УДК 518.4:533.4:629.7 27.06.2011

# Влияние компоновки сверхзвуковых самолетов на параметры звукового удара

#### В.М. Фомин, В.Ф. Чиркашенко, В.Ф. Волков, А.М. Харитонов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

E-mails: chirkash@itam.nsc.ru, volkov@itam.nsc.ru

Представлены результаты численных и экспериментальных исследований параметров звукового удара для двух вариантов компоновок гражданских сверхзвуковых самолетов. Для численного моделирования используется комбинированный метод, основанный на расчете пространственного обтекания в ближней зоне компоновки и последующем определении параметров возмущенного течения на больших удалениях от исследуемой модели. Результаты численного моделирования сопоставляются с экспериментальными параметрами звукового удара, измеренными в ближней зоне, и результатами их пересчета (в рамках квазилинейной теории) на большие расстояния. Подобная валидация позволила определить степень адекватности невязкой модели Эйлера для решения поставленной задачи. Обсуждаются причины некоторого несоответствия расчетных и экспериментальных данных. Проведенный анализ подтверждает возможность снижения уровня звукового удара создаваемого сверхзвуковым пассажирским самолетом с нетрадиционной компоновкой, выполненной по схеме тандемного расположения двух крыльев на фюзеляже.

**Ключевые слова:** сверхзвуковой поток, звуковой удар, тандемная компоновка, численный расчет, аэродинамическая труба, измерения в ближней зоне.

## введение

В настоящее время в России и за рубежом продолжаются исследования по созданию сверхзвуковых пассажирских самолетов второго поколения (СПС-2) как большой пассажировместимости, так и легких (до 50 т) административных самолетов на 6–12 пассажиров [1]. Рассматриваются варианты режимов полета от малых сверхзвуковых скоростей  $M_{\infty} = 1,1\div1,2$  до  $M_{\infty} = 2,2$ , а также гиперзвуковой полет с числами Маха  $M_{\infty} = 5\div8$ .

В связи с негативным воздействием волны звукового удара (ЗУ) на человека, животный мир и наземные объекты в 70-е годы прошлого столетия ГОСТом установлено ограничение на перепад давления на ударных волнах — 90 Па [2]. В процессе накопления информации о воздействие ЗУ эта величина заметно уменьшалась и, согласно работе [3], в ближайшее время должна составлять 15 Па. Учитывая, что интенсивность ЗУ зависит от формы самолета, режимов его обтекания и полета, ограничение на допустимый уровень ЗУ может существенно повлиять на облик создаваемого СПС.

По единому мнению специалистов, ужесточение экологических требований к будущему авиационному транспорту по шуму и эмиссии обусловливает первостепенную необходимость решения проблемы звукового удара. Противоречивость

© Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф., Харитонов А.М., 2011

требований к параметрам компоновки СПС для обеспечения минимального уровня ЗУ и максимального аэродинамического качества (при заданном взлетном весе и длине) существенно затрудняет обеспечение экономической эффективности самолета (стоимость пассажирокилометра), определяющей его рыночную конкурентоспособность. Для решения этой проблемы проводятся исследования по повышению аэродинамического качества и весовой отдачи самолета, что обеспечивается оптимизацией формы крыла, фюзеляжа и мотогондол с учетом их аэродинамической интерференции, использованием новых материалов, оборудования и элементной базы [4, 5].

Современное состояние проблемы создания СПС указывает на ограниченные возможности традиционных методов снижения уровня ЗУ [6]. Компоновки, определенные из условия уменьшения уровня ЗУ согласно теоретическим рекомендациям путем перераспределения по длине самолета объема и подъемной силы, не обеспечивают аэродинамической и экономической эффективности самолета. Для тяжелых самолетов (весом более 100 т) возникает проблема обеспечения перепада давления на головной ударной волне (УВ) даже в 50 Па.

Возникающие трудности преодоления ограничения на уровень ЗУ с помощью традиционных методов и ожидаемое ужесточение ограничения до 15 Па стимулируют исследования по разработке новых, нетрадиционных методов управления параметрами ЗУ: использование компоновок неклассической схемы [7] и активное управление возмущенным течением путем подвода массы, энергии и отвода энергии [1, 8].

Современные расчетные методы исследования ЗУ основаны на квазилинейной теории Уизема [9]. Это комбинированные методы, заключающиеся в определении параметров возмущенного потока в ближней зоне с помощью численных методов, основанных на интегрировании уравнений Эйлера [10, 11], и дальнейшем пересчете их на большие расстояния с помощью квазилинейной теории.

При проведении подобных расчётов возникают проблемы, связанные с большой протяженностью расчетной области (сотни длин самолета), в которой уровни возмущенного давления изменяются на несколько порядков. К тому же, нелинейные эффекты в ближней зоне существенно влияют на структуру течения в средней и дальней зонах. В связи с этим выбор конфигураций, обеспечивающих снижение уровня ЗУ, сопровождается экспериментальными исследованиями, преследующими цель получения более достоверной информации, а также валидацию результатов численных расчетов.

Смоделировать полностью процесс формирования волны ЗУ в лабораторных условиях, учитывая большую протяженность исследуемого потока, невозможно. Так, например, даже при длине модели самолета 0,1 м для проведения измерений давления на удалении в сто длин модели (что соответствует средней зоне ЗУ) поперечный размер сверхзвукового потока должен составлять более 10 м. Это существенно превышает возможности современных сверхзвуковых аэродинамических труб и баллистических трасс.

Летный эксперимент позволяет получить полную информацию о параметрах волны ЗУ, формируемой в условиях реальной атмосферы. Однако на стадии исследований по формированию компоновки самолета летные испытания чрезвычайно дороги, тем более что их результаты зависят от атмосферных условий и точности воспроизведения параметров заданного режима полета.

В связи с этим для моделирования процессов возникновения, формирования и распространения волны ЗУ используется разработанный в ИТПМ СО РАН комбинированный экспериментально-расчетный метод [12]. Метод заключается в измерении параметров возмущенного потока вблизи модели, расположенной

в аэродинамической трубе, и последующем пересчете их на большие расстояния с помощью квазилинейной теории.

Настоящая работа является продолжением исследований [10,13], в которых численно определяются параметры ЗУ и изучаются аэродинамические характеристики схематизированной компоновки СПС с тандемным расположением двух крыльев на фюзеляже. Подобная схема компоновки является перспективной, так как позволяет обеспечить существенное снижение уровня ЗУ за счет перераспределения возмущенного давления в носовую часть самолета. Наряду с этим при определенных параметрах нетрадиционной компоновки возможна реализация эффектов увеличения аэродинамического качества. Несомненно, что эти положения нуждаются в экспериментальном подтверждении. На основании сопоставления параметров ЗУ с исследуемыми схематизированными компоновками СПС, определенными с помощью экспериментально-расчетного метода, и данными, полученными комбинированным расчетным методом, анализируется степень адекватности результатов численных расчетов.

#### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основной информацией, получаемой при экспериментальных исследованиях задач ЗУ, являются профили возмущенного давления, генерируемые испытываемой моделью. Так как требуется определить силовое воздействие возмущенного течения на окружающую среду, необходимо измерять распределение по пространству избыточного (относительно невозмущенного потока) статического давления за головной УВ на различных удалениях от исследуемой модели. Интенсивность головной УВ и возмущенного за ней давления, определяемые выражением  $\Delta P = (P - P_{\infty})/P_{\infty}$ , существенно уменьшаются при удалении от модели. Здесь Р, Р<sub>20</sub> — абсолютные статические давления в возмущенном и невозмущенном потоке соответственно. Относительная погрешность измерения этой величины  $\overline{\delta}\Delta\overline{P} = \delta\Delta\overline{P} / \Delta\overline{P} = \frac{\Delta\overline{P} + 1}{\Delta\overline{P}} \left( \left| \overline{\delta} P - \overline{\delta} P_{\infty} \right| \right)$ зависит от уровня интенсивности возмущенного давления, что приводит к существенному увеличению погрешности при уменьшении уровня измеряемого давления. Это обусловливает высокие требования к точности измерения давлений в этих исследованиях, которая должна быть выше по сравнению с измерением общепринятого коэффициента давления, связанного с интенсивностью возмущенного давления соотношением  $\Delta \overline{P} / C_p = 0.5 \gamma M^2$ , где  $\gamma$  — показатель адиабаты. Как правило, параметры возмущенного потока определяются дискретно в каждой точке пневмометрическим методом с использованием приемников давления различных типов. Это осесимметричный зонд стати-

ванием приемников давления различных типов. Это осесимметричный зонд статического давления, приемник давления торможения (трубка Пито) и зонд статического давления в виде пластинки с одним приемным отверстием на поверхности, установленной по потоку. Для измерения полного профиля давления за отраженной УВ за один отсчет используется дренированная измерительная пластина [12]. В результате взаимодействия исследуемой УВ с измерительным зондом появляются дополнительные систематические погрешности измерения. Эти погрешности определяются типом измерительного зонда и существенно зависят от числа Маха потока и интенсивности исследуемых ударных волн. В связи с этим использование дренированной измерительной пластины, ввиду существенных влияний неравномерности потока, пограничного слоя и фонового распределения давления на пластине, обосновано для измерений параметров УВ интенсивностью  $\Delta \overline{P} > 0, 3 - 0, 4$ . Для обеспечения требуемой точности измерения статических давлений необходимо обеспечить соответствие независимо измеряемых давлений  $P, P_{\infty}$  по времени и координате. Это обстоятельство накладывает повышенные требования к равномерности рабочего потока и стабильности его параметров по времени в ходе эксперимента. Неравномерность потока по числу Маха 0,5 % при  $M_{\infty} = 2$ , связанная со скосом потока примерно 17 минут, приводит к изменению статического давления на 1,6 % и, соответственно, к увеличению на порядок погрешности интенсивности ( $\overline{\delta\Delta P}$ ) при определении  $\Delta \overline{P} = 0,1$ .

Помимо требований к точности измерений, необходимость получения большого объема информации, особенно при изучении пространственных конфигураций, требует высокой производительности испытаний, что возможно при использовании скоростных методов регистрации, автоматизации эксперимента и обработки полученных данных.

Известная методика экспериментальных исследований [14], основанная на моделировании средней и дальней зоны ЗУ в аэродинамической трубе с размерами рабочей части 1,4×1,4 м при дискретной регистрации параметров потока, не обеспечивает требуемую точность измерений и производительность эксперимента. Это вызвано малыми размерами моделей и низкими уровнями сигналов, соизмеримыми с неравномерностями потока, влияние которых приводит к сильному искажению профиля волны ЗУ при распространении его от модели к измерительному зонду. Малые размеры моделей не позволяют воспроизвести отдельные элементы компоновки и обеспечить жесткость крепления модели, что приводит к ее вибрации и тем самым к искажению результатов измерений. Соизмеримые диаметры хвостовой державки и модели (из условий прочности) не позволяют моделировать хвостовую ударную волну.

На основании исследований проблемы ЗУ, начатых с 1969 г. в ИТПМ СО РАН под руководством академика В.В. Струминского, разработан новый комплексный экспериментально-расчетный подход к исследованию ЗУ [12, 15]. Метод основан на моделировании ближней зоны ЗУ в аэродинамических трубах (АДТ) малых размеров Т-313 ( $0,6\times0,6$ ) м<sup>2</sup> и T-325 ( $0,2\times0,2$ ) м<sup>2</sup> (см. [16]) с использованием крупных моделей и последующем пересчетом измеренных параметров потока вблизи модели на большие расстояния. Пересчет производится с помощью двумерного метода [9] или, при наличии существенных азимутальных градиентов давления, с учетом трехмерности течения, методом [17].

Использование крупных моделей (порядка 0,1 размера рабочей части) и способа динамической регистрации сигнала от перемещающейся модели относительно неподвижного измерительного зонда позволило устранить недостатки известной методики [14] и существенно повысить достоверность измерений и производительность эксперимента. Ввиду возросших интенсивностей УВ в исследуемой области потока увеличился вклад систематических погрешностей, обусловленных взаимодействием измерительного зонда с возмущенным потоком. Это дифракция УВ на зонде вызвана скосом потока за исследуемой УВ и ее взаимодействием с пограничным слоем на зонде. Для уменьшения влияния этих погрешностей на достоверность результатов измерений разработаны методы корректировки измеренного сигнала. Погрешности, обусловленные взаимодействием исследуемой УВ с приемником давления, определяются типом измерительного зонда. В работе [18] на основании анализа случайных и систематических погрешностей определены диапазоны применимости типа измерительного зонда в зависимости от интенсивности УВ и числа Маха потока. Разработан способ измерения параметров сверхзвукового неизоэнтропического потока с помощью зонда давления торможения [19]. Этот способ, в отличие от известного, основанного на предположении изоэнтропичности течения, позволяет по измерениям давления за прямым скачком уплотнения определить параметры возмущенного потока с учетом потерь полного давления на исследуемых УВ.

На рис. 1 показана схема проведения эксперимента в сверхзвуковой аэродинамической трубе ИТПМ СО РАН Т-313 (см. [16]) с размерами рабочей части прямоугольного сечения  $0,6\times0,6\times2$  м. Исследования проводились на режиме  $M_{\infty} = 2,03$ ,  $Re_1 = 25 \cdot 10^6$ ,  $T_0 = 250$  K.

В состав экспериментального оборудования входят: координатник модели, исследуемая модель, координатник зонда и штатный измерительный комплекс аэродинамической трубы Т-313. Координатники модели и зонда обеспечивают непрерывное перемещение модели и зонда в продольном и поперечном направлении относительно рабочей части АДТ в диапазонах: модель — 280 (прод.), 200 мм (попер.), зонд — 320 (прод.), 150 мм (попер.). Это позволяет проводить измерения профилей давления протяженностью до 200 мм при удалениях модели от измерительного зонда до 350 мм. Погрешность установки координат модели и зонда не превышает 0,1 мм. Координатник модели установлен на вкладыше нижней стенки рабочей части трубы с размещением привода внутри камеры Эйфеля. На валу привода координатника смонтирован датчик перемещения модели по продольной координате — D3(X) (см. рис. 1). Датчик изготовлен на базе энкодера ENC16-D281-L00128, генерирующего 128 импульсов за оборот, и электронного счетчика импульсов ПСИ, разработанного КТИ ВТ СО РАН. Координатник зонда, аналогично координатнику модели, располагается на верхней стенке рабочей части аэродинамической трубы. В нижней части подвижного пилона координатника установлен съемный блок, в котором установлены измерительный зонд (насадок Пито) и тензометричекий датчик давления D1(P<sub>c</sub>) типа ТДМ9-Д-0,06 с номинальным давлением 0,06 МПа. По результатам тарировок, проводимых в диапазоне нагрузок, соответствующих номиналу датчика, максимальная погрешность не превышала 20 Па. В качестве датчика, контролирующего заданный режим сверхзвукового потока  $D2(P_0)$ , использовался измерительный преобразователь давления (ИПД) с максимальной погрешностью 0,06 %. Дополнительно были использованы штатные измерители температуры торможения (Т<sub>0</sub>) и статического давления потока в контрольном сечении рабочей части трубы (P<sub>кт</sub>).

Через автоматизированную систему коммутации и сбора данных HP34970A сигналы с датчиков поступали на 45-канальный регистрирующий мультиметр, обеспечивающий регистрацию 5,5 десятичных разрядов с погрешностью 0,004 %, с дальнейшей передачей цифровой информации на ЭВМ для записи в базу данных и последующей обработки.



*Рис. 1.* Схема проведения измерения параметров возмущенного потока в ближней зоне модели в динамическом режиме регистрации в АДТ Т-313.

Измерения профилей возмущенного давления производились в динамическом режиме регистрации. При этом возмущенное давление, генерируемое движущейся относительно зонда моделью, распространялось от траектории модели к приемному отверстию неподвижного зонда в фиксированном характеристическом направлении. Так как неравномерность потока формируется возмущениями, распространяющимися вдоль характеристик первого и второго семейства, влияние неравномерности потока в характеристическом направлении, определенном положением зонда в зависимости от удаления модели от зонда (в поперечном к потоку направлении), изменяется. То есть при заданном поперечном удалении модели можно определить положение зонда, при котором обеспечивается приемлемое влияние неравномерности потока на результаты измерений.

В связи с этим перед основной серией экспериментов проводились методические испытания по определению положения измерительного зонда, при котором бы обеспечивались достоверные измерения возмущенного давления в исследуемой области потока. В качестве тестовой модели использовался круговой конус ( $\beta_{\rm k} = 20^{\circ}$ ) на цилиндре, параметры возмущенного потока вблизи которого с большой достоверностью были определены ранее экспериментально в аэродинамической трубе T-325 ИТПМ СО РАН [12], обеспечивающей на режиме  $M_{\infty} = 2,01$ хорошую равномерность потока.

На рис. 2 представлены некоторые результаты этих испытаний. Хорошее согласование распределений возмущенного давления вблизи конуса (K =  $H/d_{\rm M}$  = 10,  $\beta_{\rm K} = 20^{\circ}$ ,  $d_{\rm M} = 20$  мм), измеренных в условиях, практически исключающих влияние неравномерности потока (рис. 2, *a*), с профилем давления, измеренным в аэродинамической трубе T-325, подтверждает применимость данной методики. Профили давления, измеренные в условиях влияния существующей неравномерности потока (рис. 2, *b*), полученные при различных скоростях перемещения модели относительно зонда ( $V_{\rm M}$ ), хорошо согласуются между собой, но существенно отличаются от профилей, представленных на рис. 2, *a*. Влияние неравномерности потока привело к занижению интенсивности головной УВ и длины волны ЗУ на 20 % и 5 % соответственно. При этом уменьшение на 21 % протяженности положительной фазы волны ЗУ (рис. 2, *b*) привело к существенному искажению профиля возмущенного давления.

Хорошее согласование профилей давления, полученных при различных скоростях перемещения модели, показывает, что инерционные характеристики используемых измерительных пневмотрасс допускают динамическую регистрацию исследованных профилей возмущенного давления при скорости перемещения модели до 1,6 мм/с.

На основании хорошей сходимости параметров возмущенного потока, измеренных на удалении от тестовой модели, с достоверными данными определено положение зонда, которое было использовано при проведении основных экспериментов.

#### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В ходе эксперимента модель, установленная с помощью хвостовой державки на координатнике, непрерывно с заданной скоростью перемещалась в продольном направлении против набегающего потока относительно неподвижного измерительного зонда. При этом с заданным шагом по координате (порядка 0,3 мм) или по времени (порядка 300 мс при скорости перемещения 1 мм/с) производилась регистрация дискретных показаний пяти указанных датчиков (D1, D2, D3, *P*<sub>кт</sub>, *T*<sub>0</sub>). Профиль возмущенного давления определяется массивами измеряемых величин трех датчиков (D1, D2, D3), которые после первичной обработки соответствуют: абсолютным возмущенным давлениям за прямым скачком — датчик D1, абсолютным полным давлениям потока — датчик D2 и продольным координатам, при которых производится отсчет показаний, — датчик D3.

Статическое давление и число Маха набегающего потока, ввиду малых интенсивностей исследуемых УВ, определялись в предположении изоэнтропичности течения с использованием известных соотношений газодинамических параметров в точке потока:

$$P/P_0 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}},\tag{1}$$





*Рис. 2.* Распределение относительного избыточного статического давления измеренного вблизи (K = 10) конуса ( $\beta_{\rm K}$  = 20°) на цилиндре.

Влияние неравномерности потока: *a* — устранено: *V*<sub>M</sub> = 1 мм/с, пуски: прямой ход — 3144 (*I*), 3145 (*2*), эксперимент в АДТ Т-325 (*4*), обратный ход — 3145 (*3*); *b* — присутствует: *V*<sub>M</sub> = 0,8 (*I*), 1,6 (*2*), 1,0 (*3*) мм/с, пуски: прямой ход — 3146 (*I*), 3148 (*2*), 3147 (*3*).

При такой схеме измерений число Маха и статическое давление в невозмущенном потоке в ходе эксперимента определялись с использованием специальной технологии проведения эксперимента и алгоритма обработки экспериментальных данных.

Для реализации этого способа модель перед экспериментом устанавливалась относительно зонда в положение, исключающее влияние головной УВ на показания зонда при перемещении модели в сторону приемного отверстия зонда на 10–15 мм. То есть при начальном перемещении модели на расстояние 10–15 мм зонд Пито гарантированно воспринимал давление невозмущенного потока. По значениям давлений, воспринимаемых зондом, находящимся в ходе эксперимента в невозмущенном потоке, и соответствующим значениям полного давления потока, измеряемого датчиком D2, определяется средняя величина их отношений

$$(P'_{0c} / P_{0\infty})_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} P'_{0i} / P_{0i}$$
, где *i* — номер измерительного отсчета, а *n* — количест-

во отсчетов, соответствующих показаниям датчика D2 в невозмущенном потоке. В данной работе принималось n = 30. Численное решение уравнения (2) при  $P_0'/P_0 = (P'_{0c}/P_{0\infty})_{cp}$  определяет величину среднего числа Маха невозмущенного потока —  $M_{cp}$ . Статическое давление невозмущенного потока определяется из соотношения (1) при числе Маха  $M = M_{cp}$  и полном давлении  $P_0$ , соответствующем давлению, измеряемому датчиком D2.

Учитывая, что изменение полного давления потока в ходе эксперимента происходит существенно медленнее по сравнению со временем выравнивания давления в пневмотрассе датчика D2 и небольшие изменения полного давления (из-за нестабильности заданного режима) практически не приводят к изменению числа Маха за счет вязких эффектов, можно считать, что среднее число Маха M<sub>cp</sub> определено с приемлемой точностью.

Статическое давление возмущенного потока определяется также с помощью соотношений (1) и (2) при давлениях  $P'_0$ ,  $P_0$ , соответствующих давлениям, измеряемым датчиками D1 и D2 соответственно. Относительное избыточное статическое давление при этом определится соотношением:  $\Delta \overline{P}_i = 1 - P_i / P_{\infty i}$ .

Определение возмущенного и невозмущенного давления в одной точке потока, а также мероприятия по уменьшению влияния неравномерности потока позволяют существенно повысить точность измерений.

# модели

Исследования производились с использованием двух моделей схематизированных компоновок СПС. Исходная компоновка (рис. 3, *a*), выполненная по схеме моноплан, имела трапециевидное крыло малого удлинения ( $\lambda_{\rm kp} = l_{\rm kp}^2 / S_{\rm kp} = 1,6$ ) с плоской срединной поверхностью, установленное в средней части фюзеляжа с нулевым углом заклинения (здесь  $l_{\rm kp}$  и  $S_{\rm kp}$  — размах и площадь крыла соответственно). Стреловидность по передней кромке крыла  $\chi = 56^\circ$ , максимальная относительная толщина ромбовидного профиля крыла  $\overline{c}_{\rm kp} = (c_{\rm kp} / b_{\rm kp}) \cdot 100 = 4,3 \%$  (где  $c_{\rm kp}$  и  $b_{\rm kp}$  — максимальная толщина и длина профиля). Фюзеляж представлял собой цилиндрическое тело с оживальной головной и хвостовой частью удлинением  $\lambda = l/d_{\Phi} = 4,5$ , где *l* и  $d_{\Phi}$  — длина носовой (хвостовой) части фюзеляжа

Puc.	3.	Общий	вид	схематизированных	
компоновок СПС.					

Модели: $a$ — исходная компоновка ( $\overline{S}_1 = 0$ ), $b$ —	
тандемная компоновка ( $\overline{S}_1 = 0, 1; \ \overline{X}_1 = 0, 18$ ).	

и его максимальный диаметр соответственно. Длина фюзеляжа составляла  $l_{\phi} = 150$  мм, а максимальный его диаметр, соответствующий цилиндрической части — 10,7 мм. В хвостовой части фюзеляжа устанавливался киль, имевший трапециевидный профиль поперечного сечения относительной толщиной  $\overline{c}_{\kappa} = 7$  %. Угол стрело-



видности по передней кромке киля составлял  $60^{\circ}$  и полный телесный угол клина в направлении набегающего потока с наветренной стороны киля —  $20^{\circ}$ . Для исключения влияния хвостовой державки на формирование хвостовой УВ, генерируемой компоновкой, модель закреплялась на штанге координатника с помощью переходника, припаянного к концевой хорде киля модели. При этом обеспечивался установочный угол атаки (угол между продольными осями фюзеляжа и державки), равный 4°. Фактический угол атаки модели в сверхзвуковом потоке с учетом деформации державки от поперечной нагрузки на модель составлял практически  $\alpha = 5^{\circ}$ .

Компоновка, выполненная по тандемной схеме расположения двух крыльев на фюзеляже (рис. 3, *b*), формировалась заменой крыла исходной компоновки на геометрически подобное крыло с уменьшенной на 10 % площадью. Положение задней кромки крыла на фюзеляже соответствовало при этом исходной компоновке. Переднее крыло, геометрически подобное исходному крылу, с площадью, составляющей 10 % площади крыла исходной компоновки, устанавливалось в специальном пазу в носовой части фюзеляжа на удалении начала бортовой хорды крыла от носика фюзеляжа  $X_1 = 27,5$  мм, что соответствует относительному удалению  $\overline{X}_1 = X_1/l_{\Phi} = 0,18$ .

## МЕТОД РАСЧЕТА

Для определения параметров ЗУ на различных расстояниях (r) от источника возмущений (длиной L) использовался комбинированный метод. В ближней зоне протяженностью порядка K = r/L = 1,0, где существенно проявляются нелинейные эффекты, решалась задача сверхзвукового обтекания исследуемой компоновки. Газодинамические параметры на поверхности и в окрестности тела определялись с помощью численной схемы, основанной на аппроксимации уравнений Эйлера в интегральной форме [10, 11]. В средней и дальней зонах, где расстояние до источника много больше его длины (r/L >> 1), метод расчета распространения возмущений основан на квазилинейной теории Уизема [9]. Эффективность вычислительных методов определялась путем валидации полученных результатов с данными физического эксперимента.

На первом этапе решалась задача пространственного сверхзвукового обтекания исследуемой компоновки. Результаты решения этой задачи позволяли определять аэродинамические характеристики компоновки и использовались в качестве начальных данных для решения основной задачи. На втором этапе определялись параметры исходного профиля избыточного давления на фиксированном расстоянии от исследуемой модели. По квазилинейной теории на больших расстояниях *r* от источника возмущений деформированный профиль избыточного давления определяется соотношениями [20]:

$$\frac{\Delta p}{p_{\infty}} = \frac{\gamma M_{\infty}^2 \,\Phi(t,\theta)}{2(2\beta)^{1/2} r^{1/2}},\tag{3}$$

$$x = \beta r - k_1 \Phi(\tau, \theta) r^{1/2} + \tau, \text{ где } \left( k_1 = \frac{(\gamma + 1) M_{\infty}^2}{2^{\frac{1}{2}} \beta^{\frac{3}{2}}} \right).$$
(4)

Для комбинации "корпус + крыло" функция  $\Phi(\tau, \theta)$  имеет вид:

$$\Phi(\tau,\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\tau} \frac{S''(t)dt}{\sqrt{\tau-t}} + \frac{\beta\cos(\theta)}{2\pi q} \int_{0}^{\tau} \frac{Y'(t,\theta)dt}{\sqrt{\tau-t}}.$$
(5)

Здесь  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\beta = (M_{\infty}^2 - 1)^{1/2}$ ,  $q = (1/2)\rho W_{\infty}^2$  — скоростной напор, S(t) — функция распределения площади поперечного сечения по длине эквивалентного тела вращения летательного аппарата (ЛА),  $Y(t, \theta)$  — распределение локальных нагрузок по крылу,  $\theta$  — азимутальный угол.

Первое слагаемое в (5) описывает влияние объема тела на интенсивность звукового удара, второе — влияние подъемной силы. Полученное соотношение (5) позволяет в общем случае построить возмущенное движение газа на различных расстояниях от источника возмущений, когда в среде могут распространяться несколько ударных волн, число которых определяется поведением функции  $\Phi(\tau, \theta)$ . Расчеты проведены при параметрах набегающего потока, соответствующих условиям эксперимента для угла атаки компоновки  $\alpha = 5^{\circ}$ .

Для формирования сложной аэродинамической компоновки использовался метод построения модели из базовых объектов высокого уровня [21]. Применительно к задачам аэродинамики к этим объектам следует отнести корпус, крылья, стабилизаторы. Характерная особенность этого метода заключается в том, что при удачно выбранных аналитических соотношениях, описывающих геометрический объект, выполняются необходимые требования, такие как удобство интерфейса и открытость. Применительно к численному решению задач обтекания летательного аппарата удобство интерфейса при малом объеме определяющих параметров дает возможность оперативно изменять геометрических расчетов с целью выявления физических закономерностей в поставленной задаче.

Формирование тандемных компоновок, позволяющих организовать перераспределение подъемной силы по длине корпуса, производилось из условия равенства суммарной площади переднего и заднего крыльев площади исходного крыла  $S_0$ . Положение обоих крыльев, геометрически подобных крылу исходной компоновки, определялось заданием относительных продольных координат начала их бортовых хорд относительно носка корпуса:  $\overline{x}_i = x_i / L$ , где *i* соответствует номеру крыла. Площадь переднего крыла, определялась при помощи соотношения  $\overline{S}_1 = \overline{S} S_0$ , гле  $\overline{S}$  — залаваемый параметр.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. БЛИЖНЯЯ ЗОНА

На рис. 4. представлены профили относительного избыточного статического давления, полученные экспериментально и численным расчетом на удалении от модели в поперечном направлении H = 200 мм. Все линейные величины отнесены к длине фюзеляжа компоновки, то есть представлены в калибрах:  $K = H/l_{\phi}$  — относительное удаление (в поперечном направлении) модели от измерительного зонда,  $\bar{x} = x/l_{\phi}$  — относительная продольная координата относительного избыточного статического давления,  $\bar{X}_1 = X_1/l_{\phi}$  — относительное удаление бортовой хорды переднего крыла от носка фюзеляжа.

На экспериментальном профиле давления наблюдаются пульсации давления, генерируемые в приемной полости измерительного зонда в связи с отсутствием газодинамического демпфирования в пневмотрассе "зонд — датчик D1". Пульсации давления, инициирующие промежуточные скачки давления, существенно усложняют процедуру пересчета профилей давления на большие расстояния. Поэтому к измеренному распределению давления применялась процедура сглаживания (рис. 4, линия 2) путем аппроксимации исходного профиля.

Измеренный и расчетный профили давления вблизи исходной компоновки (рис. 4, *a*), определенные в продольной плоскости симметрии ( $\theta = 0^{\circ}$ ), соответствуют полному полю возмущенного течения в ближней зоне компоновки. Профили включают: головной, промежуточный и замыкающий скачки давления, генерируемые соответственно ударными волнами от носовой части фюзеляжа, крыла и хвостовой части модели.

Сравнение полученных данных показывает, что в ближней зоне исходной компоновки интенсивность головной и промежуточной УВ, а также их взаимное расположение, определенные численным расчетом, хорошо согласуются с экспериментальными данными. В отличие от градиентов давления на фронте УВ, определенных численным расчетом (в рамках идеального газа), фронты измеренных УВ вследствие эффектов абсорбции, дисперсии и взаимодействия с зондом формируются с меньшим градиентом давления. Заметное расхождение расчетных и экспериментальных данных наблюдается в области хвостовой УВ. Увеличение протяженности отрицательной фазы профиля давления, полученное в расчете, по

сравнению с результатами измерений привело к заметному завышению длины волны ЗУ (на 9%) и существенному увеличению интенсивности хвостовой УВ. Наблюдаемые на измеренном профиле нелинейные эффекты в зонах расшире-

а — исходная компоновка ( $\overline{S}_1 = 0$ ), b — компоновка, выполненная по тандемной схеме ( $\overline{S}_1 = 0, 1; \overline{X}_1 = 0, 18$ ). Эксперименты: 1 — первичная обработка, 2 — результаты аппроксимации; 3 — численный расчет.



Рис. 4. Распределение относительного избыточного статического давления вблизи (К = 1,33) схематизированных компоновок.

ния потока численный расчет не моделирует, что, возможно, является одной из причин завышения длины волны ЗУ и интенсивности хвостовой УВ.

На рис. 4, *b* представлены распределения относительного избыточного статического давления вблизи (K = 1,33) компоновки с тандемным расположением крыльев ( $\overline{S_1} = 0,1, \overline{X_1} = 0,18$ ), полученные экспериментально и комбинированным расчетным методом. На обоих профилях давления за головной УВ наблюдается дополнительный промежуточный скачок, генерируемый УВ от переднего крыла. Расчетное положение этого скачка относительно головной УВ, как и промежуточного скачка от УВ, создаваемой задним крылом, хорошо согласуется с результатами измерений. Аналогично исходной компоновке, полная длина волны ЗУ, полученная численным расчетом, превышает длину волны, определенную экспериментально, на 15 %, что приводит к завышению расчетной интенсивности хвостовой УВ на 37 %.

При хорошем согласовании расчетных и измеренных величин интенсивностей головной и промежуточной УВ от заднего крыла интенсивность УВ от переднего крыла превышает измеренную величину на 25 %. В зонах расширения потока вблизи тандемной компоновки расхождение между расчетными и экспериментальными результатами заметно увеличивается по сравнению с исходной компоновкой (рис. 4, *a*). Так же, как и для исходной компоновки, численный расчет практически не моделирует нелинейные эффекты, которые заметно проявляются в областях расширения потока.

На рис. 5 показан теневой снимок обтекания компоновки тандемной схемы, полученный при расположении модели и зонда в поле обзора теневого прибора ИАБ-451 (область сверхзвукового потока не соответствует области потока в котором проводились измерения).

На корпусе компоновки белым фоном обозначены поперечные сечения переднего и заднего крыла по их бортовым хордам. На снимке видны основные элементы ударно-волновой стуктуры, формирующейся в окрестности компоновки, обтекаемой сверхзвуковым потоком ( $M_{\infty} = 2,03$ ). Углы наклона УВ и их взаимное расположение дают представление о формировании и эволюции волны ЗУ в окрестности компоновки.

В кормовой части компоновки (рис. 5, a, b) на наветренной стороне хорошо просматривается формирование хвостовой ударной волны. При взаимодействии расширяющегося в результате обтекания кормовой части потока со следом,



*Рис. 5.* Теневой снимок обтекания сверхзвуковым потоком ( $M_{\infty} = 2,03$ ) модели схематизированной компоновки тандемной схемы ( $\bar{S}_1 = 0,1, \bar{X}_1 = 0,18$ ): *а* — общий вид обтекания, *b* — фрагмент кормовой части модели *A*.

Головная УВ: от носовой части (1), от переднего (2) и заднего (3) крыльев; хвостовая УВ (4); висячий скачок (5); донный след (6).

образованным в результате отрыва потока, формируется висячий скачок давления 5. При небольших удалениях от компоновки в результате нелинейных эффектов висячий скачок трансформируется в скачок давления, замыкающий волну ЗУ в окрестности модели. На подветренной стороне модели в результате влияния возмущений от киля картина обтекания изменяется.

Поперечный размер донного следа слабо изменяется при распространении вниз по потоку и составляет в кормовой части модели 26 % от максимального диаметра фюзеляжа. Результаты обработки оптических наблюдений показали, что расстояние между головной УВ от носовой части модели до хвостовой УВ (длина волны ЗУ) при удалении от модели с момента ее формирования до границы оптического обзора остается меньше длины фюзеляжа компоновки на 7 и 4,5 % соответственно. Погрешность измерения линейных размеров не превышала 0,3 мм.

## СРЕДНЯЯ И ДАЛЬНЯЯ ЗОНА ЗУ

На рис. 6 представлены результаты пересчета на большие расстояния профилей возмущенного давления, определенных вблизи (K = 1,33) экспериментально и численным расчетом для исходной компоновки. Формирование средней зоны ЗУ, в которой реализуется эффект минимизации уровня ЗУ, определяется динамикой распространения головной УВ и промежуточной УВ, генерируемой крылом. Обладая повышенной скоростью распространения, промежуточная УВ при удалении от компоновки приближается к головной УВ и на определенном удалении догоняет ее. В результате взаимодействия ударных волн интенсивность головной УВ существенно увеличивается. Являясь одним из основных параметров при выборе траектории полета самолета, протяженность средней зоны должна определяться с хорошей достоверностью.

Результаты сравнения (рис. 6, a, b, c) демонстрируют заметные отличия в динамике распространения расчетного и измеренного профилей возмущенного давления в средней зоне ЗУ. При хорошем согласовании экспериментальных и расчетных данных по взаимному расположению головной и промежуточной УВ в ближней зоне (рис. 4, a), в средней зоне (рис. 6, b; K = 200) расчетный профиль



*Рис. 6.* Профиль относительного избыточного статического давления на различных удалениях от исходной компоновки ( $\bar{S}_1 = 0$ ).

По результатам: эксперимента (1), численного расчета (2); K = 100 (a); 200 (b); 300 (c); 400 (d).

давления уже имеет форму, близкую к *N*-образной, а на экспериментальном профиле продолжает присутствовать промежуточный скачок, генерируемый крылом.

Экспериментальный профиль давления приобретает *N*-образную форму лишь на удалении K = 400 (рис. 6, d). То есть протяженность средней зоны ЗУ, определенная по результатам измерений в ближней зоне исходной компоновки, существенно превышает соответствующую величину, определенную по результам численного расчета. Основной причиной этих расхождений является наблюдаемое в ближней зоне на измеренном и расчитанном профилях давления несоответствие параметров потока, определяющих динамику распространения ударных волн. К таким параметрам можно отнести: градиент волны разрежения, следующей за УВ, интенсивность УВ, градиент давления на фронте УВ и параметры потока перед промежуточной УВ. Увеличение протяженности средней зоны, наблюдаемое на экспериментальном профиле, реализуется в основном снижением скорости распространения промежуточной УВ от крыла. Это обусловлено более высоким (по сравнению с расчетным профилем) градиентом волны разрежения, следующей за промежуточной УВ, и меньшим градиентом давления на фронте промежуточной УВ. Следует отметить хорошее соответствие величин максимального давления на головной и промежуточной УВ при распространении сравниваемых профилей давления в средней зоне ЗУ. В дальней зоне исходной компоновки (К = 400) наблюдается хорошее согласование интенсивностей головной УВ и градиента волны разрежения определенных прямым расчетом и по результатам измереий. Длина волны ЗУ и интенсивность хвостовой УВ, полученные прямым численным расчетом, так же, как в ближней зоне, превышают соответсвующие величины, определенные по результатам измерений до больших удалений от компоновки.

На рис. 7 сравниваются результаты пересчета на большие расстояния профилей давления, определенных экспериментально и прямым численным расчетом в ближней зоне (K = 1,33), для тандемной компоновки.

В средней зоне ЗУ (рис. 7, *a*, *b*, *c*) на профилях давления, в отличие от ближней зоны (рис. 4, *b*), присутствует только один промежуточный скачок давления, генерируемый задним крылом. Это объясняется взаимодействием



*Рис.* 7. Профиль относительного избыточного статического давления на различных удалениях от тандемной компоновки ( $\bar{S}_1 = 0, 1, \ \bar{X}_1 = 0, 18$ ).

По результатам: эксперимента (1), численного расчета (2); K = 100 (a); 200 (b); 300 (c); 400 (d).

промежуточной УВ от переднего крыла с головной УВ от носовой части фюзеляжа, которое произошло на удалении от компоновки 1,33 < K < 100. В результате этого взаимодествия на удалении K = 100 (рис. 7, *a*) наблюдается заметное увеличение интенсивности головной УВ относительно соответствующей ситуации для исходной компоновки (рис. 6, а). Полученное при этом приращение скорости распространения головной УВ способствует увеличению протяженности средней зоны ЗУ. Так же, как и для исходной компоновки, наблюдаемое в ближней зоне на экспериментальном и расчетом профилях давления несоответствие параметров, определяющих динамику распространения УВ, приводит к некоторому отличию сравниваемых профилей давления в средней зоне ЗУ. На удалении К = 100 на экспериментальном профиле давления наблюдаются повышенные (относительно расчетного профиля) градиенты в волнах разрежения, следующих за головной и промежуточной УВ, что должно ускорять процесс их затухания. В то же время повышенный уровень давления на экспериментальном профиле перед промежуточной УВ обеспечивает увеличение скорости ее распространения по сравнению с промежуточной УВ на расчетном профиле. Под влиянием этих противоречивых (относительно протяженности средней зоны) параметров на сравниваемых профилях давления в средней зоне (рис. 7, а, b, c) наблюдается хорошее соответствие по взаимному положению головной и промежуточной УВ и величинам максимальных давлений. Аналогично результатам для исходной компоновки длина волны ЗУ и интенсивность хвостовой УВ, определенные прямым численным расчетом, так же, как в ближней зоне, превышают соответсвующие величины, определенные по результатам измерений, до больших удалений от компоновки.

На удалении K = 400 профиль давления, определенный численным расчетом, имеет форму, близкую к *N*-образной, тогда как на экспериментальном профиле продолжает присутствовать промежуточная УВ, генерируемая задним крылом. То есть так же, как для исходной компоновки, прямой численный расчет занижает протяженность средней зоны ЗУ, создаваемого компоновкой СПС с тандемным расположением двух крыльев на фюзеляже. Надо заметить, что для получения корректной количественной оценки завышения протяженности средней зоны необходимо дополнительно провести большой объем расчетов, позволяющих уточнить величины удалений, соответствующих взаимодействию промежуточной УВ с головной УВ. Основными причинами этого расхождения, по-видимому, являются большая протяженность расчетной области, что затрудняет обеспечение требуемой достоверности локализации УВ на больших удалениях, и нелинейные эффекты изменения газодинамических параметров в ближней зоне, которые не совсем адекватно учитываются принятой расчетной моделью.

Таким образом, сравнение параметров ЗУ для двух компоновок показывает, что комбинированный расчетный метод занижает протяженность средней зоны ЗУ, завышает длину волны ЗУ и интенсивность хвостовой УВ. В тоже время в дальней зоне, реализуемой для исходной компоновки на удалении К = 400, наблюдается хорошее согласование интенсивностей УВ и градиентов волн разрежения на сравниваемых профилях давления. Удовлетворительное согласование с экспериментально-расчетными данными величин интенсивностей головной и промежуточных УВ и их взаимного расположения на профиле давления в средней зоне подтверждают применимость комбинированного расчетного метода для проведения исследований параметров ЗУ и аэродинамических характеристик на стадии проектирования компоновки сверхзвукового самолета. Подтверждением достоверности протяженности средней зоны ЗУ и параметров хвостовой УВ являются данные, полученные экспериментально-расчетным методом.

Представленные результаты (рис. 6, 7) дают основание утверждать, что протяженность средней зоны ЗУ, создаваемого СПС с компоновкой, выполненной по тандемной схеме расположения двух крыльев на фюзеляже, заметно превышает

высоту крейсерского полета (K > 400), обеспечивая при этом существенное уменьшение интенсивности головой ударной волны.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе результатов измерения параметров возмущенного потока в ближней зоне модели, установленной в аэродинамической трубе, определены условия эксперимента, практически исключающие влияние неоднородности потока на достоверность измерений.

Экспериментально и прямым численным моделированием трехмерного обтекания (в рамках полных уравнений Эйлера) определены параметры ЗУ в ближней зоне схематизированных компоновок СПС, выполненных по схеме моноплан и по схеме с тандемным расположением двух крыльев на фюзеляже. Полученные экспериментально и численно распределения возмущенного давления с помощью квазилинейной теории пересчитаны на большие расстояния.

Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных экспериментально-расчетным путем и комбинированным расчетным методом, который подтверждает достоверность формирования и распространения волны ЗУ и тем самым демонстрирует удовлетворительное согласование результатов прямого численного моделирования с экспериментально-расчетными данными.

Наблюдаемые в расчетах некоторые занижения протяженности средней зоны ЗУ и завышения интенсивности хвостовой УВ, по всей вероятности, обусловлены низкой точностью локализации промежуточной ударной волны на больших удалениях и нелинейными эффектами в ближней зоне, которые оказывают существенное влияние на параметры ЗУ в средней и дальней зоне и не совсем адекватно учитываются принятой расчетной моделью.

Полученные результаты, вместе с тем, подтверждают возможность снижения уровня ЗУ, создаваемого СПС, компоновка которого выполнена по тандемной схеме расположения двух крыльев на фюзеляже.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф. Управление уровнем звукового удара, создаваемого летательным аппаратом и его сопротивлением путем активного воздействия на процесс обтекания // Сб. научн. тр. Всеросс. конф. Успехи механики сплошных сред. Владивосток: Дальнаука, 2009. С. 719–759.
- **2.** ГОСТ 23552-79. Самолеты гражданской авиации. Допустимые уровни интенсивности звукового удара на местности и методы его измерения. М.: Изд-во стандартов, 1980. 13 с.
- 3. Wlezien R., Veitch L. Quiet supersonic platform program //AIAA Paper. 2002. No 2002-0143. 17 p.
- 4. Васильев Л.Е., Попов С.И., Свищев Г.Р. Авиация XX1. Прогнозы и перспективы // Техника воздушного флота. 1994. Т. 68, № 1-2. С. 14–17.
- **5. Коваленко В.В., Чернышев С.Л.** К вопросу о снижении звукового удара // Ученые записки ЦАГИ. 2006. Т. 37, № 3. С. 53–62.
- **6. Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф.** Исследование проблемы звукового удара в ИТПМ СО РАН // Проблемы современной механики. М.: Омега-Л, 2008. С. 554–581.
- 7. Патент № 2341832 РФ RU 2 341 832 C1. Способ снижения уровня звукового удара. Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф.; патентооблад. ИТПМ СО РАН, № 2007117045/11; заявл. 07.05.2007; опубл. 20.12.2008, Бюл. № 35.
- 8. Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф., Харитонов А.М. Управление параметрами звукового удара с помощью криогенного воздействия на обтекание летательного аппарата // Проблемы и достижения прикладной математики и механики: к 70-летию академика В.М. Фомина: сб. научн. труд. Новосибирск: Параллель. 2010. С. 375–413.
- **9. Whitham G.B.** The flow pattern of a supersonic projectile // Comm. Pure Appl. Math. 1952. Vol. 5, No 3. P. 301–338.

- Фомин В.М., Волков В.Ф., Чиркашенко В.Ф. Численное исследование влияния аэродинамической компоновки СПС на параметры, создаваемого им звукового удара // Вычислительные технологии. Т. 11. Ч. 2. Спец. выпуск. 2006. С. 64–74.
- Yoshikazu M., Takashi A., Toshiyuki I. Numerical optimization of fuselage geometry to modify sonicboom signature // J. Aircraft. 1999. Vol. 36, No 4. P. 668–674.
- 12. Чиркашенко В.Ф., Юдинцев Ю.Н. Развитие методики измерений параметров звукового удара в сверхзвуковых аэродинамических трубах. Новосибирск, 1983. (Препр. / ИТПМ СО АН СССР. № 6, С. 41.)
- **13. Фомин В.М., Волков В.Ф., Чиркашенко В.Ф.** Влияние перераспределения подъемной силы по длине сверхзвукового самолета на параметры звукового удара // Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80, № 5. С. 28–37.
- 14. Garlson H.W. An Investigation of Some Aspects of the Sonic Boom by Means of Wind Tunnel Measurements of Pressure About Several Bodies at a Mach Number of 2.01. NASA TND-161, Dec. 1959.
- 15. Чиркашенко В.Ф., Юдинцев Ю.Н. Система измерений параметров звукового удара в аэродинамических трубах с использованием ЭВМ. Новосибирск, 1983. (Препр. / ИТПМ СО АН СССР № 21, С. 25.)
- 16. Харитонов А.М. Техника и методы аэрофизического эксперимента. Ч. 1. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. С. 137–141.
- 17. Рудаков А.И., Юдинцев Ю.Н. Звуковой удар от тел пространственной конфигурации, обтекаемых потоком с большими сверхзвуковыми скоростями // Уч. записки ЦАГИ, 1979. Т. Х, № 3. С. 27–36.
- 18. Чиркашенко В.Ф., Юдинцев Ю.Н. Анализ методов измерения параметров звукового удара в аэродинамических трубах при сверх- и гиперзвуковых скоростях // Газодинамика и физическая кинетика. Новосибирск, 1974. С. 34–36.
- 19. А.с. №1074221. Способ измерения параметров сверхзвукового потока / Чиркашенко В.Ф., Затолока Е.Н., Юдинцев Ю.Н., 2002, Б.И. № 18. С. 493.
- 20. Рыжов О.С. Затухание ударных волн в стационарных течениях // ПМТФ. 1961. № 6. С. 36–40.
- **21. Волков В.Ф.** Численное исследование пространственных течений в окрестности сложных конфигураций // Вычисл. методы и программирование. 2004. Т. 5. С. 62–73.

Статья поступила в редакцию 30 июня 2011 г.