

РАЗВИТИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ТРУБЫ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА

А. И. Леонтьев, П. В. Никитин, А. В. Фафурин

(Новосибирск)

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования развития турбулентного пограничного слоя в начальном участке трубы при наличии вдува. При этом считается, что основной поток отсутствует. Выводятся формулы для расчета коэффициента трения и динамических характеристик потока на участке гидродинамической стабилизации при дозвуковых скоростях движения газа. Предлагаемый метод расчета сопоставляется с результатами экспериментального исследования

В работе [1] проведено изучение влияния вдува на характеристики основного потока. Однако в практических приложениях встречаются случаи, когда основной поток отсутствует, а течение организуется либо за счет поступления газа в канал через его пронцаемые стенки, либо за счет испарения или выгорания вещества самих стенок.

Обозначения

$B$ — константа,	$t$ — время,
$\epsilon$ — параметр пронцаемости,	$\rho$ — плотность,
$c_f$ — локальный коэффициент трения,	$\gamma$ — плотность вещества стенки,
$D$ — диаметр,	$x, l$ — длина,
$H$ — формпараметр,	$\tau$ — касательное напряжение,
$(\rho w)_w$ — плотность потока,	$\Psi$ — относительный коэффициент трения,
$R$ — число Рейнольдса,	$\omega$ — относительная скорость,
$R_w$ — фактор пронцаемости,	$\xi$ — относительная координата,
$w$ — скорость,	$m, n$ — показатели степени,
$\delta^*$ — толщина вытеснения,	$U$ — скорость изменения агрегатного состояния,
$\delta^{**}$ — толщина потери импульса,	
$M$ — коэффициент динамической вязкости,	

Индексы

0 — параметры на внешней границе пограничного слоя,  
 $w$  — параметры на стенке.

В рассматриваемом случае систему исходных уравнений удобно записать в виде [2].

Уравнение импульсов

$$\frac{dR^{**}}{dX} + (1 + H) \frac{R^{**}}{R_0} \frac{dR_0}{dX} = R_0 \frac{c_{f_0}}{3} (\Psi + b) \quad (1)$$

уравнение сплошности

$$4HR^{**} = R_0 - 4 \int_0^X R_w dX \quad (2)$$

относительный коэффициент трения

$$\Psi = \left(1 - \frac{b}{b_*}\right)^2, \quad R^{**} = \frac{\rho_0 w_0 \delta^{**}}{\mu}, \quad H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}, \quad \frac{c_{f_0}}{2} = \frac{\tau_{w_0}}{\rho_0 w_0^2} \quad (3)$$

$$X = \frac{x}{D}, \quad b = \frac{(\rho w)_w}{\rho_0 w_0} \frac{2}{c_{f_0}}, \quad \Psi = \left(\frac{c_f}{c_{f_0}}\right)_{R^{**}}, \quad R_w = \frac{(\rho w)_w D}{\mu}, \quad R_0 = \frac{\rho_0 w_0 D}{\mu} \quad (4)$$

При известной зависимости формпараметра  $H$  от параметра проницаемости  $b$  система (1) — (4) может быть разрешена.

Данную зависимость можно определить, если воспользоваться соотношениями, ранее полученными в [2]

$$\int_w^1 \frac{d\omega}{\sqrt{\Psi + b\omega}} = z, \quad z = 1 - \Omega, \quad \omega = \frac{w^*}{w_0} \quad (5)$$

Здесь  $\Omega = \xi^{2z}$  есть профиль скорости в турбулентном ядре пограничного слоя при изотермическом безградиентном течении газа. Разрешая результат интегрирования (5) относительно  $\omega$ , получаем

$$\omega = 1 - (1 - \xi^n) \sqrt{\Psi + b} + (1 - \xi^n)^2 b/4 \quad (6)$$

По известному профилю скорости рассчитываются интегральные характеристики турбулентного пограничного слоя  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ ,  $H$

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - \omega) \left(1 - \frac{y}{r_0}\right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^\delta \omega (1 - \omega) \left(1 - \frac{y}{r_0}\right) dy \quad (7)$$

Результаты расчета, проведенные по уравнениям (6) и (7), как было показано в [1], удовлетворительно аппроксимируются зависимостью

$$H = H_0 (1 + kb) \quad (8)$$

Здесь  $H_0$  — значение формпараметра в стандартных условиях.

В области дозвуковых скоростей течения газа закон трения удобно записать в виде

$$c_{f_0} = BR^{**m} \quad (9)$$

Тогда из (1) — (9) получаем систему уравнений динамического пограничного слоя в начальном участке трубы при наличии только поперечного потока вещества

$$\frac{dR^{**}}{dX} + (1 + H) \frac{R^{**}}{R_0} \frac{dR_0}{dX} = R_0 \frac{B}{2} \frac{\Psi + b}{R^{**m}} \quad (10)$$

$$4HR^{**} = R_0 - 4 \int_0^X R_w dX, \quad b = \frac{2}{B} \frac{R_w}{R_0} R^{**m}, \quad H = H_0 (1 + kb) \quad (11)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи решения системы (10), (11). Положим  $b = \text{const}$ . В этом случае система (10) — (11) сводится к линейному дифференциальному уравнению первого порядка

$$\left\{1 + H \frac{\Psi + b}{b}\right\} \frac{dR^{**}}{dR_0} + (1 + H) \frac{R^{**}}{R_0} - \frac{\Psi + b}{4b} = 0 \quad (12)$$

решение которого удобно записать в виде

$$R^{**} = cR_0, \quad c = \frac{\Psi + b}{4\{b(2 + H) + H(\Psi + b)\}} \quad (13)$$

Подставляя (13) в (10) и (11), получаем зависимость числа Рейнольдса

$$R^{**} = dX, \quad d = \frac{B}{2} \frac{m}{2 + H} \frac{\{4[b(2 + H) + H(\Psi + b)]\}^{m+1}}{(\Psi + b)^m} \quad (14)$$

и фактора проницаемости в функции продольной координаты

$$R_w = \frac{B}{2} b \frac{R_0}{R^{**m}} \quad (15)$$

Положим  $(\rho w)_w = \text{const}$ . В этом случае система сводится к нелинейному дифференциальному уравнению вида

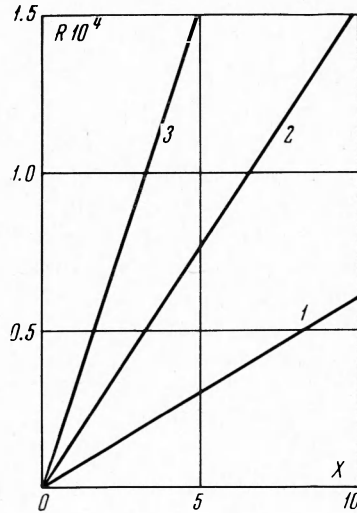
$$1 + (1 + H) \frac{R^{**}}{R_0} \frac{dR_0}{dR^{**}} - \frac{\Psi + b}{4b} \left\{ \frac{dR_0}{dR^{**}} - \frac{d(4HR^{**})}{dR^{**}} \right\} = 0 \quad (16)$$

решая которое относительно производной, получаем уравнение, удобное для интегрирования численным методом

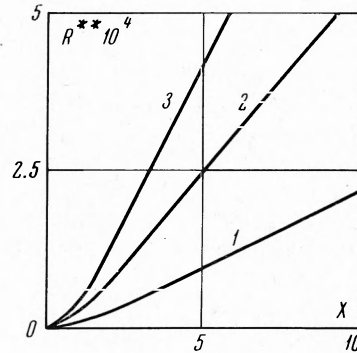
$$\frac{dR_0}{dR^{**}} = \frac{4(H + H_0 k m b + b)(\Psi + b)}{1 + 4H_0 k b (R^{**}/R_0) - (1 + H) 4b R^{**} / (\Psi + b) R_0} \quad (17)$$

$$X = \frac{R_0 - 4HR^{**}}{4R_w} \quad (18)$$

На фиг. 1 и 2 представлены результаты расчета чисел Рейнольдса, построенных по диаметру и толщине потери импульса в функции продольной координаты для различных значений фактора проницаемости:  $R_w = 1-10^4, 2-2.5 \cdot 10^4, 3-5 \cdot 10^4$ . В данном случае уравнение (17) было решено численным способом для  $B = 0.0256, k = 0.05, m = 0.25$  на ЭВМ М-20 методом Рунге — Кутты. Проверка счета производилась делением шага интегрирования пополам.



Фиг. 1



Фиг. 2

В практических приложениях часто приходится иметь дело с изложенными выше задачами, но при этом внешняя граница канала меняется во времени путем перехода массы стенок канала в газообразное состояние. В этом случае на основе закона сохранения массы можно записать

$$2\pi l r (\rho w)_w dt = \gamma_w 2\pi l r dr \quad (19)$$

Из (19) следует:

$$(\rho w)_w = \gamma_w \frac{dr}{dt} \quad (20)$$

Замечая, что  $dr/dt = U$  есть скорость изменения агрегатного состояния, имеем

$$(\rho w)_w = \gamma_w U \quad (21)$$

Интегрируя (20) с учетом (21), получаем закон изменения радиуса во времени

$$r = r_1 + Ut \quad (22)$$

и связь плотности потока с геометрическими характеристиками канала

$$(\rho w)_w = \frac{\gamma_w (r_2 - r_1)}{t_+} \quad (23)$$

Здесь  $r_2$  и  $r_1$  — соответственно конечный и начальный радиусы канала,  $t_+$  — полное время процесса. Решая совместно (22), (23), получаем связь фактора проницаемости с внешними параметрами процесса

$$R_w = \frac{2\gamma_w U}{\mu} \{r_1 + U t\} \quad (24)$$

Таким образом, система (9) — (11), (24) позволяет рассчитать все необходимые динамические характеристики потока во времени.

Экспериментальное исследование поставленной задачи было проведено на установке, схема и описание которой проведено в [1]. При этом передний торец пористой трубы был заглушен.

В процессе опыта производились замеры полного и статического давлений на оси трубы, а также температуры потока. По замеренным параметрам вычислялись скорость и число Рейнольдса.

Диапазон изменения плотности потока  $(\rho w)_w$  в экспериментах был от 554 до 3600  $кг/м^2 \cdot час$ . Результаты опытов 1—5, представленные на фиг. 3, для значений  $R_w = 300, 788, 1290, 1533, 1945$ , сопоставляются с данными численного расчета по формулам (17) и (18). Как видно, имеет место удовлетворительное соответствие предлагаемого метода с экспериментом.

Таким образом, можно предложить следующую последовательность расчета динамического пограничного слоя в начальном участке трубы при наличии вдува.

В случае  $b = \text{const}$

1) по заданному параметру проницаемости  $b$  из уравнений (3) и (11) определяют параметры  $\Psi$  и  $H$ ;

2) задаваясь продольной координатой  $X$ , по уравнениям (13) и (14) определяют распределение чисел Рейнольдса;

3) по уравнению (15) рассчитывают распределение фактора проницаемости и по (3) и (8) — изменение коэффициента трения по длине трубы.

В случае  $(\rho w)_w = \text{const}$

1) по уравнению (4) и известным  $D$  и  $\mu$  рассчитывают значение фактора проницаемости  $R_w$ ;

2) задаваясь числом  $R_0$  или  $R^{**}$ , по уравнению (17) численным методом определяют  $R^{**}$  или  $R_0$  при данном  $R_w$ ;

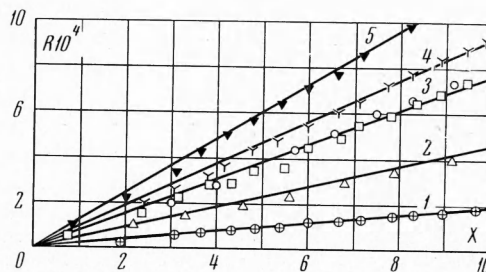
3) по уравнению (18) рассчитывают продольную координату  $X$  и по (11) — параметр проницаемости  $b$ ;

4) по уравнениям (3) и (8) находят распределение коэффициента трения. В случае расчета канала с переменным радиусом из уравнения (24) определяют фактор проницаемости  $R_w$  для определенного момента времени и для этого значения  $R_w$  проводят расчет при  $(\rho w)_w = \text{const}$ .

Поступила 7 X 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Леонтьев А. И., Фифурин А. В., Никитин П. В. Турбулентный пограничный слой в начальном участке трубы в условиях неизотермичности и вдува. Теплофизика высоких температур, 1969, № 2.
2. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.



Фиг. 3