

реноса заряда в УФ (при $u_0 \gg kT$ для точечных дефектов) будет достаточно резкой. Отметим, что для объяснения столь резкой смены знака нельзя исключать явление электронного пробоя кристалла.

В таблице представлены максимальные значения E_* для точек излома на рис. 2. Они на два порядка меньше критического поля $E_c \approx \approx 1,3 \cdot 10^8$ В/м для NaCl. Однако следует учесть, что повышение концентрации дефектов в УВ и существенная деформация решетки ($\gamma_0 \approx 0,3$) могут привести к образованию дополнительных локальных уровней в запрещенной зоне, т. е. к снижению E_c .

Таким образом, изучая кинетику дефектов и дислокаций в УФ, можно объяснить ряд экспериментальных закономерностей. Выяснена роль размножения заряженных дефектов и дислокаций, что позволяет описать наблюдаемое на эксперименте линейное увеличение плотности тока в определенном диапазоне давлений как функцию степени сжатия, а также рассчитать начальный скачок потенциала в измерительной цепи. Оценки пороговых деформаций в NaCl показали, что при $\gamma \leq 0,4$ заряд, распределенный в УФ, обусловлен движением дислокаций. С ростом давления потенциальный барьер для МИ уменьшается, и при $\gamma \geq 0,4$ они также становятся носителями тока. Расчет электрических полей в УФ показывает, что при таких деформациях возможны пробойные явления. На основе полученных формул при известной геометрии УВ можно рассчитать дипольный момент и излучение ударно-сжатой области в зависимости от амплитуды давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Минсеев В. Н., Иванов А. Г. ЭДС, возникающая при ударном сжатии вещества. — УФН, 1976, т. 119, № 1.
2. Демин В. М., Соболев Г. А. и др. О природе механоэлектрического излучения рудных тел. — ДАН СССР, 1984, т. 260, № 2.
3. Бивин Ю. К., Викторов В. В. и др. Электромагнитное излучение при динамическом деформировании различных материалов. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 1.
4. Малкович Р. Ш. Обобщенные уравнения диффузии в кристалле. — ФТТ, 1982, т. 24, № 2.
5. Шевцова И. Н. Заряджение подвижных дислокаций и электризация ионных кристаллов при пластической деформации. — ФТТ, 1983, т. 25, № 4.
6. Григорьев В. Г., Немиров А. С., Сироткин В. К. Структура ударных волн в упругопластических релаксирующих средах. — ПМТФ, 1979, № 1.
7. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно-возмущенных уравнений. — М.: Наука, 1973.
8. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978.
9. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Физматгиз, 1963.
10. Pierce С. В. Effect of pressure on the ionic conductivity in doped single crystals of sodium chloride, potassium chloride and rubidium chloride. — Phys. Rev., 1961, v. 123, N 3.

Поступила 5/VII 1985 г.

УДК 532.582

ДВИЖЕНИЕ ШАРА В ЖИДКОСТИ, ВЫЗЫВАЕМОЕ КОЛЕБАНИЯМИ ДРУГОГО ШАРА

В. Л. Сенницкий

(Новосибирск)

В данной работе рассматривается следующая задача. В идеальной несжимаемой неограниченной извне жидкости находятся два твердых шара. Первоначально жидкость и шары покоятся относительно инерциальной системы прямоугольных координат x, y, z . В последующие моменты времени первый шар совершает заданные периодические колебания. При этом его центр перемещается вдоль оси y . Центр второго шара, совпадающий

с его центром инерции, находится в плоскости $z = 0$, проходящей через ось y и точку, в которой находился центр второго шара в начальный момент времени. На второй шар действуют только силы давления жидкости (z -компонента полной силы, действующей на второй шар, равна нулю). Течение жидкости потенциально. Требуется определить, как движется второй шар. В предположении, что начальное расстояние между центрами шаров велико по сравнению с их радиусами и наибольшим расстоянием, на которое смещается центр первого шара от своего начального положения, показано, что второй шар удаляется от первого, если средняя плотность второго шара меньше, чем плотность жидкости, и приближается к первому шару, если средняя плотность второго шара больше, чем плотность жидкости.

Пусть t — время; T — период колебаний центра первого шара; $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ — радиус-вектор центра первого шара;

$$H = A_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(A_m \cos 2m\pi \frac{t}{T} + B_m \sin 2m\pi \frac{t}{T} \right)$$

(A_0, A_m, B_m — постоянные); $\mathbf{R} = (X, Y, 0)$ — радиус-вектор центра второго шара; X_0, Y_0 — значения X, Y при $t = 0$; Φ — потенциал скорости течения жидкости; m_1, m_2 — массы шаров; S_1, S_2 — поверхности шаров; \mathbf{n} — единичная внешняя нормаль к поверхности; $\rho_{ж}$ — плотность жидкости.

Координаты X, Y и потенциал Φ удовлетворяют следующим уравнениям и условиям:

$$(1) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{X}} - \frac{\partial E}{\partial X} = 0;$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{Y}} - \frac{\partial E}{\partial Y} = 0;$$

$$(3) \quad X = X_0, Y = Y_0, \dot{X} = 0, \dot{Y} = 0 \text{ при } t = 0;$$

$$(4) \quad \Delta \Phi = 0;$$

$$(5) \quad \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = \mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{H}} \text{ на } S_1;$$

$$(6) \quad \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = \mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{R}} \text{ на } S_2;$$

$$(7) \quad \nabla \Phi \rightarrow 0 \text{ при } x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty,$$

где

$$(8) \quad E = \frac{1}{2} m_1 \dot{H}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} \rho_{ж} \int_{\Omega} (\nabla \Phi)^2 dx dy dz$$

— сумма кинетических энергий шаров и жидкости (Ω — область, занимаемая жидкостью). Координата H удовлетворяет условиям

$$(9) \quad H = 0, \dot{H} = 0 \text{ при } t = 0.$$

Уравнения (1), (2) являются уравнениями Лагранжа [1—3] (их называют также уравнениями Томсона — Тэта [3]).

Ниже предполагается, что начальное расстояние L_0 между центрами шаров велико по сравнению с их радиусами a_1, a_2 и наибольшим значением $|H|$. В качестве малого параметра используется величина $\alpha = a_1/L_0$.

Задача о потенциальном течении идеальной несжимаемой жидкости, вызываемом заданным движением в ней двух твердых шаров, обсуждалась в [4]. Применяя изложенный в [4] метод определения потенциала скорости течения жидкости, найдем решение задачи (4), (7), удовлетворяющее условиям (5), (6) с точностью до величин, пропорциональных $\dot{H}, \dot{X}, \dot{Y}$,

малых соответственно по сравнению с $\alpha^7 \dot{H}$, $\alpha^7 \dot{X}$, $\alpha^7 \dot{Y}$. Используя указанное решение задачи (4)–(7) и равенство (8), получим приближенное выражение для E

$$(10) \quad E = \frac{1}{2} \rho_{ж} V (A_{HH} \dot{H}^2 + A_{HX} \dot{H} \dot{X} + A_{HY} \dot{H} \dot{Y} + A_{XX} \dot{X}^2 + A_{XY} \dot{X} \dot{Y} + A_{YY} \dot{Y}^2),$$

$$\text{где } V = \frac{4}{3} \pi a_2^3; \quad A_{HH} = \frac{m_1}{\rho_{ж} V} + \frac{a_1^3}{2a_2^3} + \frac{3}{8} \sum_{m=0}^1 \frac{(-1)^m}{m!} \alpha^{m+6} h^m L_0^{m+6} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{X^2 + 4Y^2}{R^8};$$

$$A_{HX} = \frac{9}{2} \frac{X}{L_0} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^{m+1}}{m!} \alpha^{m+3} h^m L_0^{m+4} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{Y}{R^5};$$

$$A_{HY} = \frac{3}{2} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m}{m!} \alpha^{m+3} h^m L_0^{m+3} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{X^2 - 2Y^2}{R^5};$$

$$A_{XX} = \frac{\rho_{ш}}{\rho_{ж}} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \frac{a_2^3}{a_1^3} \sum_{m=0}^1 \frac{(-1)^m}{m!} \alpha^{m+6} h^m L_0^{m+6} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{4X^2 + Y^2}{R^8};$$

$$A_{XY} = \frac{9}{4} \frac{a_2^3}{a_1^3} \frac{X}{L_0} \sum_{m=0}^1 \frac{(-1)^m}{m!} \alpha^{m+6} h^m L_0^{m+7} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{Y}{R^8};$$

$$A_{YY} = \frac{\rho_{ш}}{\rho_{ж}} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \frac{a_2^3}{a_1^3} \sum_{m=0}^1 \frac{(-1)^m}{m!} \alpha^{m+6} h^m L_0^{m+6} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{X^2 + 4Y^2}{R^8}$$

($h = H/a_1$, $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, $\rho_{ш} = m_2/V$ — средняя плотность второго пара). Подставив выражение (10) для E в (1), (2), найдем следующие приближенные уравнения для X , Y :

$$(11) \quad \frac{d^2 X}{d\tau^2} \frac{X}{L_0} + \lambda \frac{X}{L_0} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^{m+1}}{(m+1)!} \alpha^{m+4} \frac{d^2 h^{m+1}}{d\tau^2} L_0^{m+4} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{Y}{R^5} +$$

$$+ \frac{1}{2} \alpha^8 \lambda \left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 L_0^7 \frac{X(X^2 + 5Y^2)}{R^{10}} + Q_X = 0,$$

$$\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \frac{Y}{L_0} + \frac{1}{3} \lambda \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m}{(m+1)!} \alpha^{m+4} \frac{d^2 h^{m+1}}{d\tau^2} L_0^{m+3} \frac{\partial^m}{\partial Y^m} \frac{X^2 - 2Y^2}{R^5} +$$

$$+ 2\alpha^8 \lambda \left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 L_0^7 \frac{Y^3}{R^{10}} + Q_Y = 0,$$

где $\tau = t/T$; $\lambda = 9\rho_{ж}/[4(\rho_{ш} + \rho_{ж}/2)]$;

$$Q_X = \frac{2\lambda}{9L_0} \left[\left(2A_{XX} - \frac{9}{2\lambda} \right) \frac{d^2 X}{d\tau^2} + A_{XY} \frac{d^2 Y}{d\tau^2} + \frac{3}{8} \alpha^9 h \left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 L_0^9 \frac{\partial^2}{\partial X \partial Y} \frac{X^2 + 4Y^2}{R^8} + \right.$$

$$+ 2 \frac{\partial A_{XX}}{\partial h} \frac{dh}{d\tau} \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial A_{XY}}{\partial h} \frac{dh}{d\tau} \frac{dY}{d\tau} + \frac{\partial A_{XX}}{\partial X} \left(\frac{dX}{d\tau} \right)^2 + 2 \frac{\partial A_{XX}}{\partial Y} \frac{dX}{d\tau} \frac{dY}{d\tau} +$$

$$\left. + \left(\frac{\partial A_{XY}}{\partial Y} - \frac{\partial A_{YY}}{\partial X} \right) \left(\frac{dY}{d\tau} \right)^2 \right];$$

$$Q_Y = \frac{2\lambda}{9L_0} \left[A_{XY} \frac{d^2 X}{d\tau^2} + \left(2A_{YY} - \frac{9}{2\lambda} \right) \frac{d^2 Y}{d\tau^2} + \frac{3}{8} \alpha^9 h \left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 L_0^9 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \frac{X^2 + 4Y^2}{R^8} + \right.$$

$$+ \frac{\partial A_{XY}}{\partial h} \frac{dh}{d\tau} \frac{dX}{d\tau} + 2 \frac{\partial A_{YY}}{\partial h} \frac{dh}{d\tau} \frac{dY}{d\tau} + \left(\frac{\partial A_{XY}}{\partial X} - \frac{\partial A_{XX}}{\partial Y} \right) \left(\frac{dX}{d\tau} \right)^2 +$$

$$\left. + 2 \frac{\partial A_{YY}}{\partial X} \frac{dX}{d\tau} \frac{dY}{d\tau} + \frac{\partial A_{YY}}{\partial Y} \left(\frac{dY}{d\tau} \right)^2 \right].$$

Применим далее метод усреднения [5, 6]. Пусть η, ξ — переменные, связанные с X, Y равенствами

$$(12) \quad \frac{X}{L_0} = \eta + \lambda \eta \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m}{(m+1)!} \alpha^{m+4} h^{m+1} \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \frac{\xi}{(\eta^2 + \xi^2)^{5/2}},$$

$$\frac{Y}{L_0} = \xi + \frac{1}{3} \lambda \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^{m+1}}{(m+1)!} \alpha^{m+4} h^{m+1} \frac{\partial^m}{\partial \xi^m} \frac{\eta^2 - 2\xi^2}{(\eta^2 + \xi^2)^{5/2}};$$

$$(13) \quad \chi = \alpha^{-4} d\eta/d\tau, \quad \psi = \alpha^{-4} d\xi/d\tau.$$

Согласно (3), (9), (12), (13), η, ξ, χ, ψ удовлетворяют условиям

$$(14) \quad \eta = \eta_0, \quad \xi = \xi_0, \quad \chi = 0, \quad \psi = 0 \quad \text{при } \tau = 0,$$

где $\eta_0 = X_0/L_0$; $\xi_0 = Y_0/L_0$. Используя (12), (13), приведем (11) к нормальной системе уравнений для η, ξ, χ, ψ . Представляя правые части указанных уравнений в виде разложений по степеням α и сохраняя только главные члены разложений, получим следующую систему уравнений в стандартной форме:

$$(15) \quad d\eta/d\tau = \alpha^4 \chi, \quad d\xi/d\tau = \alpha^4 \psi,$$

$$\frac{d\chi}{d\tau} = -\frac{1}{2} \alpha^4 \lambda \left\{ \left[\left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 + \frac{2}{3} \lambda h \frac{d^2 h}{d\tau^2} \right] \frac{\eta(\eta^2 + 5\xi^2)}{\sigma^{10}} + 4 \frac{dh}{d\tau} \left(\chi \frac{\partial}{\partial \eta} + \psi \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \frac{\eta \xi}{\sigma^5} \right\},$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -2\alpha^4 \lambda \left\{ \left[\left(\frac{dh}{d\tau} \right)^2 + \frac{2}{3} \lambda h \frac{d^2 h}{d\tau^2} \right] \frac{\xi^3}{\sigma^{10}} - \frac{1}{3} \frac{dh}{d\tau} \left(\chi \frac{\partial}{\partial \eta} + \psi \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \frac{\eta^2 - 2\xi^2}{\sigma^5} \right\},$$

где $\sigma = \sqrt{\eta^2 + \xi^2}$. Произведем усреднение (15) по явно содержащемуся безразмерному времени τ . В результате этого получим

$$(16) \quad d\eta/d\tau = \alpha^4 \chi, \quad d\xi/d\tau = \alpha^4 \psi,$$

$$d\chi/d\tau = -\alpha^4 \kappa \lambda k \eta (\eta^2 + 5\xi^2) / \sigma^{10},$$

$$d\psi/d\tau = -4\alpha^4 \kappa \lambda k \xi^3 / \sigma^{10},$$

$$\text{где } \kappa = (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) / (\rho_{\text{ш}} + \rho_{\text{ж}}/2); \quad k = \frac{\pi^2}{a_1^2} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 (A_m^2 + B_m^2).$$

Согласно (14), (16), имеем

$$(17) \quad d^2\eta/d\tau^2 = -\alpha^8 \kappa \lambda k \eta (\eta^2 + 5\xi^2) / \sigma^{10},$$

$$d^2\xi/d\tau^2 = -4\alpha^8 \kappa \lambda k \xi^3 / \sigma^{10};$$

$$(18) \quad \eta = \eta_0, \quad \xi = \xi_0, \quad d\eta/d\tau = 0, \quad d\xi/d\tau = 0 \quad \text{при } \tau = 0.$$

Из (17), (18) следует

$$(19) \quad \eta = \eta_0, \quad \xi = \xi_0 \quad \text{при } \kappa = 0.$$

Пусть $\kappa \neq 0$. При $\eta_0 = 0, \xi_0 = +1$ и $\eta_0 = \pm 1, \xi_0 = 0$ решение задачи (17), (18) определяется равенствами

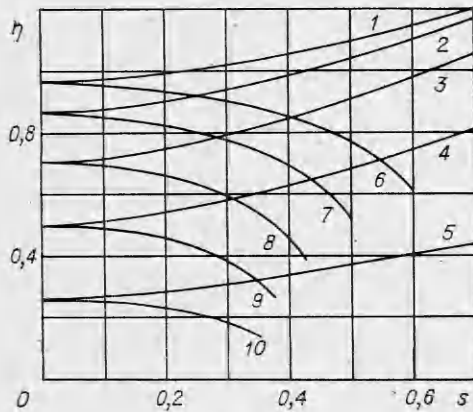
$$(20) \quad \eta = 0,$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{du}{\sqrt{\frac{\kappa}{|\kappa|} (u^{-6} - 1)}} = \begin{cases} s \text{ при } \kappa < 0, & \xi_0 = 1 \\ \text{и } \kappa > 0, & \xi_0 = -1, \\ -s \text{ при } \kappa < 0, & \xi_0 = -1 \\ \text{и } \kappa > 0, & \xi_0 = 1; \end{cases}$$

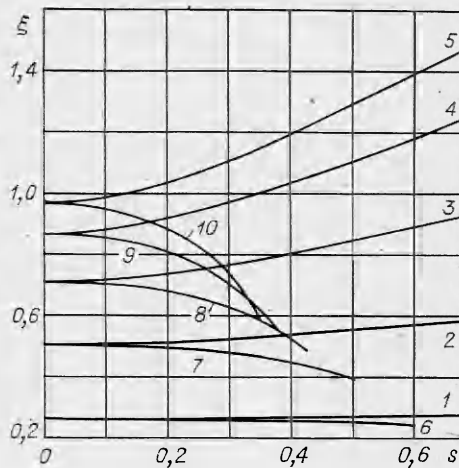
$$(21) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{du}{\sqrt{\frac{\kappa}{|\kappa|} (u^{-6} - 1)}} = \begin{cases} s \text{ при } \kappa < 0, & \eta_0 = 1 \\ \text{и } \kappa > 0, & \eta_0 = -1, \\ -s \text{ при } \kappa < 0, & \eta_0 = -1 \\ \text{и } \kappa > 0, & \eta_0 = 1, \end{cases}$$

$$\xi = 0,$$

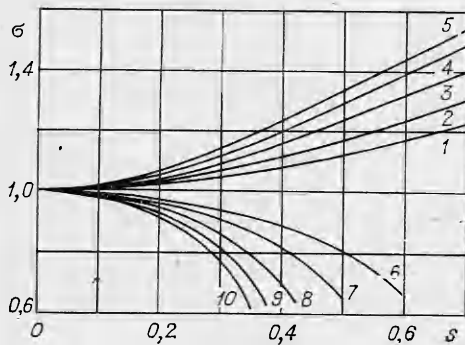
где $s = \alpha^4 \sqrt{|\kappa| \lambda k \tau}$.



Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

При малых по сравнению с единицей значениях s найдем следующее приближенное решение задачи (17), (18):

$$(22) \quad \eta = \eta_0 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{|\kappa|} (1 + 4\xi_0^2) s^2 \right],$$

$$\xi = \xi_0 \left(1 - 2 \frac{\kappa}{|\kappa|} \xi_0^2 s^2 \right).$$

Используя (22), получим приближенное выражение для σ

$$(23) \quad \sigma = 1 - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{|\kappa|} (1 + 3\xi_0^2) s^2.$$

На рис. 1—3 изображены графики зависимостей η , ξ и σ от s , построенные с использованием результатов численного решения задачи (17), (18). Линии 1—5 соответствуют $\kappa < 0$, $\eta_0 = \cos(n\pi/12)$, $\xi_0 = \sin(n\pi/12)$ ($n = 1, 2, \dots, 5$), линии 6—10 — $\kappa > 0$, $\eta_0 = \cos(n\pi/12)$, $\xi_0 = \sin(n\pi/12)$ ($n = 1, 2, \dots, 5$). Согласно (17), (18), изменение знаков η_0 , ξ_0 приводит лишь к изменению знаков η , ξ . Ввиду этого задача (17), (18) решалась численно только при положительных значениях η_0 , ξ_0 . Отметим, что приближенное решение (22) находится в соответствии с (20), (21) и результатами численного решения задачи (17), (18) при $s \leq 0,3$.

Используя (12), получим следующие приближенные выражения для X , Y и расстояния L между центрами шаров:

$$(24) \quad X = L_0 \eta, \quad Y = L_0 \xi;$$

$$(25) \quad L = L_0 \sigma.$$

Равенствами (19)—(22), (24) и данными, представленными на рис. 1, 2, приближенно определяются зависимости X и Y от t . Согласно равенствам (20), (21), (23), (25) и данным, представленным на рис. 3, при $\kappa < 0$ L возрастает, а при $\kappa > 0$ L убывает с ростом t . Таким образом, второй шар удаляется от первого, если $\rho_{ш} < \rho_{ж}$, и приближается к нему, если $\rho_{ш} > \rho_{ж}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламб Г. Гидродинамика.— М.— Л.: ГИТТЛ, 1947.
2. Милл — Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика.— М.: Мир, 1964.
3. Бердичевский В. Л. Вариационные принципы механики сплошной среды.— М.: Наука, 1983.
4. Кирхгоф Г. Механика.— М.: Изд-во АН СССР, 1962.

5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.
 6. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. — Киев: Наук. думка, 1971.

Поступила 17/IV 1985 г.

УДК 532.032

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ СИММЕТРИЧНОЙ ВИХРЕВОЙ ДОРОЖКИ

А. С. Савин

(Люберцы)

Пусть имеем две параллельные цепочки точечных вихрей, расположенные так, что под каждым вихрем одного ряда находится вихрь другого. Интенсивность вихрей рядов Γ и $-\Gamma$, расстояния l между вихрями в каждом ряду одинаковы. Известно, что такая конфигурация (симметричная вихревая дорожка) неустойчива относительно малых смещений вихрей [1]. В настоящей работе изучается движение симметричной вихревой дорожки, вызванное возмущением, при котором каждая нечеткая вихревая пара (два ближайших вихря интенсивностей разного знака) сужается или расширяется на одну и ту же величину и одновременно смещается вдоль или против направления движения дорожки также на одну и ту же величину, причем сужение или расширение вихревых пар не нарушает симметрии вихрей относительно оси, проходящей через середины невозмущенных вихревых пар. В силу симметрии начальной конфигурации и пространственной периодичности возмущений из исходной выделяется две другие симметричные вихревые дорожки, одна из которых образована возмущенными в начальный момент вихревыми парами, другая — невозмущенными. Все дальнейшее движение будет определяться характером взаимодействия этих дорожек.

Рассмотрим одну из таких дорожек. Расстояние между вихрями в цепочках равно $2l$, расстояние между цепочками $2h$. Систему координат выберем как показано на рис. 1. Комплексный потенциал такой дорожки [1]

$$\omega(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \left[\ln \sin \frac{\pi(z - z_0)}{2l} - \ln \sin \frac{\pi(z - \xi_0)}{2l} \right],$$

$$z = x + iy, \quad z_0 = ih, \quad \xi_0 = -ih.$$

Комплексная скорость в точке z

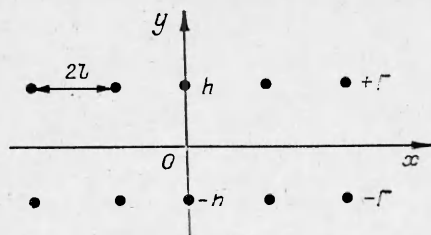
$$v_x - iv_y = d\omega/dz,$$

откуда находим

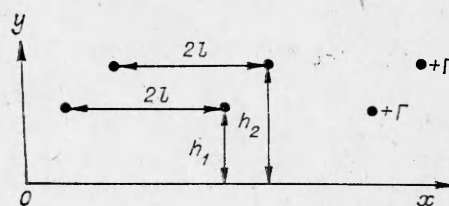
$$(1) \quad v_x(x, y) = \frac{\Gamma}{4l} \left[\frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(y+h)}{l}}{\operatorname{ch} \frac{\pi(y+h)}{l} - \cos \frac{\pi x}{l}} - \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(y-h)}{l}}{\operatorname{ch} \frac{\pi(y-h)}{l} - \cos \frac{\pi x}{l}} \right];$$

$$(2) \quad v_y(x, y) = \frac{\Gamma}{4l} \sin \frac{\pi x}{l} \left[\frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi(y-h)}{l} - \cos \frac{\pi x}{l}} - \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi(y+h)}{l} - \cos \frac{\pi x}{l}} \right].$$

В общем случае дорожки будут расположены, как показано на рис. 2 (поскольку конфигурация симметрична относительно оси x , представлены только вихри, лежащие в верхней полуплоскости). Как следует из (1),



Р и с. 1



Р и с. 2