

УДК 532.529.534.2

## К ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ПРИСКВАЖИННЫХ ОБЛАСТЕЙ ГОРНЫХ ПОРОД

В. Ш. Шагапов, З. А. Булатова

Стерлитамакский государственный педагогический институт, 453103 Стерлитамак

Развита теория локального зондирования прискважинных областей пористых и проницаемых горных пород с помощью акустических волн. Предполагается, что акустические сигналы распространяются в кольцевом зазоре между корпусом зонда и пористой проницаемой стенкой скважины. Исследованы количественные характеристики и особенности динамики волн в зависимости от характера неоднородности пористой среды, в частности, в случае, когда вокруг канала имеются радиальные трещины или низкопроницаемая “корка”. Полученные результаты показывают, что проницаемость и пористость горных пород в ряде случаев существенно влияют на эволюцию акустических сигналов в скважине.

**Введение.** Для улучшения коллекторских характеристик (проницаемости, пористости) призабойной зоны нефтяных и газовых пластов используются различные физико-химические, а также гидродинамические и волновые способы их обработки. Представляется, что одним из эффективных способов оперативного контроля состояния призабойной зоны скважин до и после обработки является использование акустических методов, учитывающих особенности динамики сигналов на участках скважин с различной проницаемостью стенок.

Как известно, акустические методы используются для обследования скважин и горных пород вокруг них. Большинство способов акустического каротажа (АК) основано на интерпретации сигналов с использованием известных закономерностей распространения, затухания и отражения продольных и поперечных упругих волн в слоисто-неоднородных флюидонасыщенных пористых породах. Некоторые сведения о распространении акустических сигналов по жидкости в скважинах, в частности по промысловой жидкости [1], имеются в научной литературе. Тем не менее не удалось найти достаточно надежные экспериментальные данные для систем с более или менее известными свойствами. Это обстоятельство значительно затрудняет сопоставление результатов теоретических расчетов с экспериментальными и промысловыми данными. В связи с этим основной целью настоящей работы является количественный и качественный анализ влияния состояния коллекторов в прискважинных областях на динамику волновых импульсов, распространяющихся по жидкости в скважинах, в зависимости от характеристик исходного сигнала и параметров зонда. Результаты этих исследований могут быть использованы при планировании и проведении соответствующих лабораторных и промысловых испытаний.

При проведении локального акустического контроля предполагается, что источник и приемники акустических сигналов находятся непосредственно в обследуемом участке скважины.

Некоторые аспекты волновой динамики в каналах с проницаемыми стенками, заполненных жидкостью, рассмотрены в [2]. В [3–6] изучены основные закономерности распространения и затухания акустических волн в каналах, окруженных проницаемым пространством.

**1. Распространение линейных волн на проницаемом участке скважины.** Рассмотрим распространение волн давления малой амплитуды в кольцевом зазоре, одной из стенок которого является проницаемая стенка скважины радиусом  $a$ , другой — непроницаемая стенка (сплошной цилиндрический корпус зонда с радиусом  $a_1$ ). Оси корпуса зонда и скважины совпадают. В поверхность зонда вмонтированы источник  $D_1$  и приемники акустических сигналов  $D_2, D_3$  и т. д. Принимаются следующие допущения: канал заполнен той же акустически сжимаемой средой (жидкостью или газом), что и несжимаемый скелет окружающего пористого пространства; длина зонда  $L$  значительно больше длины волны  $\lambda$  ( $L \ll \lambda$ ), которая в свою очередь больше величины зазора между корпусом зонда и скважины ( $\lambda \geq a - a_1$ ). Кроме того, пренебрегается влиянием вязкости [4] на импульс в среде, находящейся в этом зазоре (эволюция сигнала в основном определяется эффектами фильтрации в окружающее пористое пространство).

Запишем систему линеаризованных уравнений, описывающую распространение возмущений между поверхностями корпуса зонда и скважины, окруженной однородной пористой средой [3, 4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{2a\rho_0 u}{a^2 - a_1^2}, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad p = C^2 \rho, \quad a_1 < r < a; \quad (1.1)$$

$$m^{(1)} \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \frac{\rho_0}{r} \frac{\partial (ru^{(1)})}{\partial r} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} = -m^{(1)} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial r} - \frac{m^{(1)} \mu}{k^{(1)}} u^{(1)}, \quad r > a. \quad (1.2)$$

Здесь  $p, \rho$  — возмущения давления и плотности соответственно;  $w$  — скорость среды в зазоре между зондом и цилиндрическим каналом;  $u$  — скорость фильтрации через проницаемые стенки канала;  $\rho_0$  — плотность жидкости в невозмущенном состоянии;  $C$  — скорость звука в жидкости;  $p^{(1)}, \rho^{(1)}, u^{(1)}$  — распределения давления, плотности и скорости фильтрации в пористом пространстве вокруг канала;  $\mu$  и  $\nu = \mu/\rho_0$  — динамическая и кинематическая вязкости жидкости;  $k^{(1)}, m^{(1)}$  — проницаемость и пористость окружающего канал пространства.

Пусть в общем случае внутренняя поверхность проницаемого участка скважины покрыта тонкой ( $\Delta a \ll a$ ) низкопроницаемой кольцевой “коркой” с проницаемостью  $k_c^*$ . Тогда интенсивность поглощения жидкости через проницаемую стенку ( $r = a$ ) определяется выражениями

$$u = u^{(1)}, \quad u^{(1)} = h(p - p^{(1)}) \quad (h = k_c^*/(\mu \Delta a)), \quad (1.3)$$

где  $h, \Delta a$  — гидравлическое сопротивление и толщина “корки”;  $p^{(1)}$  — возмущение давления на внешней границе низкопроницаемой “корки”.

В случае, когда канал окружен пористым пространством бесконечной толщины, при распространении акустических возмущений в зазоре (фильтрационные процессы в пористой среде вблизи скважин происходят в слоях, характерная протяженность которых значительно меньше толщины пористого пространства вокруг скважины) систему уравнений (1.1), (1.2) необходимо дополнить граничным условием

$$p^{(1)} = 0 \quad (r \rightarrow \infty). \quad (1.4)$$

Если пренебречь гидравлическим сопротивлением “корки” ( $h \rightarrow 0$ ), то вместо условий (1.3) можно записать

$$u^{(1)} = u, \quad p^{(1)} = p \quad (r = a). \quad (1.5)$$

Из уравнений (1.1) нетрудно получить

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{2a\rho_0}{a^2 - a_1^2} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (a_1 < r < a). \quad (1.6)$$

Решение системы уравнений (1.2)–(1.6) ищем в виде бегущей гармонической волны

$$\begin{aligned} u &= A_u \exp [i(Kz - \omega t)], \quad p = A_p \exp [i(Kz - \omega t)] \quad (a_1 < r < a), \\ u^{(1)} &= A_u^{(1)}(r) \exp [i(Kz - \omega t)], \quad p^{(1)} = A_p^{(1)}(r) \exp [i(Kz - \omega t)] \quad (r > a), \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $K, \omega$  — комплексное волновое число и круговая частота возмущений соответственно. Тогда из уравнений (1.2) и условий (1.3) следует

$$\begin{aligned} y^2 A_p^{(1)}(R) &= \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{dA_p^{(1)}(R)}{dR} \right), \\ R > 1 : \quad A_u^{(1)} &= -\frac{m^{(1)}k^{(1)}}{(-i\omega\rho_0k^{(1)} + m^{(1)}\mu)a} \frac{dA_p^{(1)}(R)}{dR}, \\ R = 1 : \quad A_u^{(1)} &= A_u, \quad A_u = h(A_p - A_p^{(1)}) \\ (y^2 = -i\omega a^2/\chi^{(1)} - \omega^2 a^2/C^2, \quad R &= r/a, \quad \chi^{(1)} = k^{(1)}\rho_0 C^2/(\mu m^{(1)})). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь  $\chi^{(1)}$  — коэффициент пьезопроводности окружающей скважину горной породы.

Общее решение уравнений (1.8) имеет вид

$$A_p^{(1)}(R) = AI_0(yR) + BK_0(yR), \quad K_0(yR) = \int_0^\infty \exp(-yR \operatorname{ch} \xi) d\xi, \quad I_0(yR) = J_0(iyR), \quad (1.9)$$

где  $K_0(yR), J_0(yR)$  — функции Макдональда и Бесселя нулевого порядка [7];  $A, B$  — произвольные постоянные. Для того чтобы решение (1.9) удовлетворяло граничному условию (1.4), необходимо принять  $A = 0$ . Тогда на основе (1.8) получим

$$B = \frac{A_p}{K_0(y) - \gamma y K_0'(y)} \quad \left( \gamma = \frac{m^{(1)}k^{(1)}}{(-i\omega\rho_0k^{(1)} + m^{(1)}\mu)ah} \right). \quad (1.10)$$

Амплитуда скорости фильтрации через стенки скважины с учетом (1.9), (1.10) представляется в виде

$$A_u = -\gamma h y A_p K_0'(y) / (K_0(y) - \gamma y K_0'(y)). \quad (1.11)$$

Из алгебраического уравнения, следующего из (1.6), с учетом (1.11) можно получить дисперсионное выражение

$$K = \frac{\omega}{C} \sqrt{1 - \frac{2a^2 m^{(1)} (\ln K_0(y))'}{y(a^2 - a_1^2)(1 - \gamma y (\ln K_0(y))')}}}, \quad K = k + i\delta, \quad C_p = \frac{\omega}{k}. \quad (1.12)$$

Здесь  $C_p, \delta$  — фазовая скорость и коэффициент затухания соответственно.

Для коротковолновых возмущений нельзя пренебрегать инерцией жидкости при ее фильтрации через пористые проницаемые породы вокруг скважины. Анализ выражения для  $y$  в (1.8) показывает, что эффекты инерции существенны в области частот, удовлетворяющих условию  $\omega \geq \omega_{(i)}$  ( $\omega_{(i)} = C^2/\chi^{(1)}$ ). В частности, для окружающей пористой среды с параметрами  $k^{(1)} = 10^{-11}$  м<sup>2</sup>,  $m^{(1)} = 0,1$ , насыщенной водой ( $\nu = 1,06 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $C = 1425$  м/с), значение этой частоты равно  $\omega_{(i)} \approx 10^4$  с<sup>-1</sup>.

Исходя из принятого допущения  $\lambda \geq a - a_1$  и учитывая, что  $\lambda \approx 2\pi C/\omega$ , для частоты возмущений получим условие  $\omega \leq \omega_{(\lambda)}$  ( $\omega_{(\lambda)} \approx 2\pi C/(a - a_1)$ ). Например, для скважины, заполненной водой, с величиной зазора  $a - a_1 = 1$  см имеем  $\omega \approx 10^6$  с<sup>-1</sup>. Таким образом,

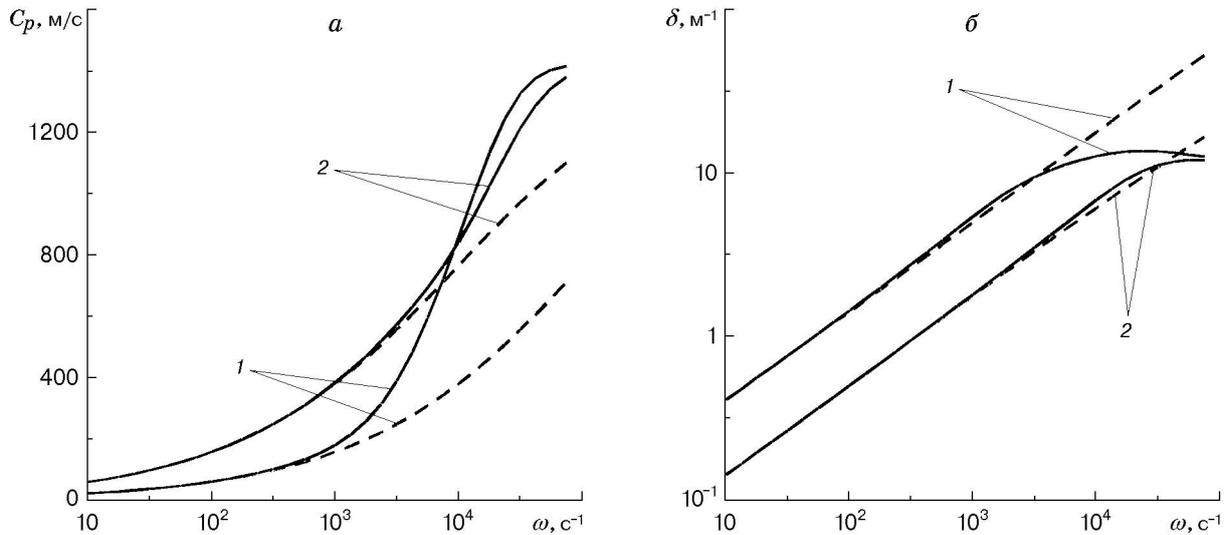


Рис. 1. Зависимости фазовой скорости распространения (а) и коэффициента затухания возмущений (б) от частоты: сплошные кривые — расчет с учетом инерционных эффектов, штриховые — без учета; 1 —  $k^{(1)} = 10^{-10} \text{ м}^2$ , 2 —  $k^{(1)} = 10^{-11} \text{ м}^2$

в области высоких частот можно выделить диапазон  $\omega_{(\lambda)} \geq \omega \geq \omega_{(i)}$ , в котором инерционные эффекты при фильтрации жидкости в окружающую пористую среду оказывают влияние на эволюцию волн в зазоре между корпусом зонда и стенкой обследуемого участка скважины.

На рис. 1 представлены зависимости фазовой скорости распространения и коэффициента затухания возмущений от частоты в скважине, заполненной водой, с учетом и без учета инерционных эффектов при  $a = 5 \text{ см}$ ,  $a_1 = 4 \text{ см}$ .

На рис. 2 показаны аналогичные зависимости, полученные при наличии (сплошные кривые) и отсутствии (штриховые кривые) низкопроницаемой “корки” при  $h = 10^{-11} \text{ м}^2 \cdot \text{с/кг}$ ,  $k_c^* = 10^{-14} \text{ м}^2$ ,  $\Delta a = 0,5 \text{ см}$ . Из сравнения сплошных и штриховых кривых следует, что изменение проницаемости основного пористого пространства вокруг канала даже в десятки раз при наличии “корки” слабо влияет на фазовую скорость и коэффициент затухания. Следовательно, при таком способе зондирования действие небольшой низкопроницаемой “корки” может полностью экранировать коллекторские свойства основного пористого пространства вокруг скважины.

Для достаточно широкого диапазона частот, представляющих наибольший практический интерес, в выражении для  $y$  можно пренебрегать слагаемым, отвечающим за инерцию жидкости. Тогда

$$|y| = \sqrt{\omega a^2 / \chi^{(1)}} = \sqrt{\omega / \omega_\chi} \quad (\omega_\chi = \chi^{(1)} / a^2).$$

Здесь  $\omega_\chi$  — характерная частота, при которой глубина проникания фильтрационных волн порядка радиуса скважины [7]. В области высоких частот  $|y| \gg 1$  ( $\sqrt{\omega} \gg \sqrt{\omega_\chi}$ ) дисперсионное уравнение (1.12) можно представить в виде

$$K = \frac{\omega}{C} \left( 1 + \frac{m^{(1)}}{\sqrt{2} [1 - (a_1/a)^2]} \sqrt{\frac{\chi^{(1)}}{\omega a^2}} (1 + i) \right).$$

Из этого уравнения при выполнении дополнительного условия

$$\sqrt{\omega} \gg 2m^{(1)} \sqrt{\omega_\chi} / [1 - (a_1/a)^2]$$

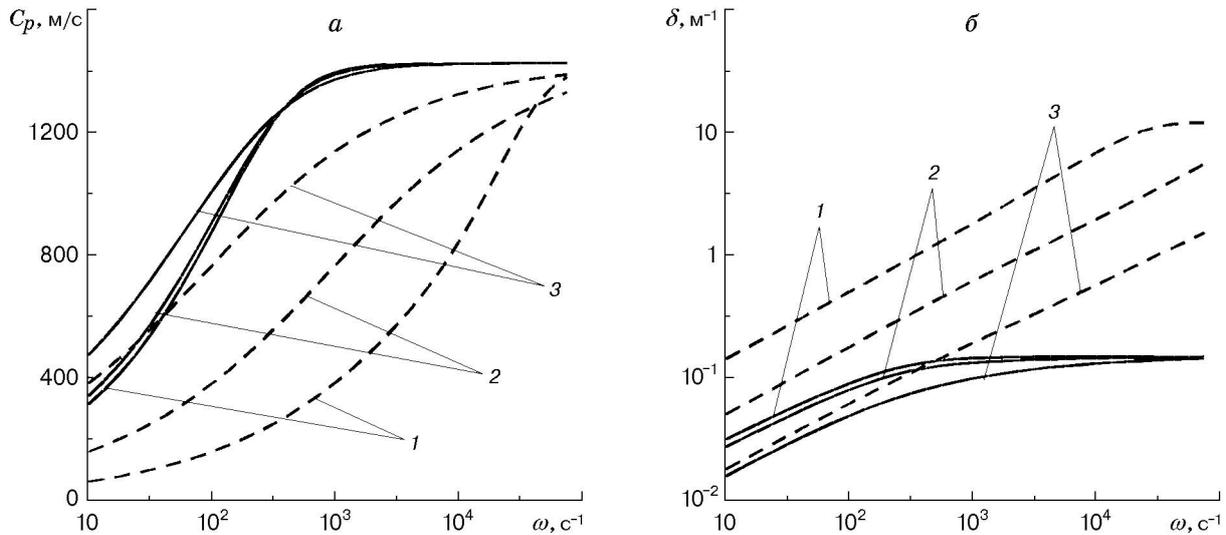


Рис. 2. Зависимости фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от частоты:

сплошные кривые — при наличии низкопроницаемой “корки”, штриховые — в отсутствие ее; 1 —  $k^{(1)} = 10^{-11} \text{ м}^2$ , 2 —  $k^{(1)} = 10^{-12} \text{ м}^2$ , 3 —  $k^{(1)} = 10^{-13} \text{ м}^2$

получим следующие асимптотические зависимости для фазовой скорости и коэффициента затухания:

$$C_p \simeq C, \quad \delta = [a/(a^2 - a_1^2)] \sqrt{m^{(1)}k^{(1)}\omega/(2\nu)}.$$

Из проведенного численного анализа следует, что скорость распространения гармонических возмущений в скважинах, окруженных средой, изменяется от нуля ( $C_p \ll C$ ) в области низких частот ( $\omega \rightarrow 0$ ), до значения, близкого к скорости звука в среде ( $C_p \simeq C$ ), в области высоких частот. Определяющим физическим фактором, влияющим на затухание возмущений, является кинематическая вязкость жидкости  $\nu$ . Коэффициент затухания обратно пропорционален кинематической вязкости жидкости. В случае менее вязкой насыщающей жидкости происходит более интенсивное затухание волны в зазоре. Кроме того, коэффициент затухания как в области высоких, так и в области низких частот увеличивается с увеличением проницаемости окружающей канал среды и с уменьшением величины зазора ( $a - a_1$ ).

На рис. 3 сплошными кривыми представлены зависимости фазовой скорости  $C_p$  и коэффициента затухания  $\delta$  акустических возмущений от частоты в зазоре между проницаемой стенкой скважины ( $a = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ), окруженной пористой средой ( $k^{(1)} = 10^{-12} \text{ м}^2$ ,  $m^{(1)} = 0,2$ ), и корпусом зонда при различных значениях его радиуса. Из рис. 3 следует, что уменьшение зазора (увеличение радиуса корпуса  $a_1$ ) приводит к существенному уменьшению фазовой скорости и увеличению коэффициента затухания.

На рис. 4 сплошными кривыми представлены расчетные осциллограммы, полученные методом быстрого преобразования Фурье с использованием дисперсионного соотношения (1.12), показывающие эволюцию волнового импульса с характерной протяженностью  $t_* = 10^{-3} \text{ с}$  в зазоре с радиусом зонда  $a_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Осциллограмме 1 соответствует исходный импульс ( $z = 0$ ), осциллограммам 2, 3 — показания датчиков на расстоянии  $z = 2, 3 \text{ м}$ . В рассматриваемом случае принято, что внешняя граница зазора ( $a = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ) является пористой средой с параметрами  $k^{(1)} = 10^{-13} \text{ м}^2$ ,  $m^{(1)} = 0,2$ . Штрихпунктирные кривые соответствуют случаю, когда зонд отсутствует или его радиус значительно меньше радиуса скважины ( $a_1 \ll a$ ).

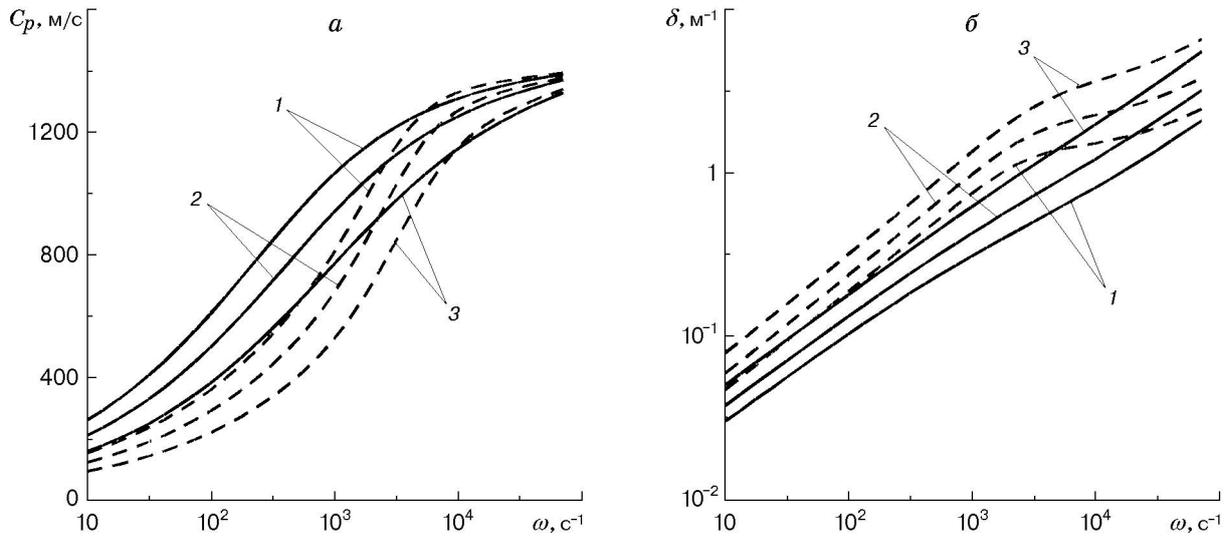


Рис. 3. Зависимости фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от частоты:

сплошные кривые — в отсутствие трещин, штриховые — при наличии радиальных трещин; 1 —  $a_1 = 0$ , 2 —  $a_1 = 3 \cdot 10^{-2}$  м, 3 —  $a_1 = 4 \cdot 10^{-2}$  м

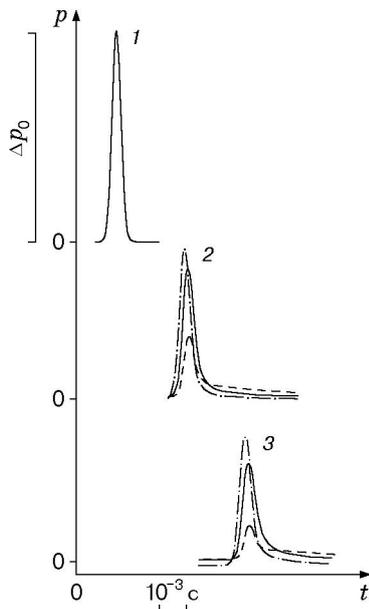


Рис. 4. Динамика импульса давления в зазоре:

1 —  $z = 0$ , 2 —  $z = 2$  м, 3 —  $z = 3$  м; сплошные кривые — осциллограммы, полученные методом быстрого преобразования Фурье с использованием соотношения (1.12) при наличии зонда; штрихпунктирные — в отсутствие зонда; штриховые — в отсутствие зонда и при наличии радиальных трещин

Для того чтобы получить более полное представление об эволюции сигнала в зазоре, необходимо, чтобы волновой сигнал имел максимально возможную протяженность во времени, поскольку чем больше длительность сигнала, тем на большую глубину пористой среды вокруг скважины успевают проникнуть фильтрационные возмущения. Таким образом, по эволюции сигнала в зазоре можно получить более полную информацию о состоянии пористых пластов.

**2. Динамика волн при наличии радиальных трещин.** Рассмотрим эволюцию волн в случае скважины, окруженной неоднородной пористой средой. Пусть в пористом пространстве вокруг скважины имеются  $n$  радиальных трещин (щелевидных каналов с плоскопараллельными стенками), заполненных более проницаемой пористой средой, чем основная пористая проницаемая среда. Такая ситуация возникает, например, при гидро-

разрыве призабойной зоны пластов с последующим заполнением образовавшихся трещин пропантом. Будем полагать, что полуширина трещин  $b$  значительно меньше радиуса скважины  $a$  ( $b \ll a$ ). Тогда уравнение неразрывности, обобщающее уравнение (1.1), можно записать в виде

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = -\rho_0 u \frac{2(\pi a - nb)}{\pi(a^2 - a_1^2)} - \rho_0 \tilde{u} \frac{2nb}{\pi(a^2 - a_1^2)}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\tilde{u}$  — скорость фильтрации флюида (жидкости или газа) из цилиндрического канала в радиальные трещины. Рассмотрим акустическую задачу для таких трещин. Введем дополнительную координатную ось в радиальном направлении вдоль трещины, отсчитываемую от поверхности стенки канала ( $r = a$ ). При описании акустических волн в трещине примем, что трещина является каналом с плоскопараллельными стенками, окруженным пористой средой бесконечной толщины. Последнее допущение означает, что радиальные трещины достаточно редкие ( $n \ll \pi a/b$ ), поэтому взаимодействием фильтрационных потоков вокруг соседних трещин пренебрегается. Кроме того, будем полагать, что длина волны в трещине  $\lambda^{(2)}$  больше высоты трещины ( $\lambda^{(2)} > b$ ).

Так как проницаемость пористой среды в трещине больше проницаемости окружающего ее пространства, линейаризованная система уравнений, описывающая распространение возмущений в ней, имеет вид [5]

$$|x'| < b: \quad m^{(2)} \frac{\partial \rho^{(2)}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} = -\frac{\rho_0 v}{b}, \quad \rho_0 \frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} = -m^{(2)} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial x} - m^{(2)} \frac{\mu}{k_c^{(2)}} u^{(2)}; \quad (2.2)$$

$$|x'| > b: \quad m^{(1)} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'}{\partial x'} = 0, \quad v' = -\frac{k_c^{(1)}}{\mu} \frac{\partial p'}{\partial x'}; \quad (2.3)$$

$$|x'| = b: \quad v' = v, \quad p' = p^{(2)}. \quad (2.4)$$

Здесь  $x'$  — значение микрокоординаты, отсчитываемой вдоль оси, перпендикулярной верхней (нижней) стенке трещины; верхний индекс  $i = 2$  в скобках соответствует параметрам внутри трещины ( $|x'| < b$ );  $p'$ ,  $\rho'$ ,  $v'$  — распределения давления, плотности и скорости фильтрации в пористом пространстве вокруг трещины;  $m^{(1)}$ ,  $k_c^{(1)}$  — пористость и проницаемость основной пористой среды вокруг проницаемого участка скважины. Процессы распространения волн в скважине и трещинах “сшиваются” граничными условиями на стенке скважины

$$x = 0: \quad u^{(2)} = \tilde{u}, \quad p^{(2)} = p. \quad (2.5)$$

С учетом уравнения состояния из (1.1) для уравнений (2.2), (2.3) можно получить

$$|x'| < b: \quad \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{1}{\chi^{(2)}} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial x^2} - \frac{\rho_0}{b} \left( \frac{\nu}{k_c^{(2)}} v + \frac{1}{m^{(2)}} \frac{\partial v}{\partial t} \right); \quad (2.6)$$

$$|x'| > b: \quad \frac{\partial p'}{\partial t} = \chi^{(1)} \frac{\partial^2 p'}{\partial x'^2} \quad \left( \chi^{(i)} = \frac{C^2 \rho_0 k_c^{(i)}}{m^{(i)} \mu}, \quad i = 1, 2 \right). \quad (2.7)$$

На основе уравнений (2.6), (2.7) с учетом граничных условий (2.4) можно получить волновое уравнение, описывающее динамику линейных возмущений в трещинах, заполненных пористой средой и окруженных пористым пространством. Для однозначного представления решения уравнения (2.7) к краевым условиям (2.4) добавим начальное условие

$$p' = 0, \quad |x'| > b, \quad t = t_0.$$

Согласно принципу Дюамеля [7] решение уравнения (2.7) имеет вид

$$p' = \int_{t_0}^t \frac{\partial U(x' - b, t - \tau)}{\partial t} p^{(2)}(x, \tau) d\tau. \quad (2.8)$$

Здесь  $U(x', t)$  — решение краевой задачи, удовлетворяющее условию  $U(0, t) = 1$ .

Из (2.3) с учетом (2.8) при  $|x'| = b$  следует

$$v' = -\frac{k_c^{(1)}}{\mu} \frac{\partial p'}{\partial x'} = -\frac{k_c^{(1)}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x'} \int_{t_0}^t \frac{\partial U(x' - b, t - \tau)}{\partial t} p^{(2)}(x, \tau) d\tau$$

и

$$v = -\frac{k_c^{(1)}}{\mu} \left( \frac{\partial p'}{\partial x'} \right)_b = \frac{k_c^{(1)}}{\sqrt{\pi}\mu} \frac{\partial}{\partial t} \int_{t_0}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau. \quad (2.9)$$

Подставляя выражение (2.9) в (2.6) и полагая для общности  $t_0 = -\infty$ , получим волновое уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{1}{\chi^{(2)}} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 p^{(2)}}{\partial x^2} - \\ - \frac{k_c^{(1)}}{b\sqrt{\pi}} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{k_c^{(2)}} \int_{-\infty}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau + \frac{1}{m^{(2)}\nu} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t \frac{p^{(2)}(x, \tau)}{\sqrt{\chi^{(1)}(t - \tau)}} d\tau \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

описывающее эволюцию малых возмущений в трещине. Второе слагаемое в левой части уравнения определяется силой вязкостного трения внутри трещины, второе слагаемое в правой части — фильтрационными процессами в пористом пространстве вокруг трещины.

Решение уравнения (2.10) ищем в виде бегущей волны

$$p^{(2)} = A_p^{(2)} \exp [i(K^{(2)}x - \omega t)].$$

В результате получим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} (K^{(2)})^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \left( 1 + i \frac{\omega_c^{(2)}}{\omega} \right) \left( 1 + \frac{m^{(1)}}{m^{(2)}y^{(2)}} \right), \quad y^{(2)} = \sqrt{-i \frac{\omega b^2}{\chi^{(1)}}} \\ (\omega_c^{(2)} = C^2/\chi^{(2)}, \quad \omega_\chi^{(2)} = \chi^{(1)}/b^2), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $\omega_\chi^{(2)}$  — характерная частота, при которой глубина проникания фильтрационных волн порядка полувисоты трещины.

Поскольку согласно (2.5) на входном сечении трещины ( $x = 0$ ) амплитуды давления и скорости фильтрации должны удовлетворять условиям  $A_p^{(2)} = A_p$ ,  $A_u^{(2)} = \tilde{A}_u$ , на основе уравнения импульсов в (2.1) можно записать

$$\tilde{A}_u = m^{(2)}iK^{(2)}A_p/(\rho_0i\omega - m^{(2)}\mu/k_c^{(2)}). \quad (2.12)$$

Из уравнения неразрывности (2.1) с учетом (1.7), (2.11), (2.12) можно получить дисперсионное выражение, аналогичное (1.12), характеризующее динамику возмущений в скважинах с трещиновато-пористыми проницаемыми стенками:

$$K = \frac{\omega}{C} \sqrt{1 - 2m^{(1)}(\ln K_0(y))'y^{-1} \frac{(\pi a - nb)a}{\pi(a^2 - a_1^2)} + \frac{2nbm^{(2)}iC}{\pi(a^2 - a_1^2)\omega} \sqrt{\frac{1 + m^{(1)}/(m^{(2)}y^{(2)})}{1 + i\omega_c^{(2)}/\omega}}}$$

На рис. 3 показано влияние величины зазора между стенкой скважины и корпусом зонда при наличии радиальных трещин ( $m^{(2)} = 0,2$ ,  $b = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $k_c^{(2)} = 10^{-10}$  м<sup>2</sup>,  $n = 4$ ) на зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания акустических возмущений от частоты (штриховые кривые). Из сравнения сплошных и штриховых кривых следует, что при наличии радиальных трещин затухание акустических возмущений сильнее, а фазовая скорость распространения возмущений меньше.

На рис. 4 штриховыми кривыми представлены расчетные осциллограммы, показывающие влияние трещиноватости на эволюцию импульсных сигналов внутри скважины, когда зонд отсутствует (или его радиус значительно меньше радиуса скважины:  $a_1 \ll a$ ). Расчеты проводились при значениях параметров пористой среды  $a = 5 \cdot 10^{-2}$  м,  $k^{(1)} = 10^{-13}$  м<sup>2</sup>,  $m^{(1)} = 0,2$  в случае четырех радиальных трещин ( $b = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $m^{(2)} = 0,2$ ,  $k_c^{(2)} = 10^{-10}$  м<sup>2</sup>). Протяженность исходного импульса  $t_* = 10^{-3}$  с. Из сравнения штрихпунктирных (радиальные трещины отсутствуют:  $n = 0$ ) и штриховых кривых следует, что при наличии радиальных трещин существенно меняется картина эволюции сигнала.

**Заключение.** Полученные результаты показывают, что коллекторские характеристики (проницаемость, пористость) горных пород вокруг скважин влияют на эволюцию сигналов. Следовательно, эти результаты могут быть использованы при разработке методов контроля за коллекторскими характеристиками прискважинных областей пористых горных пород.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Итенберг С. С.** Интерпретация результатов геофизических исследований скважин. М.: Недра, 1987.
2. **White J. E., Frost H. H.** Unexpected waves observed in fluid-filled boreholes // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. P. 290–318.
3. **Хлесткина Н. М., Шагапов В. Ш.** Акустика каналов с плоскими проницаемыми стенками // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 82–92.
4. **Shagapov V. Sh., Khlestkina N. M., Lhuillier D.** Acoustic waves in channels with porous and permeable walls // Transport Porous Media. 1999. V. 35. P. 327–344.
5. **Гумерова Г. А.** Эволюция волн на проницаемых участках каналов, окруженных пористой средой: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Тюмень, 1996.
6. **Баренблатт Г. Н., Ентов В. М., Рыжик В. М.** Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.
7. **Тихонов А. Н., Самарский А. А.** Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 8/XII 2000 г.,  
в окончательном варианте — 19/IV 2002 г.*