

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

ПОРОГОВАЯ БИНАРИЗАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ
НА ОСНОВЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ АСИММЕТРИИ И ЭКСЦЕССА
УСЕЧЁННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

И. С. Грузман

Новосибирский государственный технический университет,
630092, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: isguzman@gmail.com

Представлен эвристический метод определения порога бинаризации, устойчиво работающий по бимодальным и унимодальным гистограммам наблюдаемых изображений. Для выбора порога предложена мера на основе коэффициентов асимметрии и эксцесса усечённых распределений. Результаты экспериментальных исследований показали, что бинаризация может быть успешно выполнена независимо от различий размеров классов.

Ключевые слова: порог, бинаризация изображений, асимметрия, эксцесс, усечённое распределение.

Введение. В ряде задач анализа изображений необходимо выполнять преобразование исходного полутонового изображения $x = \{x(i_1, i_2), i_1 = \overline{1, n_1}, i_2 = \overline{1, n_2}\}$ в двухуровневое $y = \{y(i_1, i_2), i_1 = \overline{1, n_1}, i_2 = \overline{1, n_2}\}$ методом пороговой бинаризации [1, 2]:

$$y(i_1, i_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } x(i_1, i_2) \leq C, \\ 1 & \text{при } x(i_1, i_2) > C, \end{cases} \quad (1)$$

где C — глобальный порог; $n_1 \times n_2$ — размеры изображения. Равенство нулю отсчётов бинарного изображения y соответствует принятию решения γ_0 о том, что отсчёты исходного изображения x принадлежат к классу H_0 (например, фону), в противном случае — принятию решения γ_1 о том, что отсчёты исходного изображения x принадлежат к классу H_1 (например, объекту).

При синтезе алгоритмов пороговой бинаризации обычно полагается, что одномерная плотность распределения яркости отсчётов изображения x представляет собой взвешенную сумму унимодальных распределений [1]:

$$w(x) = p_0 w(x | H_0) + (1 - p_0) w(x | H_1), \quad (2)$$

где $w(x | H_0)$ и $w(x | H_1)$ — унимодальные плотности распределения вероятностей яркости фона H_0 и объекта H_1 ; p_0 — априорная вероятность класса H_0 . Величина p_0 определяет площадь на изображении, занимаемую классом H_0 . Примем, что математическое ожидание m_0 распределения $w(x | H_0)$ меньше математического ожидания m_1 распределения $w(x | H_1)$.

Основная проблема пороговой бинаризации — автоматическое определение порога C для перекрывающихся распределений $w(x | H_0)$ и $w(x | H_1)$. Причина состоит в том, что

ни один из существующих методов выбора порога не является универсальным. Если плотности распределения $w(x | H_k)$, $k = \overline{0, 1}$, и априорная вероятность p_0 известны, то можно определить байесовский порог C_{opt} , оптимальный в смысле минимума вероятности ошибки классификации [1, 2]:

$$P_{\text{err}}(C) = p_0\alpha(C) + (1 - p_0)\beta(C), \quad (3)$$

где

$$\alpha(C) = p(\gamma_1 | H_0) = \int_C^{\infty} w(x | H_0) dx, \quad \beta(C) = p(\gamma_0 | H_1) = \int_{-\infty}^C w(x | H_1) dx$$

— условные вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Однако, как правило, выбор порога приходится производить в условиях априорной неопределённости.

В качестве исходных данных для автоматического выбора порога часто используется гистограмма $\tilde{w}(x)$ изображения x , которую можно рассматривать как оценку $w(x)$. Наиболее распространённым автоматическим методом выбора глобального порога по гистограмме $\tilde{w}(x)$ является достаточно простой и эффективный метод Оцу [3], основанный на минимизации внутриклассовой дисперсии. Порог C_{Otsu} , вычисленный с помощью этого метода, в ряде случаев практически совпадает с оптимальным порогом C_{opt} , удовлетворяющим условию $C_{\text{opt}} = \arg \min_C P_{\text{err}}(C)$. Но при неравных размерах объекта и фона ($p_0 \gg p_1$ или $p_0 \ll p_1$) либо при значительных различиях дисперсий распределений $w(x | H_0)$ и $w(x | H_1)$ смещение порога C_{Otsu} относительно C_{opt} оказывается чрезмерно большим [4].

В зависимости от статистических характеристик классов H_0 и H_1 распределение (2) может быть как бимодальным, так и унимодальным, т. е. содержать два пика или только один выраженный пик. Для унимодального распределения $w(x)$ эффективным является автоматический метод выбора порога [5], основанный на форме гистограммы $\tilde{w}(x)$. В качестве порога C_{Ros} выбирается абсцисса точки гистограммы, для которой расстояние от гистограммы до прямой, проходящей через точку максимума и точку конца гистограммы, максимально [5]. Такой метод чувствителен к флуктуациям гистограммы, в частности к координатам точки её максимума. Кроме того, необходима априорная информация о том, с какой стороны от моды гистограммы следует определять порог бинаризации.

Во многих приложениях распределения $w(x | H_k)$, $k = \overline{0, 1}$, являются не только унимодальными, но и симметричными, например при наблюдении бинарных изображений на фоне аддитивного гауссовского шума [1, 6].

Цель данной работы — построение метода определения глобального порога бинаризации на основе оценок коэффициентов асимметрии и эксцесса усечённых распределений по гистограмме $\tilde{w}(x)$ исходного изображения x при перекрывающихся симметричных распределениях $w(x | H_0)$ и $w(x | H_1)$. Метод должен обеспечивать близкий к оптимальному уровень вероятности ошибки классификации при изменении априорных вероятностей и дисперсий классов в широких пределах.

Предлагаемый метод. При фиксированном значении порога C из распределения (2) получаем два усечённых распределения смеси справа и слева:

$$w^{(0)}(x; C) = \begin{cases} \frac{w(x)}{C} & \text{при } x \leq C, \\ \int_{-\infty}^C w(x) dx & \\ 0 & \text{при } x > C, \end{cases} \quad (4)$$

$$w^{(1)}(x; C) = \begin{cases} \frac{w(x)}{C} & \text{при } x > C, \\ 1 - \int_{-\infty}^x w(x) dx & \\ 0 & \text{при } x \leq C, \end{cases} \quad (5)$$

которые представляют собой условные распределения исходной случайной величины при $x \leq C$ и $x > C$ соответственно. Коэффициенты асимметрии и эксцесса усечённых распределений [7]:

$$\text{Sk}^{(k)}(C) = \frac{\mu_3^{(k)}(C)}{(\mu_2^{(k)}(C))^{3/2}}, \quad k = \overline{0, 1}, \quad (6)$$

$$\text{Ex}^{(k)}(C) = \frac{\mu_4^{(k)}(C)}{(\mu_2^{(k)}(C))^2} - 3, \quad k = \overline{0, 1}. \quad (7)$$

Здесь $\mu_l^{(k)}(C)$ — центральный момент l -го порядка усечённого распределения $w^{(k)}(x; C)$.

Подчёркнём, что у симметричных унимодальных распределений мода совпадает с математическим ожиданием, коэффициент асимметрии равен нулю. Кроме того, коэффициенты асимметрии и эксцесса инвариантны относительно преобразований сдвига и масштаба случайной величины. Оптимальный порог C_{opt} , являющийся корнем уравнения

$$w(x | H_0)p_0 = w(x | H_1)p_1, \quad (8)$$

обычно удовлетворяет неравенству

$$m_0 < C_{\text{opt}} < m_1, \quad (9)$$

при нарушении которого одна из условных вероятностей ошибок превышает 0,5, что делает процедуру бинаризации нецелесообразной.

Рассмотрим на качественном уровне, как ведёт себя коэффициент асимметрии при изменении порога C . При $C \ll m_0$ функция $\text{Sk}^{(0)}(C) < 0$ и убывает при увеличении C , так как левый «хвост» усечённого справа распределения длиннее правого и его вес возрастает. При дальнейшем увеличении порога функция $\text{Sk}^{(0)}(C)$ начинает возрастать, поскольку, во-первых, постепенно увеличивается правый хвост усечённого справа распределения $w(x | H_0)$, во-вторых, возрастает вклад второго слагаемого распределения смеси (2) в этой функции. При $C \rightarrow \infty$ коэффициент асимметрии $\text{Sk}^{(0)}(C)$ стремится к значению коэффициента асимметрии неусечённого распределения $w(x)$. Функция $\text{Sk}^{(0)}(C)$ достигает отрицательного минимального значения при $C < m_0$. Положение экстремума зависит от параметров смеси (2) и вида распределений. Аналогичным образом при изменении порога справа налево коэффициент асимметрии $\text{Sk}^{(1)}(C)$ достигает положительного максимума при $C > m_1$. Таким образом, функция

$$g_1(C) = (\text{Sk}^{(0)}(C))^2 + (\text{Sk}^{(1)}(C))^2 \quad (10)$$

имеет два максимума при $C < m_0$ и $C > m_1$. С учётом (9) оптимальное значение порога находится между этими двумя максимумами. Так же ведёт себя положительная функция

$$g_2(C) = \text{Ex}^{(0)}(C) + \text{Ex}^{(1)}(C) + 6. \quad (11)$$

Для выбора порога бинаризации C_g на основе коэффициентов асимметрии и эксцесса усечённых распределений предлагается эвристический метод

$$C_g = \arg \min_C (g_1(C) + 1)g_2(C) \quad (12)$$

при условии, что минимум располагается между двумя локальными максимумами. В противном случае принимается решение о том, что изображение является статистически однородным и все его отсчёты относятся к одному классу. В выражении (12) к $g_1(C)$ добавлена единица, чтобы ни один из сомножителей не равнялся нулю и тем самым не подавлял влияния другого на положение минимума.

Результаты экспериментальных исследований. Исследование методов определения порогов бинаризации проводилось на моделях и реальных изображениях, их сравнительный анализ осуществлялся методом компьютерного моделирования. В качестве модели распределений $w(x | H_k)$, $k = \overline{0, 1}$, использовалось обобщённое гауссовское распределение, широко применяемое в обработке изображений и сигналов [8]:

$$w(x | H_k) = \frac{1}{2\Gamma(1 + 1/t)\lambda\sigma_k} \exp\left(-\left|\frac{x - m_k}{\lambda\sigma_k}\right|^t\right), \quad k = \overline{0, 1}, \quad (13)$$

где $\lambda = \sqrt{\Gamma(1/t)/\Gamma(3/t)}$; $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция. Данное симметричное распределение характеризуется тремя параметрами: математическим ожиданием m_k , дисперсией σ_k^2 , показателем степени распределения t , определяющим форму распределения. В частности, эксцесс $\text{Ex} = \mu_4/\mu_2^2 - 3 = \Gamma(5/t)\Gamma(1/t)/\Gamma(3/t)^2 - 3$ зависит только от параметра t . При $t = 1$ распределение (13) является распределением Лапласа, при $t = 2$ — гауссовским, при $t = \infty$ — равномерным.

С учётом (8) и (13) значение C_{opt} вычислялось путём решения численным методом нелинейного уравнения

$$\left|\frac{x - m_1}{\sigma_1}\right|^t - \left|\frac{x - m_0}{\sigma_0}\right|^t = \lambda^t \ln \frac{p_1\sigma_0}{p_0\sigma_1}.$$

В соответствии с заданными параметрами смеси (2) формировалась 1000 изображений $\{x_m, m = \overline{1, 1000}\}$, каждое из которых состояло из $n_1 \times n_2$ независимых отсчётов. Для вычисления гистограмм $\{\tilde{w}_m(x), m = \overline{1, 1000}\}$ диапазон возможных значений x_m ограничивался интервалом $[\min(m_0 - 5\sigma_0, m_1 - 5\sigma_1), \max(m_0 + 5\sigma_0, m_1 + 5\sigma_1)]$, который разбивался на N одинаковых подынтервалов. Далее по каждой гистограмме $\tilde{w}_m(x)$ находились оценки моментов усечённых распределений и согласно (12) определялся порог $C_{g,m}$. Пороги $C_{\text{Otsu},m}$ и $C_{\text{Ros},m}$ вычислялись по гистограмме $\tilde{w}_m(x)$ в соответствии с методами, приведёнными в [3, 5]. Не нарушая общности, исследования проводили для $p_0 \leq 0,5$. В этом случае считалось, что порог $C_{\text{Ros},m}$ должен располагаться слева от моды гистограммы $\tilde{w}_m(x)$. Далее изображения $\{x_m, m = \overline{1, 1000}\}$ подвергались пороговой бинаризации и для каждого метода определялись усреднённые вероятности ошибок, значения которых нормировались к усреднённой вероятности ошибок классификации оптимального метода.

На рис. 1 приведены зависимости нормированных усреднённых вероятностей ошибок δ от априорной вероятности p_0 при $t = 1$, $n_1 = n_2 = 100$, $N = 256$. Кривые 1 — зависимости при $m_1 - m_0 = 3$, $\sigma_0 = \sigma_1 = 1$, кривые 2 — при $m_1 - m_0 = 5$, $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 2$. Сплошные кривые соответствуют предлагаемому методу (12), штриховые — методу [3], штрихпунктирные — методу [5]. На рис. 2 и 3 даны аналогичные зависимости при $t = 2$ и $t = 4$ соответственно. Таким образом, коэффициент эксцесса $w(x | H_k)$, $k = \overline{0, 1}$, изменялся

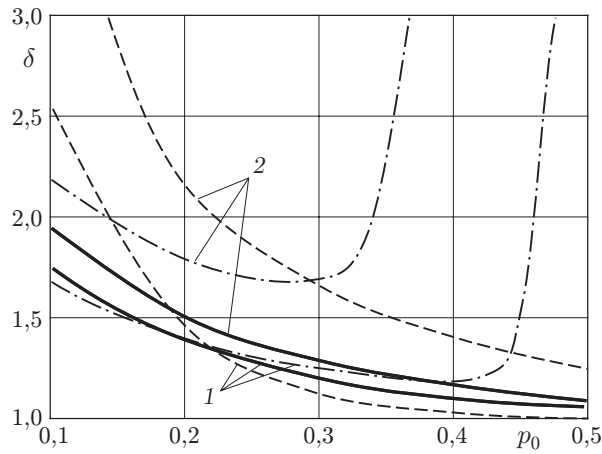


Рис. 1

от $-0,81$ ($t = 4$) до 3 ($t = 1$). Для всех приведённых зависимостей $0,02 \leq P_{\text{err}}(C_{\text{opt}}) \leq 0,07$. На рис. 3 отсутствует кривая 2, соответствующая методу [5], так как он проигрывает оптимальному методу более чем в 3 раза. Исследования методов при $N = 128$ и $N = 512$ показали аналогичные результаты.

Следует отметить, что распределение смеси (2) будет унимодальным, например, для гауссовских распределений при $p_0 < 0,2$ ($m_1 - m_0 = 3$, $\sigma_0 = \sigma_1 = 1$) и независимо от значения p_0 при $t = 4$. Ошибки, связанные с принятием решения о принадлежности отсчётов смеси к одному классу, наблюдались только при $p_0 = 0,1$, $t = 4$, $m_1 - m_0 = 5$, $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 2$. Их уровень не превысил $2 \cdot 10^{-3}$.

В качестве тестовых использовались изображения газового разряда на поверхности кожного покрова в области биологически активных точек (рис. 4, а) [9], кровеносных сосудов (рис. 5, а), молнии (рис. 6, а) и монеты из библиотеки изображений пакета Matlab (рис. 7, а). Гистограммы изображений вычислялись при $N = 256$. Результаты бинаризации методами (12), [3] и [5] приведены на этих же рисунках *b, c, d* соответственно.

Рис. 7 иллюстрирует возможность применения предложенного метода к изображениям с несимметричными распределениями $w(x | H_k)$, $k = \overline{0, 1}$, на примере задачи обнаружения контуров. Здесь приведены результаты пороговой бинаризации изображения модуля гра-

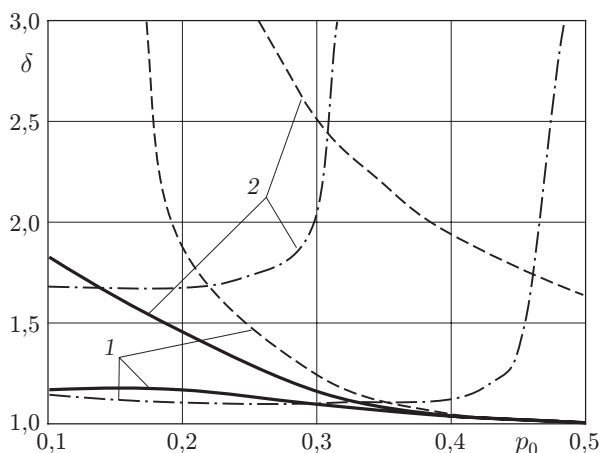


Рис. 2

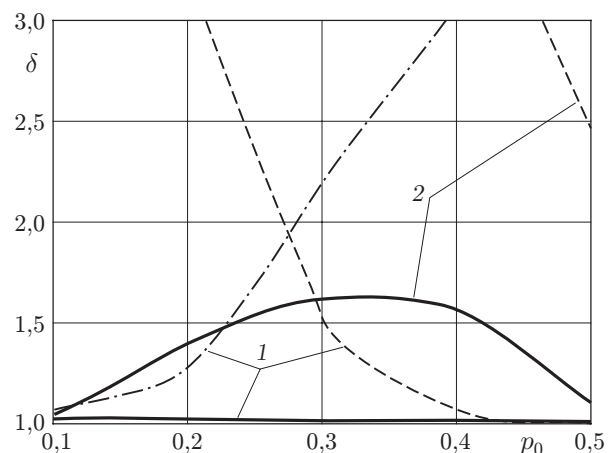
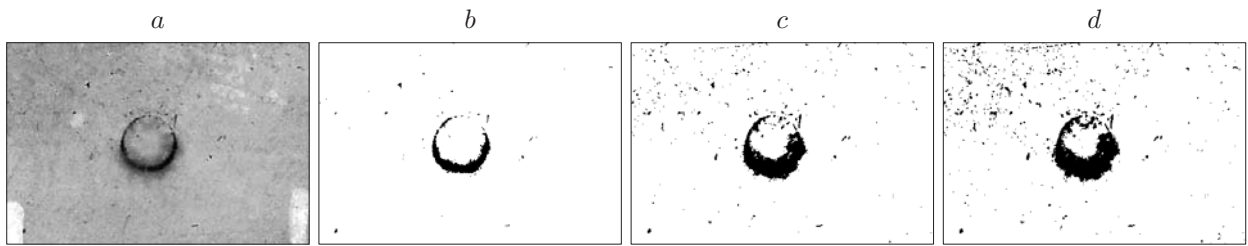
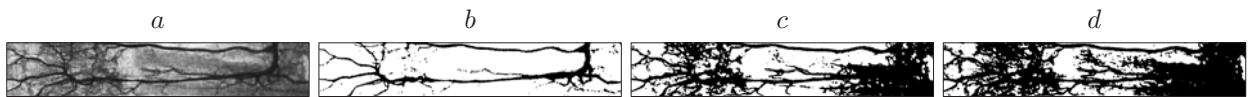
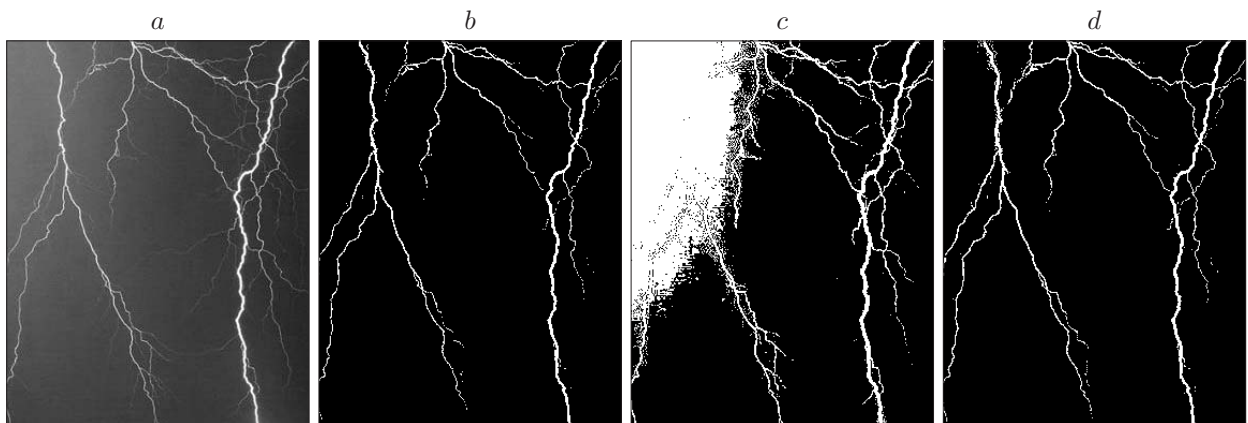
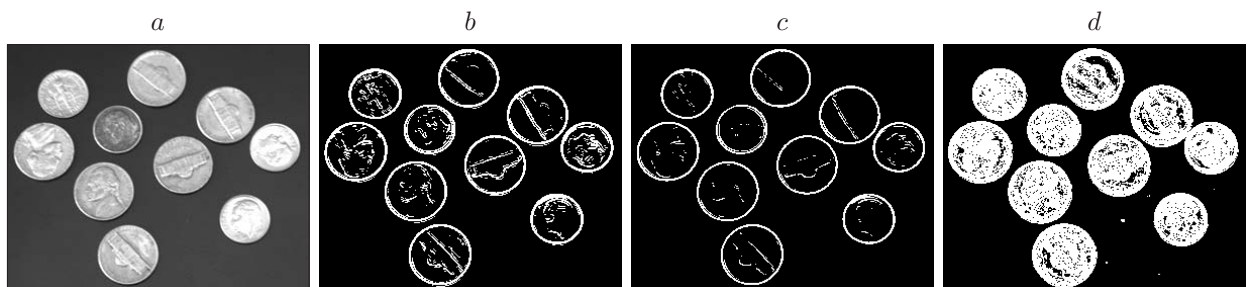


Рис. 3

*Рис. 4**Рис. 5**Рис. 6**Рис. 7*

диента, вычисленного с помощью оператора Собела. В этом случае полагалось, что порог C_{Ros} находился справа от моды гистограммы $\tilde{w}_m(x)$.

Заключение. В данной работе предложен автоматический метод выбора порога бинаризации по бимодальным и унимодальным гистограммам, что значительно расширяет область его применения по сравнению с методами, рассмотренными в [3, 5]. Выбор порога основан на вычислении оценок коэффициентов асимметрии и эксцесса по усечённым справа и слева распределениям наблюдаемого изображения в предположении, что распределения яркости и фона являются симметричными. Метод устойчиво работает при изменении вида и параметров распределений яркости фона и объекта, а также их размеров в широких пределах. Экспериментальные исследования с помощью компьютерного моделирования показали, что предложенный метод менее чем в 2 раза по вероятности ошибки классификации проигрывает оптимальному, действующему в условиях полной априорной определённости. Результаты бинаризации различных типов изображений продемонстрировали, что метод применим для пороговой обработки реальных изображений и для обнаружения контуров по изображениям модуля градиента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
2. Грузман И. С., Киричук В. С., Косых В. П. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.
3. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms // IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern. 1979. SMC-9, N 1. P. 62–66.
4. Xu X., Xu S., Jin L., Song E. Characteristic analysis of Otsu threshold and its applications // Pattern Recogn. Lett. 2011. 32, N 7. P. 956–961.
5. Rosin P. Unimodal thresholding // Pattern Recogn. 2001. 34, N 11. P. 2083–2096.
6. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.
7. Вадзинский В. Р. Справочник по вероятностным распределениям. С.-Пб.: Наука, 2001. 295 с.
8. Yu S., Zhang A., Li H. A review of estimating the shape parameter of generalized Gaussian distribution // Journ. Comput. Inform. Syst. 2012. 21, N 8. P. 9055–9064.
9. Грузман И. С., Мокроусов А. В. Программное определение положения разрывов контура газоразрядных фотографий биологически активных точек // Матер. Росс. науч.-техн. конф. «Информатика и проблемы телекоммуникаций». Новосибирск: СибГУТИ, 2008. Т. 1. С. 328–332.

Поступила в редакцию 18 февраля 2013 г.