиты, 2005. – С. 54 – 62.
10. Смирнова Н.Л. // Система. Планета Земля: Материалы XVI научного семинара 2008. – М.: ООО "Гармония в строении Земли и планет. 2008". – С. 47 – 58.
11. Асланов Л.А. Структуры веществ. – М.: Изд-во МГУ, 1989.
12. Белов Н.В. Структура ионных кристаллов и металлических фаз. – М.: Изд-во АН СССР, 1947.
13. Daams J.L.C., Villars P. // J. Alloys Compounds. – 1994. – **215**. – P. 1 – 34.
14. Борисов С.В. // Кристаллография. – 2000. – **45**, № 5. – С. 775 – 779, 779 – 783.
15. Ferraris G. // Z. Kristallogr. – 2008. – **223**. – S. 76 – 84.
16. Gilmore C.J., Dong W., Dorset D.L. // Acta Crystallogr. A. – 2008. – **64**, N 2. – P. 284 – 294.
17. Gatta G.D. // Z. Kristallogr. – 2008. – **223**, N 1-2. – S. 160 – 170.
18. Потехин К.А., Скворцов К.В., Малеев А.В., Рау В.Г. // Тез. докл. XIII нац. конф. по росту кристаллов. 2008. – С. 163.
19. Смирнова Н.Л. // Труды IV Всерос. науч. школы "Математические исследования в кристаллографии, минералогии и петрографии". – Апатиты, 2008. – С. 60 – 67.